Národní konference s mezinárodní účastí

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

ANALÝZA RŮZNÝCH DRUHŮ TLUMENÍ TLAKOVÝCH A PRŮTOKOVÝCH PULSACÍ

Vladimír HABÁN, František POCHYLÝ

Abstrakt

V práci je odvozena přenosové matice tlumících účinků v závislosti na paměťové funkci kapaliny, druhé viskozitě a modelu standardního tělese trubice. Na základě této přenosové matice je provedeno výpočtové modelování tlakových pulsací v trubici. Tlumící účinek je určován z amplitudově frekvenční charakteristiky, a z vypočtených vlastních čísel.

Řešené rovnice

Pro výpočtové modelování tlakových a průtokových pulzací ve větvených hydraulických obvodech bylo použito metody přenosových matic, která je založena na řešení linearizované rovnice silové rovnováhy makroskopické částice, a rovnice kontinuity.

Rovnice kontinuity má tvar: $$\frac{d}{dt}\int_{\Delta V(t)} \rho \cdot dV = 0$$

(1)

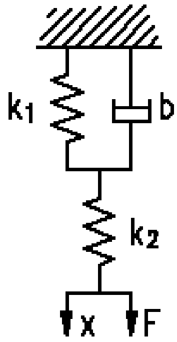
po úpravách dostaneme: $$\frac{1}{{v_0}^2}\cdot\frac{dp}{dt}\cdot S(x,t)+\rho\cdot\frac{\partial Q}{\partial x}+\rho\cdot\frac{\int_P c\cdot n\cdot dS}{dx}=0$$

(2)

kde v_0 rychlost zvuku v kapalině, ρ hustota, S plocha průřezu trubice.

s uvažováním modelu materiálu trubice jako standardního tělesa obr.1 dostaneme pro integrál přes plochu trubice vztah(3).

Ing. Habán Vladimír Ph.D. - VUT FSI EU OHSaZ Brno, Technická 2, 616 69 Brno ČR,
Tel.:+420541142337, mail.:haban@eu.fme.vutbr.cz
Prof.Ing. František Pochylý CSc. - VUT FSI EU OHSaZ Brno, Technická 2, 616 69 Brno ČR,
Tel.:+420541142335, mail.:pochyly@eu.fme.vutbr.cz



$$\int_P c \cdot n \cdot dS = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \dot{\varepsilon}_{11} \cdot dx$$

(3)

kde pro deformaci lze psát vztah s využitím konvolučního integrálu ve tvaru:

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{R}{\Delta \cdot E_2} \cdot \dot{p} + \frac{R}{\Delta \cdot b} \cdot \int_0^t e^{-\frac{E_1}{b}(t-\tau)} \cdot \dot{p}(\tau) \cdot d\tau$$

(4)

Obr.1.

Po Laplaceově transformaci podle času dosazením (4) do (3) a (2) dostaneme pro rovnici kontinuity tvar (5)

$$s \cdot \sigma + \frac{\rho \cdot v^2}{S} \cdot \frac{1 + s \cdot \dfrac{b}{E_1}}{1 + s \cdot \dfrac{b \cdot (\Delta \cdot E_2 + 2 \cdot \rho \cdot R)}{\Delta \cdot E_1 \cdot E_2 + 2 \cdot \rho \cdot R \cdot (E_1 + E_2)}} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

(5)

kde s parametr Laplaceovy transformace, v rychlost zvuku v trubici, s Laplaceův obraz tlaku, E_1 a E_2 materiálové konstanty trubice (tuhosti), b materiálová konstanta trubice (tlumení), Δ tloušťka stěny trubice, R poloměr trubice.

Pohybová rovnice kapaliny v trubici má tvar:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{S}{\rho \cdot v_0^{\,2}} \cdot (2 \cdot \nu + \xi) \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t \cdot \partial x} + \frac{2 \cdot S}{\rho} \cdot \left[\frac{R}{\Delta \cdot E_2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t \cdot \partial x} + \frac{R}{\Delta \cdot b} \cdot \int_0^t e^{-\frac{E_1}{b} \cdot (t-\tau)} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \tau \cdot \partial x} \cdot d\tau \right] +$$

$$\frac{\nu^2}{R^4} \cdot \int_0^t \Gamma(t-\tau) \cdot Q(\tau) \cdot d\tau + \frac{S}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

(6)

kde ξ druha kinematická viskozita tekutiny, Γ paměťová funkce rychlostního profilu.

Po Laplaceově transformaci dostaneme:

$$s \cdot q + s \cdot \frac{S}{\rho \cdot v_0^{\;2}} \cdot (2 \cdot \nu + \xi) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{2 \cdot S}{\rho} \cdot \left[\frac{s \cdot R}{\Delta \cdot E_2} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{R}{\Delta \cdot b} \cdot \frac{s}{s + \frac{E_1}{b}} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] +$$

$$\frac{\nu^2}{R^4} \cdot \psi \cdot q + \frac{S}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0$$

(7)

Po úpravách získáme vztah (8).

$$q \cdot \left(s + \frac{\nu^2}{R^4} \cdot \psi \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot \left(\frac{S}{\rho} + s \cdot \frac{S}{\rho \cdot v_0^{\;2}} \cdot (2 \cdot \nu + \xi) + \frac{2 \cdot S}{\rho} \left[\frac{s \cdot R}{\Delta \cdot E_2} + \frac{R}{\Delta} \cdot \frac{s}{b \cdot s + E_1} \right] \right) = 0$$

(8)

Zavedením konstant ve tvaru

$$A = \frac{S}{\rho} \cdot \left\{ 1 + s \cdot \left[\frac{(2 \cdot \nu + \xi)}{v_0^{\;2}} + \frac{D}{\Delta} \cdot \left(\frac{1}{E_2} + \frac{1}{b \cdot s + E_1} \right) \right] \right\}$$

(9)

$$B = s \cdot \left\{ 1 + \frac{2 \cdot J_1\left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right)}{2 \cdot J_1\left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) - R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \cdot J_0\left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right)} \right\}$$

(10)

$$C = \frac{\rho \cdot v^2}{S} \cdot \frac{1 + s \cdot \frac{b}{E_1}}{1 + s \cdot \frac{b \cdot (\Delta \cdot E_2 + 2 \cdot \rho \cdot R)}{\Delta \cdot E_1 \cdot E_2 + 2 \cdot \rho \cdot R \cdot (E_1 + E_2)}}$$

(11)

lze psát rovnici kontinuity $B \cdot q + A \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0$

(12)

a rovnici rovnováhy ve tvaru $s \cdot \sigma + C \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$

(13)

nebo v maticovém zápisu obě rovnice

$$\begin{Vmatrix} B & 0 \\ 0 & s \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} q \\ \sigma \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & A \\ C & 0 \end{Vmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \begin{Vmatrix} q \\ \sigma \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix}$$
(14)

Zavedením konstant

$$\gamma = \frac{s}{C}$$
(15)

$$\mu = \frac{B}{A}$$
(16)

$$\lambda^2 = \gamma \cdot \mu = \frac{s \cdot B}{A \cdot C}$$
(17)

lze získat přenosovou matici trubice ve tvaru:

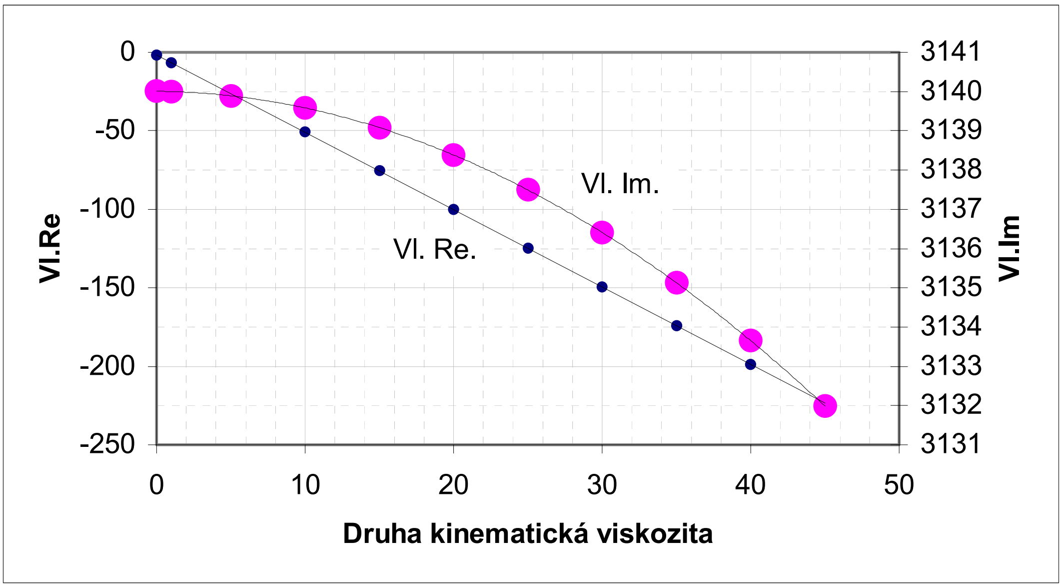
$$\mathbf{P}(x, s) = \begin{Vmatrix} \mathrm{ch}(\lambda \cdot x) & -\frac{\gamma}{\lambda}\mathrm{sh}(\lambda \cdot x) \\ -\frac{\mu}{\lambda} \cdot \mathrm{sh}(\lambda \cdot x) & \mathrm{ch}(\lambda \cdot x) \end{Vmatrix}$$
(18)

Přenosová matice vyjadřuje přenos mezi stavovým vektorem na počátku trubice a v x-ove souřadnici trubice.

Tato přenosová matice je formálně stejná jako přenosová matice bez uvažování tlumení v materiálu trubice, druhé viskozity a nestacionárního rychlostního profilu, ale všechny tyto vlivy jsou ve vztahu 18 uvažovány.

Výpočet

Po výpočtu vlastních čísel v trubici kruhového průřezu D=50mm, a délce L=500mm s uvažování tlumení první viskozity kapaliny $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ a druhé viskozity kapaliny, zanedbání tlumení v trubici dostaneme pro první vlastní tvar kmitu v závislosti na druhé viskozitě vlastní čísla dle obr.2.



Obr.2.

Závěr:

Z obr.2 plyne, že imaginární část vlastního čísla se mění poměrně málo a lineárně v závislosti na druhé viskozitě. Reálná část se mění parabolicky a poměrně výrazně.

Literatura:

[1] POCHYLÝ,F: Dynamika tekutinových systémů. Skriptum, VUT v Brně, 1990

[2] KOUTNÍK,J.: Tlakové pulzace v hydraulických systémech vodních turbín, disertační práce Brno 1997.

[3] HABÁN,V.: Tlumení tlakových a průtokových pulzací v hydraulických systémech, disertační práce Brno 2001.

Práce vznikla s podporou projektů: MŠMT ČR č.p.: EU 78 (2000) , GAČR č. 101/01/0580,
FD-K/109 a FB-C3/05.