

VIBRATION ANALYSIS OF THE CAR GEAR-BOX

V. Zeman, J. Dupal, Z. Hlaváč*, L. Kovář, J. Voldřich†

Summary: The vibration analysis of the car gear-box by the modal synthesis method with reduction number DOF is presented. The method is based on the gear-box decomposition into two subsystems – the interior rotating subsystem and the gear housing – joined by rolling-element bearing couplings. The condensed mathematical model of the gear-box is formulated by means of lower undamped vibration mode shapes of the mutually uncoupled subsystems and stiffness and damping matrices of the couplings. The method is applied to the modal analysis of the coupled gear-box and its steady vibration excited by gear kinematics transmission errors.

Key words: Vibration, car gear-box, modal synthesis method

1 Úvod

Automobilové převodovky představují z hlediska dynamiky složitý a strukturálně variabilní systém těles, jehož vibrační analýza vyžaduje aplikovat techniku substruktur (subsystémů) a redukce počtu stupňů volnosti (kondenzaci). Z možných metodik [1], [2] jsme vybrali metodu modální syntézy s kondenzací, vyvinutou na katedře mechaniky ZČU v Plzni a kromě jiného aplikovanou již dříve na vibrační analýzu rotačního šroubového kompresoru [3], [4]. Metoda je založena na dekompozici systému na subsystémy vázané diskretními vazbami. Z možných variant dekompozice jsme vybrali tu, která umožňuje efektivně využít dříve vyvinutých modelů [5], [6] rotující vnitřní vestavby převodovky uložené k fiktivnímu rámu na poddajných podpěrách (respektují poddajnost ložisek a statickou poddajnost skříňe převodovky) a skříň převodovky. Kondenzovaný model automobilové převodovky lze sestavit na základě modálních veličin navzájem rozpojených a netlumených subsystémů, matic tuhosti a tlumení ložiskových vazeb a buzení od vnitřních zdrojů generovaných v ozubení [7].

2 Kondenzovaný model převodovky

Subsystémy – *vnitřní rotující vestavba* R a *skříň převodovky* S jsou mezi sebou vázány valivými ložisky $L1$ až $L6$ (**obr. 1**). Uvolníme-li oba subsystémy v těchto vnitřních

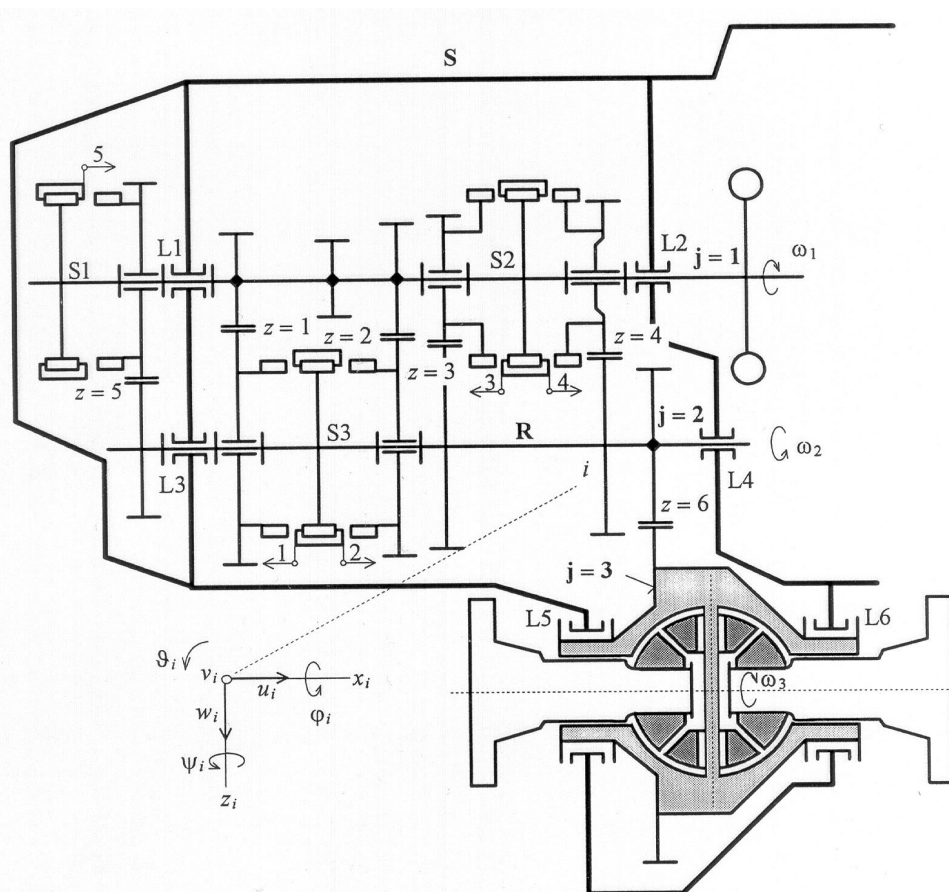
*Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc., Doc. Dr. Ing. Jan Dupal, Doc. RNDr. Zdeněk Hlaváč, CSc., katedra mechaniky Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, e-mail: zemanv@kme.zcu.cz, dupal@kme.zcu.cz, hlavac@kme.zcu.cz

†Dr. Ing. Luděk Kovář, RNDr. Josef Voldřich, CSc., Nové technologie – Výzkumné centrum v západočeském regionu, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, e-mail:kovar@ntc.zcu.cz, voldrich@ntc.zcu.cz

vazbách, model dekomponovaného systému po diskretizaci můžeme napsat ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R(t) + (\mathbf{B}_R + \omega \mathbf{G}_R) \dot{\mathbf{q}}_R(t) + \mathbf{K}_R \mathbf{q}_R(t) &= \mathbf{f}_R(t) + \mathbf{f}_R^C, \\ \mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{q}}_S(t) + \mathbf{B}_s \dot{\mathbf{q}}_S(t) + \mathbf{K}_S(t) \mathbf{q}_S(t) &= \mathbf{f}_S^C, \end{aligned} \quad (1)$$

kde matice a vektory s indexem R (resp. S) přísluší subsystému R (resp. S).



Obr. 1. Schéma převodovky

Model subsystému R o počtu stupňů volnosti $n_R = 372$ byl sestaven v prostředí Matlab [6] dekompozicí na tři komponenty $j = 1, 2, 3$ rotující úhlovou rychlostí ω_j – hnací hřídel s ozubenými koly a synchronními spojkami $S1$ a $S2$ ($j = 1$), hnací hřídel s ozubenými koly a synchronní spojkou $S3$ ($j = 2$) a diferenciál s přírubovým hřídeli ($j = 3$). Jeho matice tlumení a gyroskopických účinků mají proto blokově diagonální strukturu

$$\mathbf{B}_R = \text{diag}(\mathbf{B}_j) + \sum_{z=1}^6 b_z \mathbf{C}_z, \mathbf{G}_R = \text{diag} \left(\frac{\omega_j}{\omega} \mathbf{G}_j \right), \quad (2)$$

kde matice s indexem j přísluší komponentě j . Matice tlumení je doplněna tlumením zubových vazeb, kde koeficient viskózního tlumení ozubení b_z páru spoluzabírajících kol a matice \mathbf{C}_z , definovaná např. v (3.7) v [2] na základě vektorů geometrických parametrů ozubených kol v záběru, jsou přiřazeny zubovým záběrům $z = 1, 2, \dots, 5$ jednotlivých rychlostních stupňů a pro $z = 6$ redukcí.

Uvažujeme-li jako hlavní zdroj buzení převodovky kinematickou úchytku ozubení párů ozubených kol v záběru, vektor vnitřního kinematického buzení v (1) má tvar [2]

$$\mathbf{f}_R(t) = \sum_z \mathbf{c}_z \sum_k \Delta_{z,k} (k_z + ik\omega_z b_z) e^{ik\omega_z t}, \quad (3)$$

kde $\Delta_{z,k}$ je komplexní amplituda k -té harmonické složky kinematické úchytky v zubovém záběru z o frekvenci rovné k -násobku zubové frekvence ω_z . Každému zubovému záběru z je přiřazen vektor $\mathbf{c}_z \in R^{n_R,1}$, definovaný např. v (3.8) v [2] na základě vektorů geometrických parametrů ozubených kol v záběru. V prvním přiblížení jsou tuhost ozubení k_z a koeficient tlumení b_z v zubovém záběru z čelních ozubených kol se šikmými zuby uvažovány v čase konstantní.

Model subsystému S o počtu stupňů volnosti $n_S = 166816$ byl modelován systémem ANSYS [5] diskretizací 4-uzlovými tetrahedry a osmi uzlovými solid prvky. Model subsystému S , vázaného v rovině příruby skříně spojky s blokem motoru jakožto rámem, byl převeden vzhledem k požadavku fyzikální kompatibility se subsystémem R do soustavy SI. Jeho geometrie byla transformována do kartézského souřadnicového systému x, y, z (**obr. 1**) a vnější kroužky ložisek $L1$ až $L6$ byly vestavěny do skříně jako její součást. Součástí subsystému S je též vložený hřídel a ozubené kolo zpátečky.

Interakce mezi subsystémy je v modelu (1) vyjádřena vektory vazbových sil \mathbf{f}_R^C (účinek R na S) a \mathbf{f}_S^C (účinek S na R). Modálními transformacemi

$$\mathbf{q}_R(t) = {}^m\mathbf{V}_R \mathbf{x}_R(t), \quad \mathbf{q}_S(t) = {}^m\mathbf{V}_S \mathbf{x}_S(t), \quad (4)$$

kde ${}^m\mathbf{V}_R \in R^{n_R, m_R}$ a ${}^m\mathbf{V}_S \in R^{n_S, m_S}$ jsou modální submatice netlumených a navzájem rozpojených subsystémů splňující podmínky ortonormality, lze model (1) převést do tvaru

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_R(t) + ({}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{B}_R {}^m\mathbf{V}_R + \omega {}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{G}_R {}^m\mathbf{V}_R) \dot{\mathbf{x}}_R(t) + {}^m\mathbf{\Lambda}_R \mathbf{x}_R(t) &= {}^m\mathbf{V}_R^T (\mathbf{f}_R(t) + \mathbf{f}_R^C), \\ \ddot{\mathbf{x}}_S(t) + {}^m\mathbf{V}_S^T \mathbf{B}_S {}^m\mathbf{V}_S \dot{\mathbf{x}}_S(t) + {}^m\mathbf{\Lambda}_S \mathbf{x}_S(t) &= {}^m\mathbf{V}_S^T \mathbf{f}_S^C, \end{aligned} \quad (5)$$

kde ${}^m\mathbf{\Lambda}_R$ a ${}^m\mathbf{\Lambda}_S$ jsou modální submatice netlumených a navzájem rozpojených subsystémů přiřazené počtu m_R resp. m_S jejich vlastních tvarů kmitu. Vyjádříme-li v systému zobecněných souřadnic $\mathbf{q}(t) = [\mathbf{q}_R^T(t), \mathbf{q}_S^T(t)]^T$ globální vektor vazbových sil \mathbf{f}_C složený ze subvektorů \mathbf{f}_R^C a \mathbf{f}_S^C v linearizovaném tvaru

$$\mathbf{f}_C = -\mathbf{K}_C \mathbf{q}(t) - \mathbf{B}_C \dot{\mathbf{q}}(t) \quad (6)$$

pomocí matice tuhosti \mathbf{K}_C a tlumení \mathbf{B}_C ložiskových vazeb, model (5) lze přepsat do tvaru

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{B} + \omega \mathbf{G} + \mathbf{V}^T \mathbf{B}_C \mathbf{V}) \dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T \mathbf{K}_C \mathbf{V}) \mathbf{x}(t) = \mathbf{V}^T \mathbf{f}(t). \quad (7)$$

Model (7) pro $m_R < n_R$ a nebo $m_S < n_S$ je kondenzován do $m = m_R + m_S$ stupňů volnosti a popisuje kmitání systému v prostoru $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_R^T(t), \mathbf{x}_S^T(t)]^T$ modálních souřadnic navzájem nevázaných subsystémů. Matice v něm figurující mají blokově diagonální tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{B}_R {}^m\mathbf{V}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{diag}(2D_\nu^S \Omega_\nu^S) \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{G}_R {}^m\mathbf{V}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^m\mathbf{V}_S \end{bmatrix}, \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{\Lambda}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^m\mathbf{\Lambda}_S \end{bmatrix}, \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{f}_R(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Tlumení subsystému S předpokládáme proporcionální, charakterizované poměrnými útlumy D_ν^S přiřazenými vlastním tvarům kmitu skříně převodovky o vlastních frekvencích Ω_ν^S .

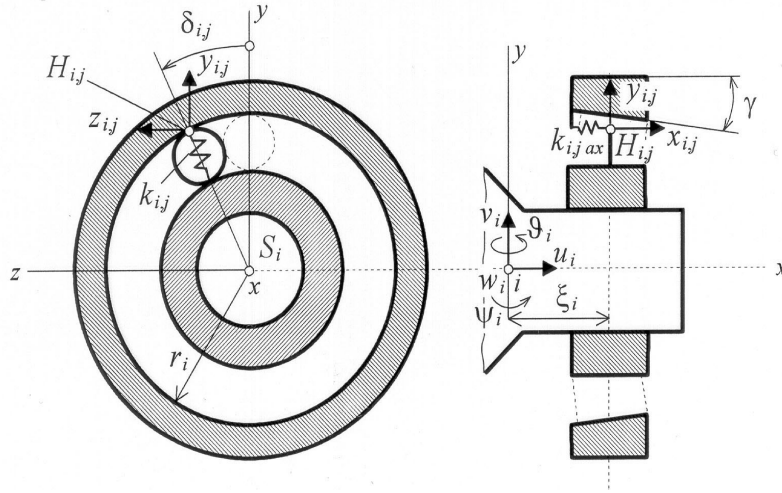
3 Transformovaná matice tuhosti ložiskových vazeb

Kontakt valivých elementů mezi vnitřním a vnějším kroužkem (obr. 2) soustředíme do bodů $H_{i,j}$ na poloměru r_i valivého ložiska se středem S_i . Poloha bodu $H_{i,j}$ je určena úhlem $\delta_{i,j}$ průvodiče od roviny xy a vzdáleností ξ_i od nejbližšího uzlového bodu na hřídeli ve směru osy x . U kuželíkových ložisek s vrcholovým úhlem γ jednotkový vektor $\mathbf{e}_{i,j}$ na dotykové normále bodu $H_{i,j}$ v souřadnicovém systému x, y, z je

$$\mathbf{e}_{i,j} = [\sin \gamma, \cos \gamma \cos \delta_{i,j}, \cos \gamma \sin \delta_{i,j}]^T \quad (8)$$

a v axiálním směru osy x

$$\mathbf{e}_{i,jax} = [1 \ 0 \ 0]^T. \quad (9)$$



Obr. 2. Ložisková vazba

Výchytky uzlu i na hřídeli (u ložisek $L1$ až $L4$ jde o střed ložiska, u kuželíkových ložisek $L5$, $L6$ jde o střed hmotnosti tělesa diferenciálu) uspořádáme do vektoru $\mathbf{q}_i = [u_i, v_i, \psi_i, w_i, \vartheta_i]^T$ a výchytky ve směru os x, y, z vnějšího kroužku ve skříní převodovky v kontaktním bodě $H_{i,j}$ uspořádáme do vektoru $\mathbf{q}_{i,j} = [x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}]^T$. Za předpokladu příčné tuhosti čepů hřídele s vnitřními kroužky a u ložisek $L5$ a $L6$ i tuhého tělesa diferenciálu, deformaci valivého elementu v bodě $H_{i,j}$ lze vyjádřit v radiálním a v axiálním směru ve tvaru

$$d_{i,j} = \mathbf{e}_{i,j}^T (\mathbf{T}_{i,j} \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i,j}), \quad d_{i,jax} = \mathbf{e}_{i,jax}^T (\mathbf{T}_{i,j} \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i,j}), \quad (10)$$

kde matice

$$\mathbf{T}_{i,j} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_i \cos \delta_{i,j} & 0 & r_i \sin \delta_{i,j} \\ 0 & 1 & \xi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\xi_i \end{bmatrix}$$

transformuje vektor \mathbf{q}_i na vektor deformace v kontaktním bodě.

Deformační energii valivého elementu v bodě $H_{i,j}$ vyjádříme ve tvaru

$$E_{i,j} = \frac{1}{2} (k_{i,j} d_{i,j}^2 + k_{i,jax} d_{i,jax}^2), \quad (11)$$

kde $k_{i,j}$ je radiální a $k_{i,j_{ax}}$ axiální tuhost vazby v kontaktním bodě $H_{i,j}$. Matici tuhosti této vazby v globálním souřadnicovém systému vypočítáme z ekvivalence

$$\frac{\partial E_{i,j}}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{K}_{i,j} \mathbf{q}. \quad (12)$$

Nenulovými subvektory jsou zřejmě

$$\frac{\partial E_{i,j}}{\partial \mathbf{q}_i} = \mathbf{A}_{i,j} \mathbf{q}_i + \mathbf{B}_{i,j} \mathbf{q}_{i,j}, \quad \frac{\partial E_{i,j}}{\partial \mathbf{q}_{i,j}} = \mathbf{B}_{i,j}^T \mathbf{q}_i + \mathbf{C}_{i,j} \mathbf{q}_{i,j}. \quad (13)$$

kde podle (10) a (11)

$$\mathbf{A}_{i,j} = k_{i,j} \mathbf{t}_{i,j} \mathbf{t}_{i,j}^T + k_{i,j_{ax}} \mathbf{t}_{i,j_{ax}} \mathbf{t}_{i,j_{ax}}^T \in R^{5,5}, \quad \mathbf{B}_{i,j} = -(k_{i,j} \mathbf{t}_{i,j} \mathbf{e}_{i,j}^T + k_{i,j_{ax}} \mathbf{t}_{i,j_{ax}} \mathbf{e}_{i,j_{ax}}^T) \in R^{5,3},$$

$$\mathbf{C}_{i,j} = k_{i,j} \mathbf{e}_{i,j} \mathbf{e}_{i,j}^T + k_{i,j_{ax}} \mathbf{e}_{i,j_{ax}} \mathbf{e}_{i,j_{ax}}^T \in R^{3,3}, \quad \mathbf{t}_{i,j} = \mathbf{T}_{i,j}^T \mathbf{e}_{i,j}, \quad \mathbf{t}_{i,j_{ax}} = \mathbf{T}_{i,j}^T \mathbf{e}_{i,j_{ax}}.$$

Podle (12) a (13) matice tuhosti vazby v kontaktním bodě $H_{i,j}$ má strukturu

$$\mathbf{K}_{i,j} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \cdots & \mathbf{A}_{i,j} & \cdots & \mathbf{B}_{i,j} & \cdots \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & \mathbf{B}_{i,j}^T & \cdots & \mathbf{C}_{i,j} & \cdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (14)$$

přičemž u radiálních ložisek položíme $k_{i,j_{ax}} = 0$ a u kuličkových a válečkových ložisek je $\gamma = 0$.

Transformovaná matice tuhosti všech ložiskových vazeb v (7) má podle (14) tvar

$$\mathbf{V}^T \mathbf{K}_C \mathbf{V} = \sum_i \sum_j \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{iR}^T \mathbf{A}_{i,j} \mathbf{V}_{iR} & \mathbf{V}_{iR}^T \mathbf{B}_{i,j} \mathbf{V}_{i,jS} \\ \mathbf{V}_{i,jS}^T \mathbf{B}_{i,j}^T \mathbf{V}_{iR} & \mathbf{V}_{i,jS}^T \mathbf{C}_{i,j} \mathbf{V}_{i,jS} \end{bmatrix} \in R^{m,m}, \quad (15)$$

kde $\mathbf{V}_{iR} \in R^{5,m_R}$ je modální submatice subsystému R odpovídající výchylkám $u_i, v_i, \psi_i, w_i, \vartheta_i$ uzlu i a $\mathbf{V}_{i,jS} \in R^{3,m_S}$ je modální submatice subsystému S odpovídající výchylkám $x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}$ uzlového bodu $H_{i,j}$. Transformovaná matice tlumení $\mathbf{V}^T \mathbf{B}_C \mathbf{V}$ má stejnou strukturu, jen parametry tuhosti $k_{i,j}, k_{i,j_{ax}}$ jsou nahrazeny parametry tlumení $b_{i,j}, b_{i,j_{ax}}$.

4 Modální analýza převodovky

Konzervativní část kondenzovaného modelu (7) ve tvaru

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T \mathbf{K}_C \mathbf{V}) \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (16)$$

lze využít pro výpočet vlastních frekvencí Ω_ν a vlastních vektorů $\mathbf{x}_\nu = [(\mathbf{x}_\nu^R)^T, (\mathbf{x}_\nu^S)^T]^T$ pro $\nu = 1, 2, \dots, m$. Vlastní vektory \mathbf{x}_ν normované Euklidovskou normou musí být transformovány podle (4) do vlastních vektorů subsystémů v konfiguračních prostorech svých zobecněných souřadnic na

$$\mathbf{q}_\nu^R = {}^m \mathbf{V}_R \mathbf{x}_\nu^R, \quad \mathbf{q}_\nu^S = {}^m \mathbf{V}_S \mathbf{x}_\nu^S, \quad \nu = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

Subsystém R		Subsystém S		Převodovka		Subsystém R		Subsystém S		Převodovka	
ν	$f_\nu[Hz]$	ν	$f_\nu[Hz]$	ν	$f_\nu[Hz]$	ν	$f_\nu[Hz]$	ν	$f_\nu[Hz]$	ν	$f_\nu[Hz]$
18	414,9	1	174,5	3	174,5	29	1557	20	2241	14	582,4
19	467,2	2	261,4	4	261,4	30	1712	25	2493	15	618,6
20	578,8	3	457,7	5	307,3	35	2835	30	3019	20	875,2
21	783,7	4	671,1	6	358,3	40	3733	40	3724	25	1138
22	936,4	5	799,4	7	375,3	45	5006	50	4186	30	1350
23	1070	6	875,2	8	381,7	50	6247	60	4737	35	1547
24	1098	7	1143	9	417,0	60	9494	70	5206	40	1852
25	1190	8	1198	10	441,7	70	13376	80	5740	45	2050
26	1370	9	1380	11	457,8	80	15673	90	6078	50	2364
27	1497	10	1467	12	460,8	90	22461	100	6530	100	4618
28	1545	15	1805	13	577,0	100	27716	150	8376	150	6579

Tab. 1. Vlastní frekvence subsystémů a převodovky

Pro ilustraci v **tab. 1** uvádíme nenulové vybrané vlastní frekvence navzájem izolovaných subsystémů a celého provázaného systému (převodovky) při zařazeném 2. převodovém stupni v režimu pohonu motorem pro hnací moment $M_1 = 40[Nm]$ a kondenzaci systému na $m = 350$ stupňů volnosti ($m_R = 200, m_S = 150$).

Vlastní tvary kmitů subsystémů jsou zobrazovány graficky a to v prostředí MATLAB pro subsystém R a v prostředí ANSYS pro subsystém S .

5 Ustálené kmity vybuzené kinematickými úchyly ozubení

Ustálené kmity jsou v konfiguračním prostoru $\mathbf{x}(t)$ popsány partikulárním řešením kondenzovaného modelu (7) ve tvaru

$$\mathbf{x}(t) = \sum_z \sum_k \mathbf{x}_{z,k} e^{ik\omega_z t}. \quad (18)$$

Vektory komplexních amplitud $\mathbf{x}_{z,k}$, vyvolané harmonickou složkou kinematické úchyly o amplitudě $\Delta_{z,k}$, jsou podle (3) a (7)

$$\mathbf{x}_{z,k} = [-k^2 \omega_z^2 \mathbf{E} + ik\omega_z (\mathbf{B} + \omega \mathbf{G} + \mathbf{V}^T \mathbf{B}_C \mathbf{V}) + \Lambda + \mathbf{V}^T \mathbf{K}_C \mathbf{V}]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta_{z,k} (k_z + ik\omega_z b_z) \mathbf{V}^T \mathbf{c}_z \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Jejich rozdělením na subvektory $\mathbf{x}_{z,k}^R \in C^{m_R,1}$ a $\mathbf{x}_{z,k}^S \in C^{m_S,1}$ příslušející subsystémům R a S a transformací (4) dostaneme vektory komplexních amplitud zobecněných souřadnic subsystémů

$$\mathbf{q}_{z,k}^R = {}^m \mathbf{V}_R \mathbf{x}_{z,k}^R, \quad \mathbf{q}_{z,k}^S = {}^m \mathbf{V}_S \mathbf{x}_{z,k}^S. \quad (20)$$

Úroveň vibrací subsystémů vyjadřují horní efektivní odhady zobecněných souřadnic

$$\hat{q}_i = \sqrt{\sum_z \sum_k |q_i^{z,k}|^2}, \quad (21)$$

kde $q_i^{z,k}$ jsou souřadnice vektorů $\mathbf{q}_{z,k}^R$ nebo $\mathbf{q}_{z,k}^S$.

Na základě subvektorů $\mathbf{x}_{z,k}^R$, $\mathbf{x}_{z,k}^S$ a deformací valivých elementů podle (10) lze vyjádřit komplexní amplitudy *radiálních a axiálních vazbových sil* v kontaktních bodech $H_{i,j}$ (obr. 2).

$$R_{i,j}^{z,k} = k_{i,j}(1 + i\beta_L k\omega_z)(\mathbf{t}_{i,j}^T \mathbf{V}_{iR} \mathbf{x}_{z,k}^R - \mathbf{e}_{i,j}^T \mathbf{V}_{i,jS} \mathbf{x}_{z,k}^S), \quad (22)$$

$$R_{i,j_{ax}}^{z,k} = k_{i,j_{ax}}(1 + i\beta_L k\omega_z)(\mathbf{t}_{i,j_{ax}}^T \mathbf{V}_{iR} \mathbf{x}_{z,k}^R - \mathbf{e}_{i,j_{ax}}^T \mathbf{V}_{i,jS} \mathbf{x}_{z,k}^S), \quad (23)$$

kde β_L je koeficient proporcionálního tlumení ložiskových vazeb [8].

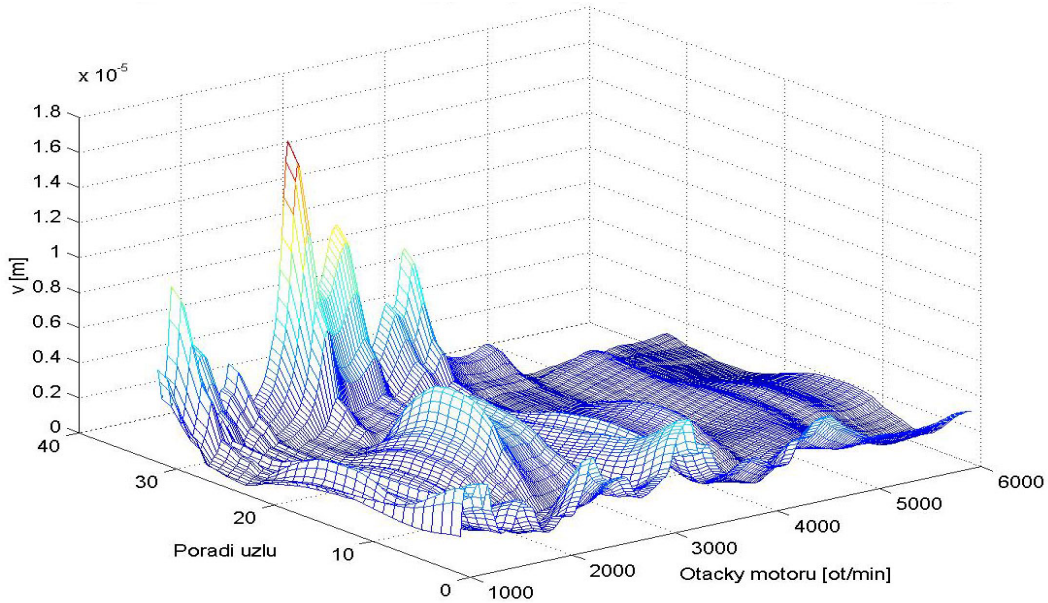
Komplexní amplitudy *dynamických složek sil přenášených ozubením* $p \in \{1, 2, \dots, 6\}$ jsou vyjádřeny výrazem

$$F_p^{z,k} = (k_p + ik\omega_z b_p)(-\mathbf{c}_p^T \mathbf{q}_{z,k}^R + \Delta_{z,k} \delta_{p,z}), \quad (24)$$

kde $\delta_{p,z}$ je Kroneckerův symbol, k_p tuhost ozubení a b_p koeficient tlumení v zubovém záběru p .

Úroveň dynamického zatížení ložisek a ozubení při současném uvažování všech harmonických složek kinematických úchytek ve všech zubových záběrech je dána horními efektivními odhady příslušných sil ve smyslu vztahu (21).

Pro ilustraci na obr. 3 uvádíme horní efektivní odhady příčných výchylek uzlů hnacího hřídele ve směru osy y při buzení kinematickými úchytkami $\Delta_{2,1} = 2,05$, $\Delta_{2,2} = 1,025$, $\Delta_{2,3} = 0,683$ v zubovém záběru $z = 2$ a $\Delta_{6,1} = 3,14$, $\Delta_{6,2} = 1,57$, $\Delta_{6,3} = 1,05$ [μ] v zubovém záběru $z = 6$ v závislosti na otáčkách motoru $n \in \langle 1000, 6000 \rangle$ [ot/min]. Dynamickou odezvu komponent vnitřní rotující vestavby dynamicky provázané se skříní převodovky je možné konfrontovat s odezvou vyšetřenou za předpokladu uložení hřídelů a diferenciálu k fiktivnímu rámu na poddajných podpěrách [6], [7].



Obr. 3. Příčné výchylky uzlů hnacího hřídele ve směru osy y

6 Závěr

Metoda umožňuje analyzovat dynamické vlastnosti převodovek dekomponovaných na rotorovou a statorovou část, provázanou ložiskovými vazbami. Velkou výhodou metody je

možnost nezávislého modelování obou subsystémů v různém programovém prostředí (zde MATLAB a ANSYS). Matematický model rotorové části je v důsledku zařazení různých převodových stupňů i provozních režimů (pohon nebo brzdění motorem) variabilní.

Tvarově složitá skříň převodovky, zobrazená po diskretizaci modelem o $10^5 \div 10^6$ stupňů volnosti se výrazněji uplatňuje v kondenzovaném modelu převodovky modálními vlastnostmi ve frekvenčním spektru zhruba dvojnásobném vzhledem k uvažovanému spektru buzení a lze ji výrazně kondenzovat na $10^2 \div 2 \cdot 10^2$ stupňů volnosti. Rotorová část vykazuje poněkud vyšší hodnoty vlastních frekvencí a lze ji kondenzovat na nižší počet stupňů volnosti. Kondenzovaný model dynamicky provázané převodovky na úroveň cca $2 \cdot 10^2 \div 5 \cdot 10^2$ stupňů volnosti je použitelný pro vyšetřování dynamické odezvy na vysokofrekvenční zdroje buzení generované v zubových záběrech. Úroveň kondenzace modelu převodovky závisí na zařazeném převodovém stupni (nejnižší počet stupňů volnosti vyhovuje při 1. převodovém stupni a zpětném chodu a naopak nejvyšší při zařazeném 5. převodovém stupni).

Metoda modální syntézy s kondenzací umožňuje efektivně vyšetřit dynamickou odezvu v konfiguračním prostoru modálních souřadnic rozpojených subsystémů a poté ji transformovat do zobecněných souřadnic subsystémů a graficky ji zobrazovat v příslušném programovém prostředí.

Uvedenou metodiku lze využít pro porovnání různých konstrukčních alternativ nebo vlivu konstrukčních změn převodovek na dynamické vlastnosti.

Příspěvek byl vypracován v rámci výzkumného záměru MSM 235200003 katedry mechaniky Fakulty aplikovaných věd ve spolupráci s Výzkumným centrem Nové technologie na Západočeské univerzitě v Plzni.

References

- [1] Papadrakakis, M.: Solving Large – scale Problems in Mechanics, John Wiley, 1993
- [2] Zeman, V. – Kovář, L.: Modelování dynamických vlastností hřídelových a rotorových soustav. Inženýrská mechanika, roč. 6, 1999, č. 1, s. 45-61.
- [3] Zeman, V. – Rosenberg, J. – Švígler, J. – Kovář, L. – Pašek, M.: Analyse der erregten Schwingungen bei Schraubenkompressoren. Schraubenmaschinen 98, VDI Berichte 1391, VDI Verlag GmbH Düsseldorf, 1998, s. 17-31.
- [4] Zeman, V.: Dynamics of rotating machines by the modal synthesis method. Proceedings of Tenth World Congress IFToMM, vol. 4, Dynamics of Nonlinear Oscillations, Rotor Dynamics, Software Development, University of Oulu, Finland, 1999, s. 1668-1673.
- [5] Zeman, V. – Dupal, J. – Hlaváč, Z. – Voldřich, J.: Modelování kmitání a modální analýza komponent převodovky MQ200. Výzkumná zpráva č. 102-03-00, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, srpen 2000 (omezená distribuce).
- [6] Zeman, V. – Dupal, J. – Hlaváč, Z. – Voldřich, J.: Kmitání vnitřní vestavby převodovky MQ200. Výzkumná zpráva č. 102-04-00, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, listopad 2000 (omezená distribuce).
- [7] Zeman, V. – Hlaváč, Z.: Using of the modal synthesis method and condensation in dynamics of machines. Colloquium Dynamics of machines 2001, Inst. of Thermomechanics AS CR, Prague, 2001, s. 235-242. 8. Krämer, E.: Dynamics of Rotors and Foundations. Springer Verlag, Berlin, 1993.
- [8] Krämer, E.: Dynamics of Rotors and Foundations. Springer Verlag, Berlin, 1993.