



COUPLED MODELING OF GEOTECHNICAL STRUCTURES USING DSC & TFA MODEL

Petr P. Procházka*

***Summary:** Eigenstresses and eigenstrains act out a very important role in many branches of applied mechanics. The eigenparameters may represent plastic strains, or plastic stresses (or also prestresses, change of temperature, etc.), and may also serve as free parameters for improving numerical models to get the computed quantities that should be as close as possible to the real state. Special variational formulation can be stated, dealing with the minimum variance of differences between measured and computed values. When using a very useful treatment, transformation field analysis (TFA), having recently been proposed by Dvorak & Procházka, the problem leads to a linear system of algebraic equations. In this case we start with {elastic material} and the nonlinear properties are involved in the eigenparameters. Desai proposed a similar approach, disturbed state concept (DSC). He uses a certain disturbance function and simulates various mechanical states in a body (damage, elastoplasticity, viscoplasticity, creep, cracking, etc.). Our goal is to generalize the TFA and to start with an estimation of physically nonlinear behavior of the body. Then the algorithm may be applied to the overall behavior of the body as well as to a local observation of the material properties. The disturbance function may be either estimated or determined more precisely from large amount of experiments. Much easier is to state the eigenparameters, which are also more reliable. The Unified Function Concept} (TFA & DSC concept) seems to be very prospective as it involves positive properties of both methods. In the suggested paper we concentrate our attention to the stability of tunnel face. Nonlinear mechanical behavior of this system will be involved in a numerical procedure and results from experiments will be used. The DSC & TFA concept will be applied.*

1. ÚVOD

Jeden z nejdůležitějších problémů v podzemním stavitelství je popis mechanického chování podzemního kontinua, zvláště pak popis chování v okolí zeminy nebo skály v okolí podzemního díla. Jednou z možností, jak překonat tento problém je sdružené (coupled) modelování. To spočívá ve vzájemném ovlivnění reálné situace, experimentu a matematického modelu. Experimenty jsou většinou prováděny na modelech z fyzikálně ekvivalentních látek, které simulují skutečné chování podzemního díla a tělesa horniny pomocí podobnostních zákonů. Obvykle matematický model je ovlivněn předcházejícími dvěma modeli, ale často nastává situace, že předběžné teoretické (matematické) odhady vedou k rozhodnutí, jak experiment v laboratoři, nebo na staveništi provést.

* CTU Prague, Civil Engineering, Dept. Structural Mechanics, Thákurova 7, 166 29 Prague 6, Email: petr.p@fsv.cvut.cz

Je velmi dobře známé, že změny materiálových vlastností během zatěžovacího procesu mohou být vyjádřeny pomocí vlastních parametrů, které simulují např. plastické deformace, relaxační napětí, apod. Myšlenka Analýzy transformačního pole (Transformation field analysis – TFA), viz [3], [4], sestává z vyjádření apriorního vytahu mezi vlastními parametry a vnitřními parametry, jako jsou napjatostní pole, pole deformací, nebo posuvy. Výpočty pak mohou vycházet z pružných stavů a být doladěny porovnáním s experimenty. Z těchto porovnání se získají příslušné hodnoty vlastních parametrů, a to buď vlastních deformací (plastických deformací), nebo vlastních pnutí (relaxačních napětí). Podobný postup, (DSC - disturbed state concept), byl navržen Desaiem, viz např. [1] a [2], který užívá určitou disturbanční funkci a simuluje různé mechanické stavy v tělese (poškození, pružnosplastický stav, viskoplasticitu, creep, trhlinatost). Naším cílem je zobecnit TFA tak, že začneme s odhadem fyzikálně-nelineárního chování tělesa ve smyslu DSC. Pak algoritmus lze užít na posuzování celkového chování tělesa stejně, tak jako na pozorování lokálních změn materiálu. Disturbanční funkce může být buď odhadnuta ze zkušeností, nebo určena přesněji z experimentů. V každém případě určit fyzikální vztahy z DSC je poměrně nespolehlivé, i když je zahrnuto mnoho případů nelineárního chování materiálu. Mnohem snadněji je možné určit vlastní parametry, které se určují ze skutečných, reálných stavů, a jsou tedy více spolehlivé. TFA však nemůže zahrnout např. snap back, některé jevy poškození, apod., a proto je vhodné využít výhod obou metod a použít Unified function concept (UFC), který obě metody zahrnuje a tedy upřesňuje popis chování konstrukcí.

V tomto příspěvku se soustředíme na stabilitu tunelové čelby. Nelineární mechanické chování tohoto systému bude zahrnuto do numerických procedur, které vychází z UFC a z informací z experimentů. Tímto způsobem bude možné popsat konstituční vztah porovnávací studií s měřením na modelech z ekvivalentních látek, nebo z měření „in situ“.

Navržený postup může být použit na široké spektrum konstrukcí, především z oblasti mechaniky zemin, kde fyzikální chování materiálu je prakticky bez vyhraněné lineární zóny a materiál se chová okamžitě plasticky. Vztah napětí – deformace má i po malém zatížení nelineární tendenci.

2. FORMULACE TFA

V této sekci bude naším cílem krátce popsat obecné myšlenky Metody transformačního pole. Toto lze provést na bázi různých numerických metod. Jelikož původně tato metoda pochází z oblasti mechaniky kompozitů, kde “vládnou” integrální rovnice, pro numerické řešení je metoda okrajových prvků příhodnější než metoda konečných prvků. Na druhé straně MKP je také použitelná ve spojitosti s UFC, a v našem modelovém příkladě bude právě MKP v 3D verzi použita.

Nejprve uvažujme, že těleso (část konstrukce, prvek, systém více prvků, složený materiál) se chová lineárně. To znamená, že lineární Hookeův zákon je splněn v celém tělese. (tento předpoklad umožňuje mj. užití metody okrajových prvků). Za těchto okolností budeme předpokládat, že je možné jednoznačně určit vektor posuvů, a tenzory deformace a napětí z geometrických a statických rovnic a lineární Hookeův zákon.

Ve druhém kroku vybereme body sledovaného tělesa (konstrukce), ve kterých jsme schopni provést měření některé z veličin deformace, nebo napětí, a to buď v laboratoři na modelech, nebo “in situ”. Také vybereme body nebo podoblasti ve sledovaném tělese, a zavedeme do těchto bodů nebo podoblastí postupně jednotkové impulzy vybraných vnitřních parametrů. Tím obdržíme příčinkovou matici (tenzor). Abychom mohli precizovat tento postup, označme A_i , $i = 1, \dots, n$, buď body, nebo podoblasti, kde jsou zavedeny vlastní parametry. Množinu bodů, ve kterých je provedeno měření, označíme B_j , $j = 1, \dots, m$. Pak skutečné napětí v bodech B_j je lineárním obalem napětí σ^{ext} v B_j , která jsou vyvolána vnějším, externím zatížením a buď vnitřními deformacemi μ a ε^{pl} , nebo vnitřním pnutím λ a relaxačním napětím σ^{rel} v A_i :

$$\sigma = \sigma^{\text{ext}} + \mathbf{P} \mu + \mathbf{Q} \varepsilon^{\text{pl}}, \quad \text{nebo} \quad \sigma = \sigma^{\text{ext}} + \mathbf{R} \lambda + \mathbf{T} \sigma^{\text{rel}}, \quad (1)$$

nebo v diferenciální (inkrementální formě):

$$d\sigma = d\sigma^{\text{ext}} + \mathbf{P} d\mu + \mathbf{Q} d\varepsilon^{\text{pl}}, \quad (2)$$

nebo

$$d\sigma = d\sigma^{\text{ext}} + \mathbf{R} d\lambda + \mathbf{T} d\sigma^{\text{rel}}, \quad (3)$$

kde příčinkové matice $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ a $\mathbf{T}$ jsou konstantní a některé z nich mohou být identické, jelikož vlastní deformace může vyjadřovat plastickou deformaci, a vlastní pnutí relaxační napětí. Uspořádáme-li tenzory do vektorů, jak je běžným zvykem, budou rozměry σ , σ^{ext} , μ , ε^{pl} , λ a σ^{rel} tvaru 6m, a rozměry $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ a $\mathbf{T}$ jsou 6m * n. V klasickém pojetí TFA jsou hodnoty vlastních parametrů počítány z minima variance vypočtených (za předpokladu lineárního chování materiálu) a měřených hodnot, srov. obr. 1, kde λ charakterizují nelineární chování. Poznamenejme, že vlastní deformace a vlastní pnutí nejsou nezávislé veličiny, ale platí $\lambda = -\mathbf{L} \varepsilon$, kde $\mathbf{L}$ je matice tuhosti (pružnostních konstant).

Poznamenejme, že první rovnice (1) a rovnice (2) popisují metodu počátečních deformací, a druhá rovnice (1) a rovnice (3) metodu počátečních napětí. Vnitřní pnutí mohou popisovat řadu dalších jevů, jako zvodnění, bobtnání, změnu teploty, apod., a proto můžeme ve výše uvedených rovnicích rozdělit jejich vliv na vlastní parametry samotné a plastické deformace, resp. relaxační napětí.

3. KONCEPCE PORUCHOVÝCH STAVŮ (DSC)

Tato myšlenka byla původně navržena Desaiem a teorie nejprve popisovala chování překonzolidovaných jílů. Od té doby Desai a jeho spolupracovníci rozpracovali, vyvinuli a aplikovali tuto koncepci i na jiné materiály.

DSC je sjednocovací modelovací teorie mechanického chování materiálů za dvou rozdílných stavů: jednak je to stav, kdy částice hmoty jsou v plném kontaktu, dochází k nelineárním změnám v důsledku nelineárního chování materiálu, ale nedosáhlo se stavu trhlin. Druhý stav sleduje převážně trhlinitost v konstrukci. Nejprve tedy, při dostatečně malých zatíženích, se pohybujeme ve stavu, který Desai nazývá Relative intact state (RI). V tomto stavu lze aplikovat lineární nebo nelineární pružnost, pružnoplastické stavy, viskoplasticitu, apod., nedochází však k žádným poruchám v geometrii konstrukce, nenastávají skoky v posuvech. Při dostatečně velkém zatížení se RI mění na Fully adjusted state (FA), tj. stav, ve kterém dochází k softeningu, a je nutné použít prostředky mechaniky poškození. Tento stav je považován za asymptotický, a v extrémním případě material není schopen již dale přenášet externí zatížení.

Desai užívá dale skalární poruchovou (disturbance) funkci D, která má různý tvar podle povahy materiálu v konstrukci. Její hodnoty jsou závislé na napětí, resp. přetvoření za určitého vnějšího zatížení. Rovnice rovnováhy může pak být zapsána takto:

$$D_u S_{ij} = (D_u - D) \sigma_{ij}^{\text{RI}} + D \sigma_{ij}^{\text{FA}}, \quad (4)$$

kde S_{ij} průměrná (pozorovaná) odezva vnějšího zatížení na napětí, D_u je max D a ve většině případů je rovno jedné. Užitím inkrementální metody z poslední rovnice obdržíme:

$$D_u dS_{ij} = (D_u - D) d\sigma_{ij}^{\text{RI}} + D d\sigma_{ij}^{\text{FA}} + dD (\sigma_{ij}^{\text{FA}} - \sigma_{ij}^{\text{RI}}), \quad (5)$$

První člen pravé strany poslední rovnice vyjadřuje vliv konstitučních rovnic pro geometricky spojitě kontinuum, druhý člen vliv poškození (většinou se uvažuje teorie Kačanova, [5]), a třetí člen indikuje, různý vliv obou základních stavů.

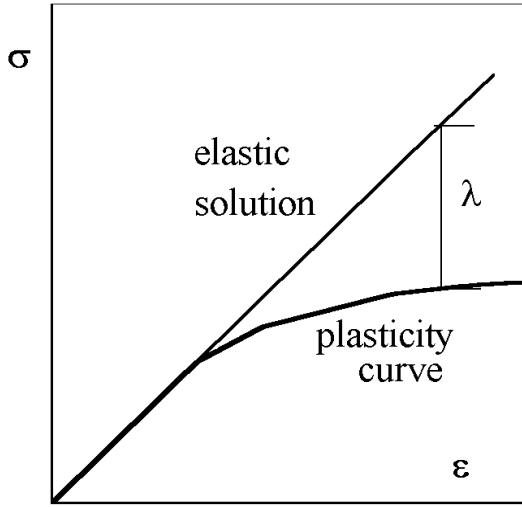
Inkrementální konstituční rovnice pro RI a FA části mohou být vyjádřeny takto:

$$D\sigma_{ij}^{RI} = L_{ijkl}^{RI} \epsilon_{kl}^{RI}, \quad (6)$$

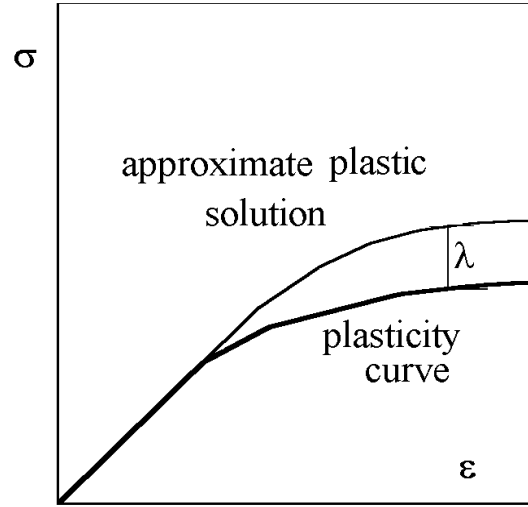
$$D\sigma_{ij}^{FA} = L_{ijkl}^{FA} \epsilon_{kl}^{FA}, \quad (7)$$

kde L_{ijkl}^{RI} jsou složky konstitutivního tenzoru pro RI část, a L_{ijkl}^{FA} je táž veličina pro FA část. Více detailů o DSC se lze dočíst např. v [2].

Abychom si mohli lépe představit TFA koncepci a upravený model DSC, na obr. 1 je vykreslen fyzikální zákon a vliv vlastního pnutí pro TFA a na obr. 2 totéž pro UFC, v obou případech v jedné dimenzi.



Obr. 1: Fyzikální zákon pro TFA



Obr. 2: Fyzikální zákon pro UFC

4. KONCEPT SJEDNOCENÉ FUNKCE (UFC)

Nyní předložíme postup, který spojuje myšlenky TFA a DSC. Nejprve vyjádříme napětí σ v libovolném bodě ξ oblasti pomocí superpozice napětí $\sigma^{ext}(\xi)$ od vnějšího zatížení a lineárního obalu řekněme vlastních pnutí λ a relaxačních napětí σ^{rel} v jiných bodech x . Jelikož předpokládáme, že v každém bodě oblasti máme šest hodnot napětí, relaxačních a vlastních napětí, vztah mezi napětím σ^k v bodech B_k , $k = 1, \dots, m$, a vlastním pnutím λ^l , $l = 1, \dots, s$, a $(\sigma^{rel})^l$, $l = 1, \dots, n$ v A_l je:

$$(\sigma_i)^k = (\sigma^{ext}_i)^k + \sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^s (R_{ij})^{kl} (\lambda_j)^l + \sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^n (T_{ij})^{kl} (\sigma^{rel}_j)^l, \quad i = 1, \dots, 6, \quad k = 1, \dots, m. \quad (8)$$

První a třetí člen pravé strany (8) může být roven S_{ij} v (4), tj. může být běžným, okamžitým napětím. Užitím obvyklé notace (převodu tenzoru na vektorový zápis) $(S_i)^k$ místo $(S_{ij})^k$, vztah (8) může být zapsán takto:

$$(\sigma_i)^k = (S_i)^k + \sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^s (R_{ij})^{kl} (\lambda_j)^l, \quad i = 1, \dots, 6, \quad k = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Diferenciací okamžitých napětí obdržíme:

$$d(\sigma_i)^k = d(S_i)^k + \sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^s (R_{ij})^{kl} d(\lambda_j)^l, \quad i = 1, \dots, 6, \quad k = 1, \dots, m. \quad (10)$$

kde $d(S_i)^k$ je řízeno (5).

Přirozeným požadavkem je, aby difference mezi měřenými $(\sigma_i^{\text{meas}})^k$ a počítanými napětími byly co nejmenší. Tento požadavek lze formulovat pomocí optimalizační úlohy. Nejprve budeme formulovat funkcionál I , který vyjadřuje varianci odchylek měřených a vypočítaných hodnot napětí:

$$I[(\lambda_j)^l] = \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^m [(\sigma_i)^k - (\sigma_i^{\text{meas}})^k]^2 \rightarrow \min. \quad (11)$$

Variací I vzhledem na $(\lambda_\alpha)^\beta$ dostaneme system lineárních algebraických rovnic pro neznámé $(\lambda_j)^l$:

$$\sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^s (A_{\alpha j})^{\beta l} (\lambda_j)^l = Y_\alpha^\beta, \quad \alpha = 1, \dots, 6, \quad \beta = 1, \dots, m, \quad (12)$$

$$(A_{\alpha j})^{\beta l} = \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^m (R_{ij})^{kl} (R_{i\alpha})^{k\beta}$$

$$Y_\alpha^\beta = - \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^m (S_i)^k - (\sigma_i^{\text{meas}})^k + \\ + \sum_{j=1}^6 \sum_{l=1}^s (R_{ij})^{kl} (\lambda_j)^l (R_{i\alpha})^{k\beta}$$

Abychom dostali $d(\sigma_i)^k$ v (10), potřebujeme vypočítat $d(\lambda_j)^l$. Je to zřejmě rozdíl mezi $(\lambda_j)^l$ z (12) a téže veličiny z předchozího kroku inkrementální metody.

Popsaná procedura vyžaduje bližší vysvětlení. V prvním kroku jsou vytvořeny příčinkové matice, jak je popsáno v sekci 2. Průběh funkce D je, jak bylo řečeno výše, určen buď zkušeností uživatele, nebo z experimentů a měření. Pak lze užít inkrementální metody, která je popsána výše a její průběh může být popsán takto:

Začneme s dostatečně malým zatížením, které způsobí, že konstrukce je ve stavu RI. V tomto stavu je konstituční zákon popsán pro zeminy obvykle zákonem podle von Mises-Huber-Henckyho. Zvýšením zatížení může být dosaženo částečně FA stavu, což je dáno průběhem funkce D , takže je nutné počítat jak s konstitučními vztahy ve stavu RI, tak i v FA. Napětí jsou tedy rozděleny do RI a FA částí. Přírůstky jsou dány z DSC a celkové napětí je určeno z okamžitého přírůstku a hodnoty v předchozím stavu.

Jelikož je vztah (12) lineární, můžeme do něj dosadit $(S_i)^k$ a $(\lambda_i)^k$. Pak se z podmínky minima variance měřených a počítaných napětí dosáhne hodnot vlastních pnutí a můžeme opravit okamžité

napětí, nebo získáme chybu pro DSC, která indikuje chybne měření, nebo chybný předpoklad v konstitučním zákoně.

5. PŘÍKLAD

Popsaný postup byl užít na studii stability tunelové čelby. Bylo využito výsledků měření na modelech z fyzikálně ekvivalentních materiálech, umístěných ve standech v měřítku proti skutečnosti 1:100. Experimentální model je popsán v [6], včetně výsledků. Vlastnosti materiálu byly stanoveny z laboratorních testů s následujícími výsledky:

Objemová tíha $\gamma = 1.55 \text{ g/cm}^3$

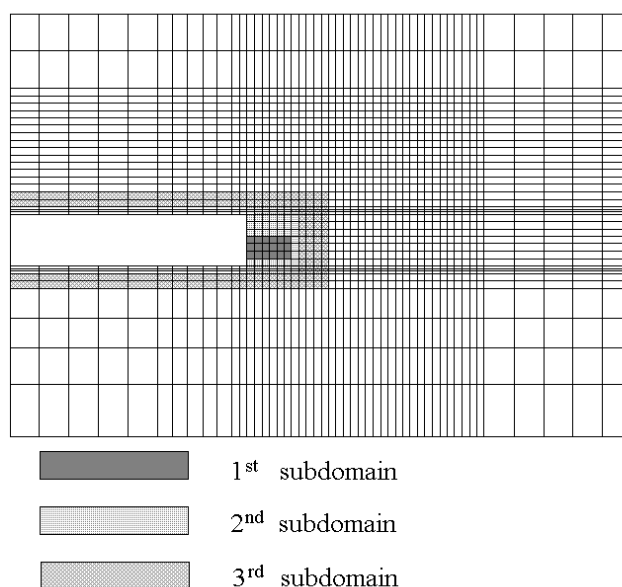
Pevnost v tlaku $\sigma_t = 26.9 \text{ kPa}$

Soudržnost $C_p = 20.2 \text{ kPa}$

Úhel vnitřního tření $\phi_p = 27.5^\circ$

$E = 4 \text{ GPa}$

$\nu = 0.28$



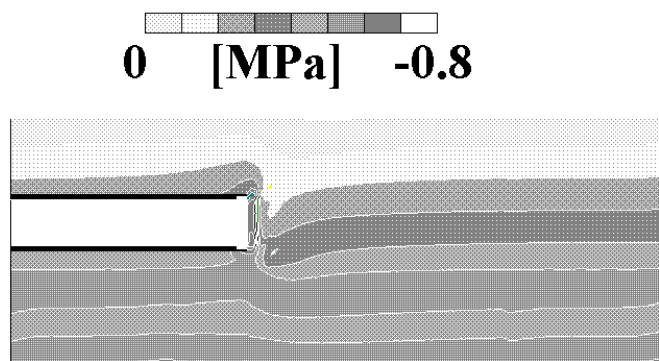
Obr. 3 Svislý řez sítí MKP s podoblastmi se zavedeným vlastním pnutím

Numerické experimenty využívaly 3D isoparametrické konečné prvky s 24 DOF. Von Mises-Huber-Hencky pružně-plastické chování materiálu s hardeningem bylo užito v intaktní fázi Desaiova modelu. Na obr. 3 je ukázán svislý řez pravidelnou sítí prvků. Na tomto obrázku jsou také vyznačeny podoblasti, ve kterých byly zaváděny vlastní pnutí. Jelikož počet složek tenzoru vlastních parametrů nesmí převýšit celkové množství měřených hodnot (dokonce musí být o jedničku menší), některé složky byly agregovány. V našem případě jsme uvažovali:

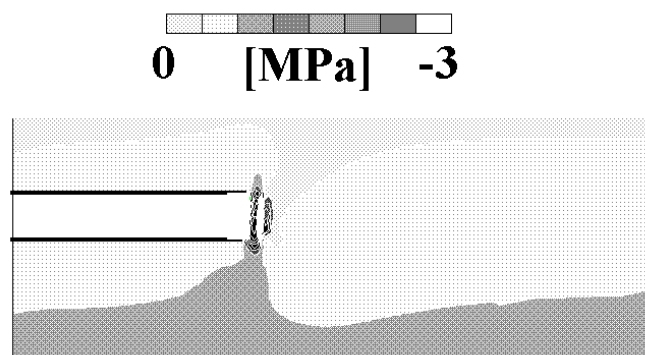
$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{\nu}{1 - \nu} \lambda_z$$

Čím více měřených hodnot máme k dispozici, tím lepší jsou výsledky, neboť si můžeme dovolit volit více podoblastí s vlastními parametry, a můžeme uvažovat též více nezávislých složek vlastních paramterů v jednotlivých podoblastech.

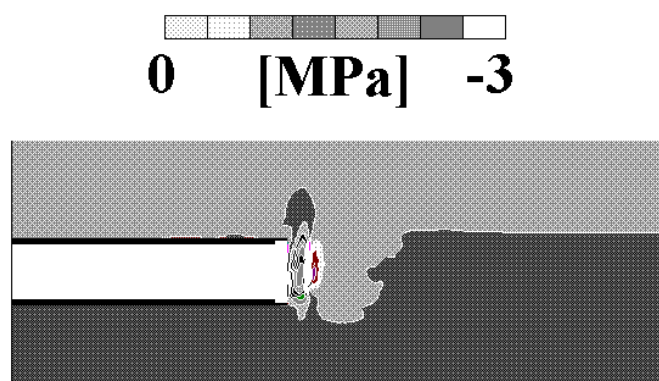
Obr. 4, 5 a 6 ukazují rozdělení svislých napětí v osovém řezu tunelu v různých stavech zatížení.



Obr. 4 Hypsograf svislých napětí v pružném stavu



Obr. 5 Hypsograf svislých napětí po uvažování DSC stavů



Obr. 6 Hypsograf svislých napětí pro UFC

5. ZÁVĚR

V tomto příspěvku je navržen nový konvergenční postup, který spojuje dva základní koncepty: metodu transformačního pole, která byla dříve použita na řešení problémů z oblasti mechaniky kompozitů a mechaniku zemin, a DSC (distinct state concept), navržený profesorem Desaiem z University of Arizona at Tucson, který tuto metodu používal převážně na zeminy. Na sdruženém matematicko-experimentálním modelování je prokázáno, že tato nová procedura může přinést nové poznatky v oblasti teorie chování zemin a má dobré využití v praxi.

Vlastní parametry (vlastní deformace a vlastní pnutí) hrají zde roli dodatečných volných parametrů, které pomocí vhodně zvolených funkcionalů vylepšují odhady konstitučních vztahů. Z tohoto hlediska jsou vlastní parametry návrhové parametry pro optimalizační úlohy nejlepšího přiblížení matematického řešení a experimentů (event. měření “in situ”). Mohou upozornit projektanta, že konstituční zákon, který je použit např. ve smyslu Desai, není zcela v pořádku v praktický aplikacích, a ukazují, v jakém směru je potřebné jej upravit. Navíc, mohou upozornit výzkumného pracovníka, že jeho měření není zcela korektní, dokonce, že nepoužil výzkumných prostředků, které jsou vhodné pro výzkum daného problému.

V každém případě, pokud vlastní parametry vykazují velké hodnoty, experimenty by měly být provedeny buď podstatně přesněji, nebo vybraný konstituční vztah není dostatečně výstižný.

Tento výzkum byl podpořen grantem GA ČR číslo 103/99/1035.

6. REFERENCE

- [1] Desai, C. S.: A Consistent Finite Element Technique for Work-Softening Behavior, J. T. Oden et al. (eds.), Int. Conf. On Comp. Meth. in Nonlinear Mechanics, Univ. of Arizona, 1974, 45-54
- [2] Desai, C. S.: Constitutive Modeling Using the Disturbed State Concept, Chapter 8, Continuum Models for Materials with Microstructure, ed. H. Mulhaus, John Wiley & Sons, UK, 1994
- [3] Dvorak, G. J., Procházka, P.: Thick-walled Composite Cylinders with Optimal Fiber Prestress, Composites, Part B, 27B, 1996, 643-649
- [4] Dvorak, G. J., Procházka, P., Srinivas, S.: Design and Fabrication of Submerged Cylindrical Laminates, Part I and Part II, Int. J. Solids & Structures, 1999, 1248-1295
- [5] Kachanov, L. M.: Introduction to Continuum Damage Mechanics, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Netherlands
- [6] Procházka, P., Trčková, J.: Coupled modeling of Concrete Tunnel Lining, Our World in Concrete and Structures, Singapore, 2000, 125-132