



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svatka, Česká republika

**VLIV OMEZENÍ DEPLANACE NA NAPJATOST A DEFORMACI
TENKOSTĚNNÝCH OTEVŘENÝCH NOSNÍKŮ**

A.Čalkovský, J.Petruška*

Předložená práce se zabývá problematikou napjatosti a deformace konstrukčních prvků typu tenkostěnných nosníků s otevřeným příčným průřezem. Je uvedeno srovnání analytických, numerických a experimentálních výsledků řešení vybraných úloh a jsou formulovány zobecňující závěry.

Klíčová slova: tenkostěnné nosníky, deplanace, vázaný ohyb a krut, MKP

1 Úvod

Je známo, že u tenkostěnných nosníků dochází v důsledku nespojitosti geometrie nebo působícího vnějšího zatížení k omezení deplanace příčných průřezů, jehož důsledkem je vznik druhotné napjatosti. Míra ovlivnění vnitřních sil, jejich rozložení podél osy nosníku a střednice příčného průřezu byla v minulosti předmětem teoretických rozborů [1], [4], [5], [7], experimentálních studií [2], [3] a v poslední době i numerických analýz [6]. V příspěvku uvádíme srovnání uvedených přístupů, jehož cílem není jen posouzení konkrétních případů, ale především formulace zobecňujících závěrů. Ty by měly na jedné straně posoudit oprávněnost pracovních hypotéz, používaných při analytickém řešení problémů, na druhé straně pak zdůraznit význam teorie při interpretaci numerických výsledků, což bývá při počítačovém řešení někdy neoprávněně opomíjeno.

Při analytickém řešení uvedené problematiky se vychází ze dvou základních pracovních hypotéz, které se týkají zkosu v rovině stěny nosníku $\gamma = (\partial w / \partial s) + (\partial u / \partial z)$,

kde w je posuv bodů střednice průřezu v podélném směru z ,

u je posuv bodů střednice průřezu v tečném směru s (viz obr.1) .

První z pracovních hypotéz, označovaná jako teorie deplanace, předpokládá nulový zkos v rovině stěny, $\gamma = 0$. Jedná se tedy o analogii klasické Bernoulliovy hypotézy ohybu nosníků, aplikované na střednicovou plochu stěny nosníku. Vzhledem k obecnému tvaru průřezu však uvedený předpoklad vede k deplanaci příčných průřezů deformovaného nosníku. Teorie deplanace je v dobrém souladu s realitou v případě dlouhých prizmatických nosníků bez okrajových vlivů a umožňuje jako prvotní stanovit průběhy podélných napětí.

Druhá z používaných hypotéz je tzv. teorie zkosu, předpokládající nulovou deplanaci $(\partial w / \partial s) = 0$. Platnost této teorie je omezena na krátké nosníky v okolí vetknutí, případně v okolí tvarové nespojitosti konstrukce (výřezy, výztuhy). Zabránění deplanace v okolí

uvedených míst má za následek vznik přídatné (druhotné) napjatosti, která může být z hlediska hodnocení pevnosti rozhodující.

Důležitými geometrickými charakteristikami obou teorií jsou body příčného průřezu, kterými prochází výslednice smykových napětí působících v daném průřezu. Jedná se o střed (ohybového) smyku C_ω pro teorii deplanace a střed zkosu C_γ pro teorii zkosu. - viz obr.2. Zároveň se jedná o body, kolem nichž se příčný průřez natáčí v případě zatížení nosníku pouze na krut, jsou-li dokonale splněny předpoklady jedné či druhé teorie. Právě poloha skutečného středu krutu C_k vůči C_ω , C_γ a napjatost nosníku jsou veličinami, jejichž pomocí budeme kvantifikovat míru uplatnění jednotlivých teorií na chování skutečného nosníku a tím i vliv jednotlivých efektů, spojených se zabráněním deplanace. Budou přitom využity jak výsledky experimentů dle [2]-[4], tak i výpočtové modelování pomocí MKP.

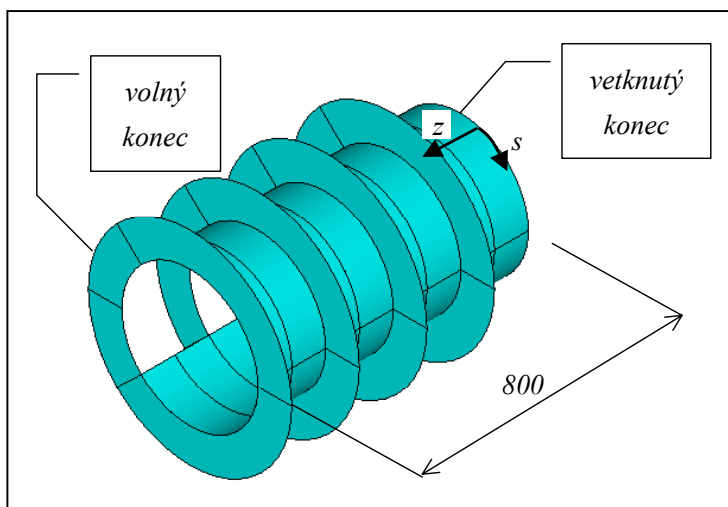
2 Řešený nosník

Základní rozměry nosníku a poloha charakteristických bodů C_ω , C_γ jsou uvedeny na obr.1,2,4. Délka 800 mm byla zvolena záměrně jako dvojnásobek průměru střednicové plochy nosníku, neboť pro uvedené geometrické poměry lze očekávat významný vliv omezení deplanace na napjatost a deformaci. Tloušťka stěny nosníku byla 2,15 mm, příčných žebér 5,0 mm. Otevřené okraje válcové stěny byly opatřeny podélnými výztuhami v podobě trubky $\varnothing 11,6 \times 1,8$ mm. Materiál je novodur se základními charakteristikami $E = 3200$ MPa, $\mu = 0,39$.

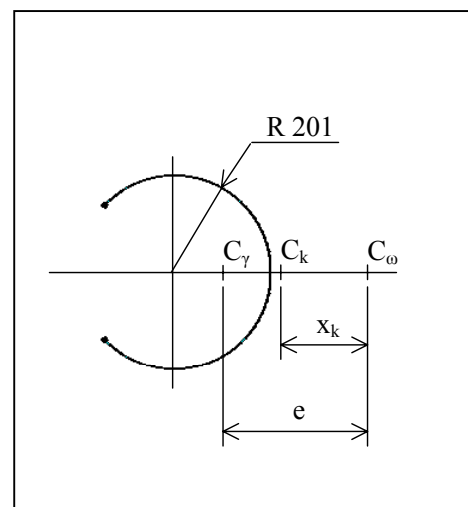
Výpočtový model je uveden na obr.3, je tvořen skořepinovými prvky SHELL93 v kombinaci s menším počtem prutových prvků PIPE16, celkem obsahuje cca 80.000 neznámých. Vzdálenější konec v pohledu obr.1,3 je vetknut, na bližším volném konci jsou zaváděna jednotlivá zatížení dle následujícího odstavce.

Zatížení bylo postupně realizováno osamělými silami o velikosti 100 N, působícími na volném konci nosníku, jak je souhrnně uvedeno na obr.4. Pouze krouticí moment byl zadán pomocí dvojice sil $F_1 = F_2 = 50$ N. Síly F_3 , F_4 , a F_6 působí ve významných bodech C_ω , C_γ a C_k .

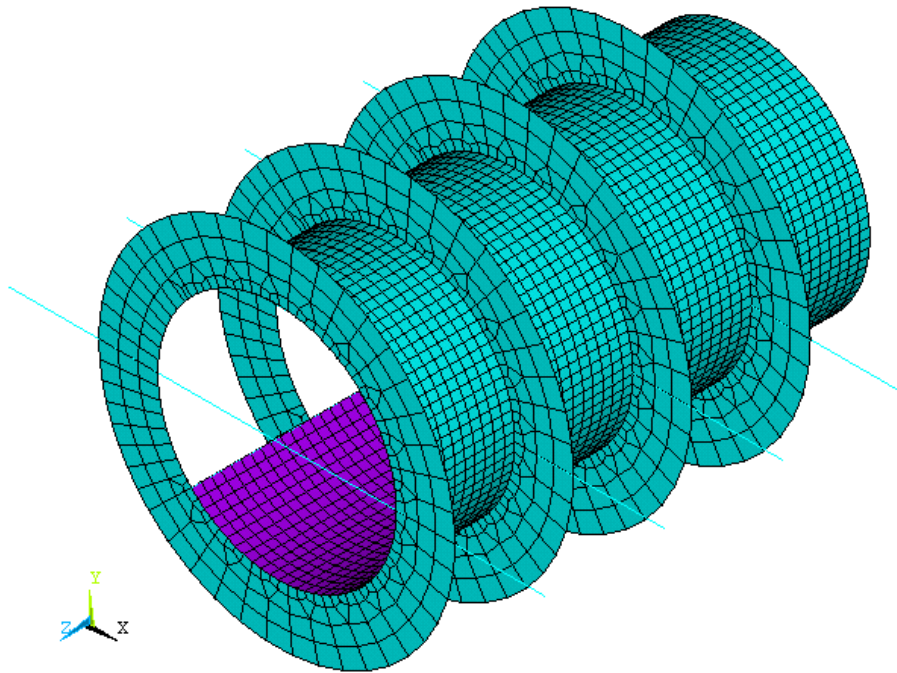
Průhyby byly měřeny ve dvou místech na ose symetrie příčného průřezu, jak je uvedeno na obr.5.



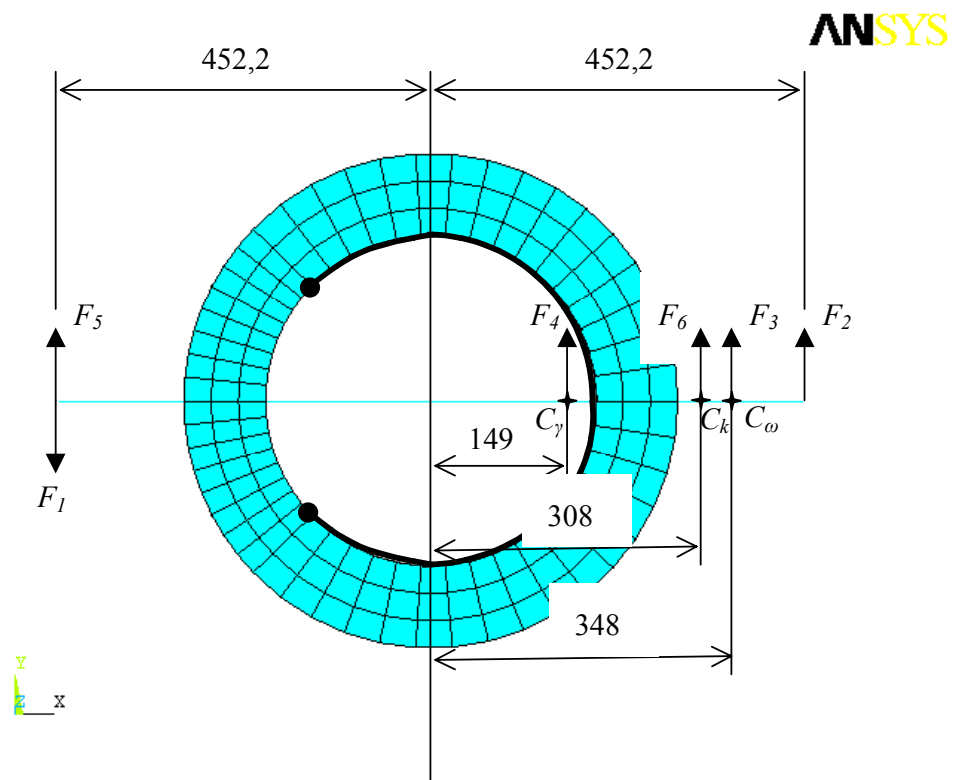
Obr.1 Řešená konstrukce



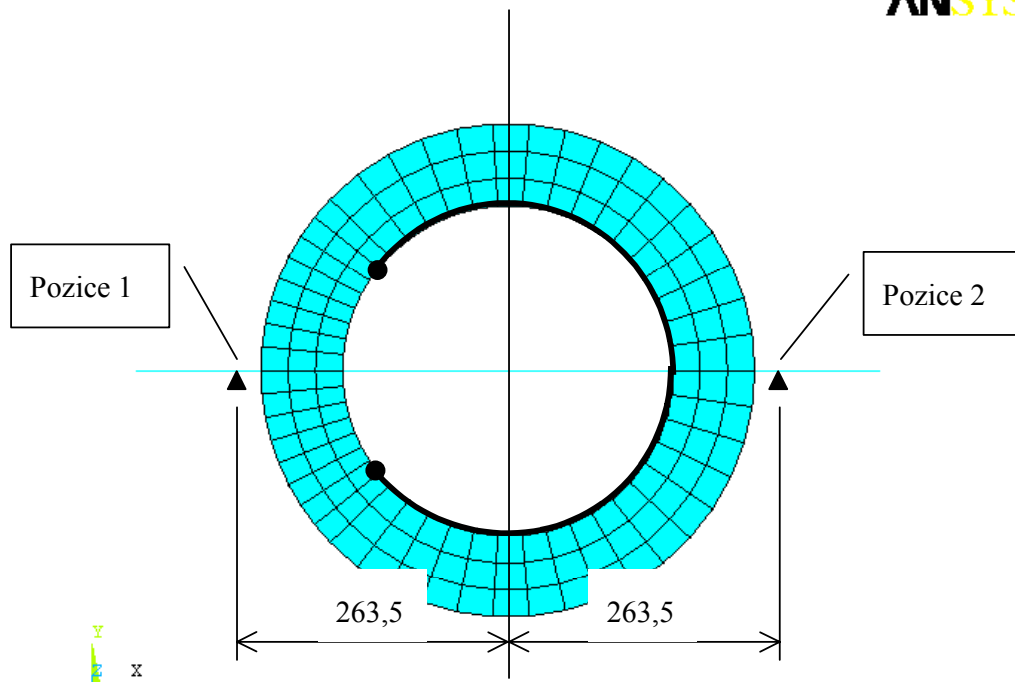
Obr.2 Příčný průřez



Obr.3 Použitá síť



Obr.4 Přehled jednotlivých zatížení na volném konci nosníku



Obr.5 Poloha měřicích míst průhybů

3 Výpočtové a experimentální výsledky

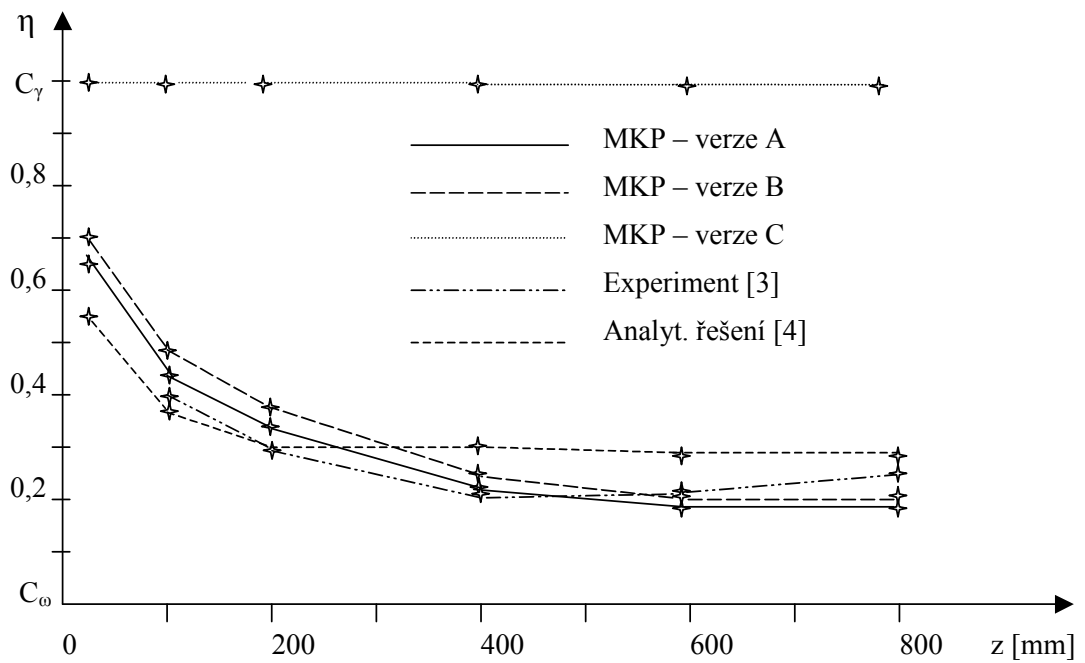
3.1 Zatížení kroučícím momentem – poloha středu krutu

Deformace nosníku je při daném zatížení charakterizována středem krutu C_k , tj. bodem, kolem něhož se příčný průřez natáčí. Při dokonalém splnění předpokladů teorie deplanace je $C_k \equiv C_\omega$, pro teorii zkosu naopak $C_k \equiv C_\gamma$. Pro reálný nosník střední délky se po délce nosníku v různé míře uplatňují obě zmíněné teorie a střed krutu se nalézá mezi oběma extrémními polohami. Poloha středu krutu $\eta = x_k/e$ dle obr.2 je po délce nosníku proměnná, jak je uvedeno na obr.6. Na uvedeném obrázku jsou vzájemně srovnány výsledky experimentální, analytické a numerické pro tři verze výpočtu MKP:

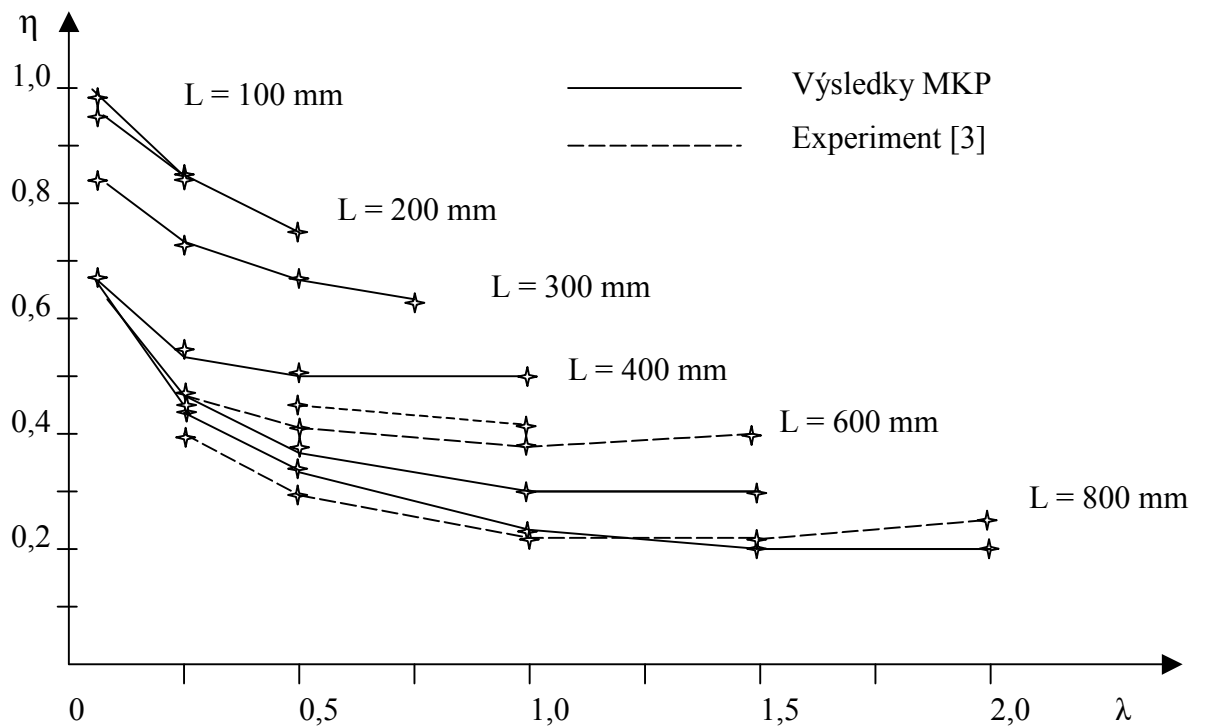
- verze A: geometrie výpočtového modelu odpovídá experimentu
- verze B: ve výpočtu uvažována dvojnásobná tloušťka žeber oproti experimentu
- verze C: výpočtově bylo zabráněno deplanaci celého modelu předepsáním nulového axiálního posuvu w všem uzlům sítě MKP

Zatímco výpočty dle verze A, B dávají dobrou shodu s experimenty, verze C umožnila numericky simulovat podmínky teorie zkosu, což není experimentálně možné. Shoda verze C s výsledky dle teorie zkosu potvrzuje oprávněnost předpokladů uvedené teorie pro nosníky s omezenou deplanací.

Vliv délky nosníku na polohu C_k je patrný z obr.7. Délka nosníku je zde charakterizována relativní souřadnicí $\lambda = L/D$, kde L je délka, D průměr válcové plochy průřezu. Výsledky jasně prokazují postupné přibližování středu krutu C_k ke středu zkosu C_γ při zkracování délky nosníku.



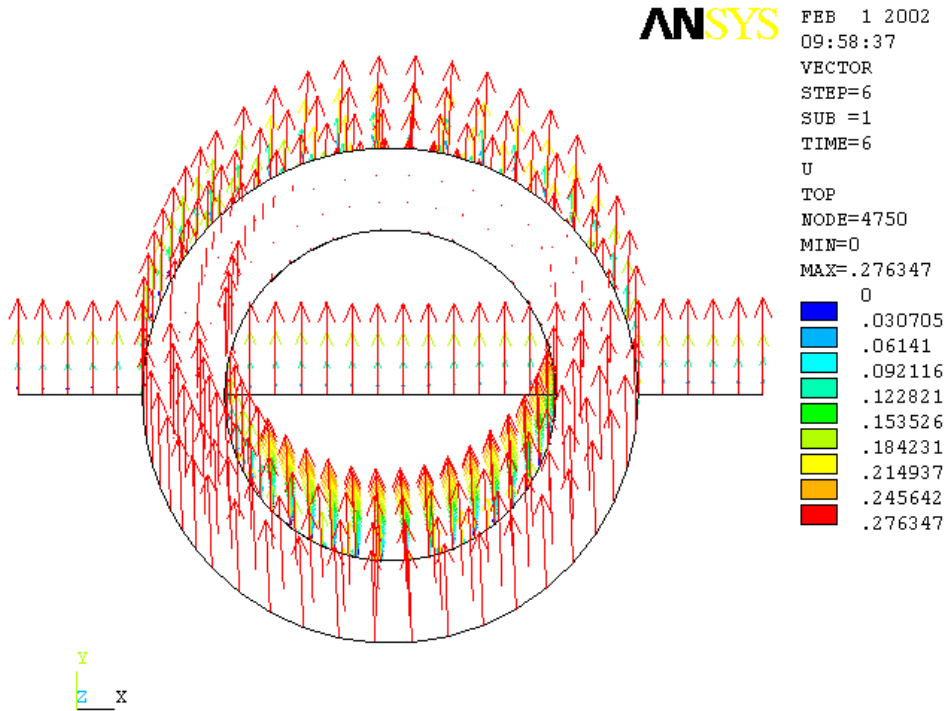
Obr.6 Relativní poloha středu krutu vůči středu ohybu C_ω a středu zkосу C_γ



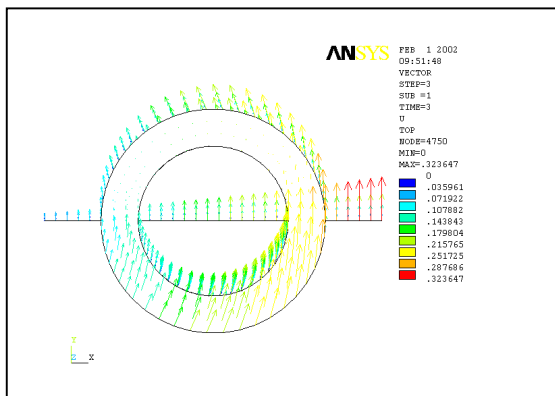
Obr.7 Relativní poloha středu krutu pro nosníky různé délky

3.2 Zatížení osamělou silou

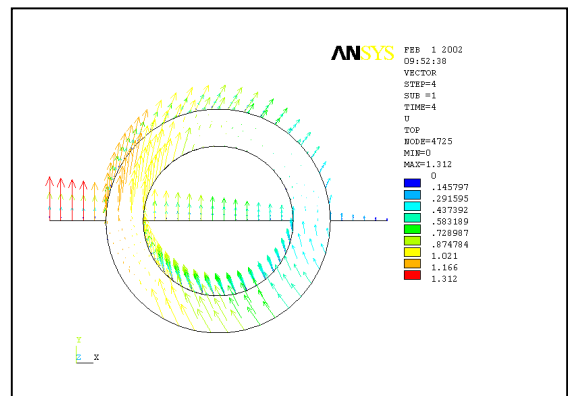
Pro ilustraci významu správného určení polohy C_k uvádíme v následujícím odstavci výsledky průhybů pro tři zatěžovací stavy – zatížení silami F_3 , F_4 , a F_6 dle obr.4. Srovnání s experimentem v tab.1 uvádí hodnoty průhybů ve vybraných měřicích bodech dle obr.5, vektorové zobrazení vypočtených průhybů je na obr.8-10. Z numerických výsledků je patrné, že pouze síla F_6 , působící ve středu krutu C_k , způsobuje ohyb nosníku bez současného zkrucování.



Obr.8 Průhyb při zatížení silou F_6 v bodě C_k



Obr.9 Průhyb při zatížení silou F_3 v bodě C_ω



Obr.10 Průhyb při zatížení silou F_4 v bodě C_γ

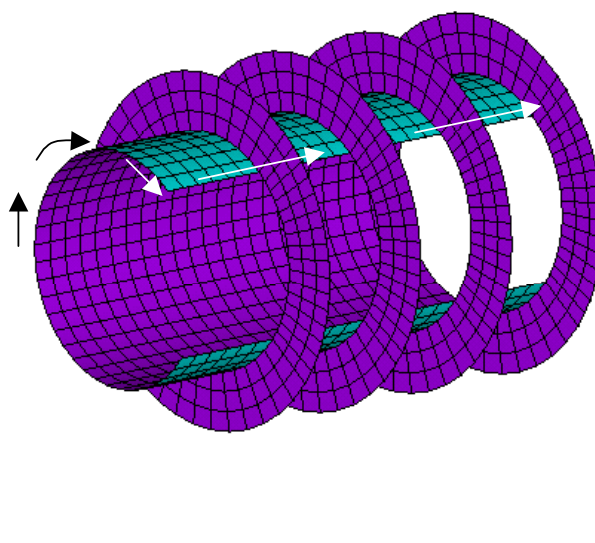
Tab.1 Průhyb volného konce nosníku

Zatížení silou	Výsl.	Průhyb [mm]	
		Pozice 1	Pozice 2
F_3 v bodě C_ω	MKP	0,10	0,25
	Exp.	0,10	0,17
F_4 v bodě C_γ	MKP	1,06	0,33
	Exp.	1,16	0,39
F_6 v bodě C_k	MKP	0,265	0,266
	Exp.	nebylo měřeno	nebylo měřeno

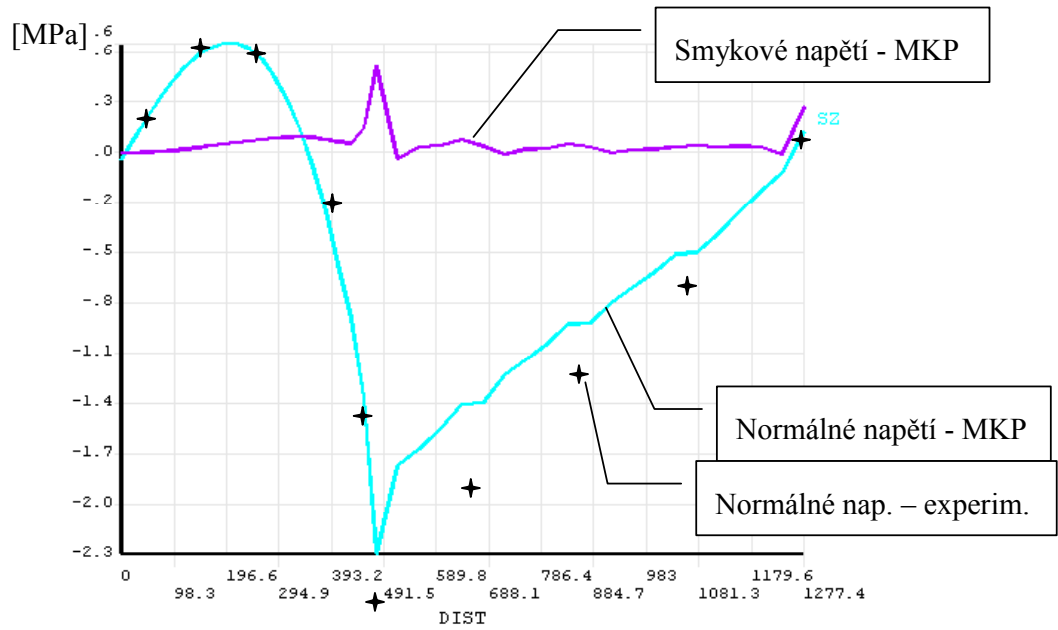
3.3 Průběhy napětí

Napětí σ_z ve směru podélné osy z bylo měřeno tenzometricky na stěně nosníku a na povrchu podélných okrajových výztuh. Na obr.12 a 13 jsou srovnány naměřené hodnoty s výpočtovými výsledky MKP, a to podél linie kopírující polovinu vetknutí a okrajovou výztuhu, jak je vyznačeno na obr.11. Pro srovnání byly vybrány zatěžovací stavy s významnou krutovou složkou. V prvním případě se jedná přímo o zatížení krutícím momentem, ve druhém případě o zatížení osamělou silou F_5 dle obr.4. Průběhy napětí σ_z jsou v dobrém souladu s výsledky experimentu, v oblasti podélné výztuhy jsou měřené hodnoty o 10-20% vyšší. Pravděpodobnou příčinou uvedené odchylky je rozdíl mezi výpočtovým a experimentálním modelem v detailu spojení stěny nosníku a podélné výztuhy. Tomuto problému bude nutno ještě věnovat pozornost. Celkový pohled na rozložení podélných napětí při krutu poskytuje obr.14. Ve všech uvedených případech je patrný vliv zamezení deplanace v blízkosti vetknutí na vznik druhotných podélných napětí.

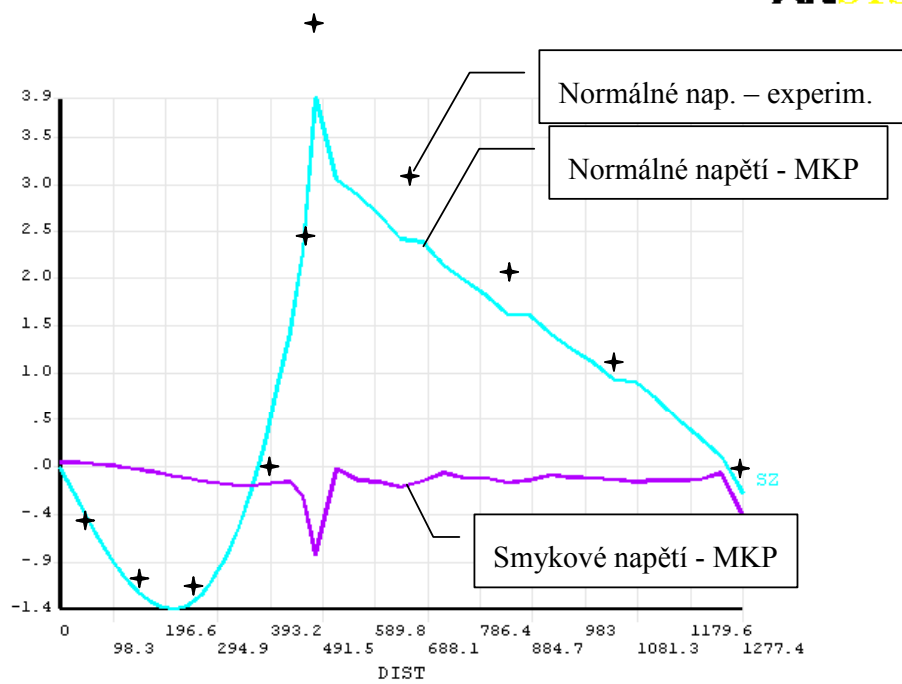
ANSYS



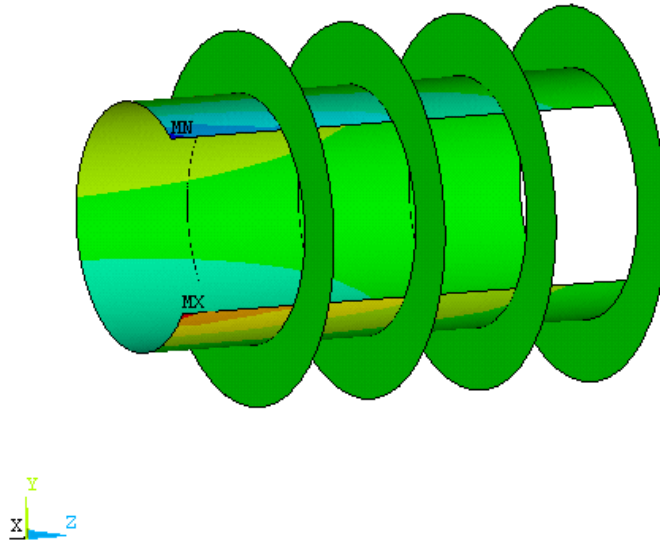
Obr.11 Linie, podél níž jsou vykresleny průběhy napětí na obr.12 - 13



Obr.12 Normální a smykové napětí podél linie dle obr.11 při zatížení krutem [MPa]



Obr.13 Normální a smykové napětí podél linie dle obr.11 při zatížení silou F_5 [MPa]



Obr.14 Normální napětí při zatížení krutem [MPa]

4 Závěr

V předložené práci byly sledovány dvě základní charakteristiky – průhyb, resp. natočení a napětí u nosníku otevřeného průřezu, na jednom konci vetknutého a na volném konci zatíženého osamělými silami nebo kroutícím momentem.

Při rozboru a vzájemném srovnání numerických a experimentálních výsledků bylo nutno v některých případech překonávat problémy, kterým se s ohledem na vymezený prostor můžeme vyjádřit jen okrajově. Jednalo se na jedné straně o malou přesnost experimentálně určených natočení v případech, kdy silové zatížení působilo v blízkosti bodu C_k a malé průhyby tak byly při absenci krutu zatíženy relativně velkou chybou měření. Na druhé straně bylo nutno z podobných důvodů podstatně zvýšit hustotu diskretizace numerických výpočtů, jak je patrné např. ze srovnání sítí MKP na obr.3 a 11. I přes uvedené dílčí problémy je možno konstatovat, že výsledky numerické, analytické i experimentální jsou ve vzájemném souladu jak po stránce kvalitativní, tak i z hlediska absolutních hodnot sledovaných veličin.

Dosažené výsledky umožnily zejména vymežit oblasti platnosti klasických teorií, používaných při analytickém řešení tenkostěnných otevřených nosníků. Numerickým experimentem byly ověřeny důsledky základního předpokladu teorie zkosu a byla tak ilustrována oprávněnost použití uvedené teorie pro případ nosníků s omezenou deplanací. Z polohy středů krutu i z rozdělení napětí po délce nosníku bylo možno posoudit míru splnění pracovních předpokladů zmíněných teorií v závislosti na štíhlosti nosníku $\lambda = L/D$. Zatímco teorie zkosu hraje rozhodující úlohu pro štíhlost $\lambda < 1$, pro λ

v rozmezí 1-1,5 se výrazněji projevuje vliv deplanace. Pro větší štíhlosti jsou již výsledky dle teorie deplanace rozhodující, přesto však i při $\lambda = 2$ jsou odchylky způsobené vetknutím konce jasně patrné jak na průběhu napětí, tak na poloze středu krutu.

Literatura

- [1] Klimov, V.I.: Rasčet otkrytych oboloček tipa aviakonstrukcij, Oborongiz, Moskva, 1957
- [2] Holub, R.: Experimentální řešení průběhu napětí a deformací v tenkostěnné otevřené konstrukci pomocí kovového, elasticky podobného modelu, Zpráva VAAZ Brno, 1968
- [3] Čalkovský, A.: Experimentální řešení průběhů napjatosti v tenkostěnné otevřené konstrukci, Tech. zpráva VAAZ Brno, 1968
- [4] Čalkovský, A.: K výpočtu rozložení napětí v tenkostěnné konstrukci, Sborník VAAZ Brno, 1977
- [5] Hýča, M.: How Many Shear-Centers of Thinwalled Beam Do Exist and What Is the Difference among Them?, Proc. 3rd EUROMECH Conference, Stockholm, 1977
- [6] Vitek, K., Petruška, J., Holý, S.: The Finite Element Method in Teaching Thin-Walled Structures, Proc. Workshop 2000, Praha, 2000
- [7] Hýča, M.: Predicting Shear Center Location in Thinwalled Beam Cross-section Allowing for Mid-surface Shear Strains, Proc. Engineering Mechanics'97, Vol.1, p.109, Svratka, 1997