



Národní konference s mezinárodní účastí  
**INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002**

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**SROVNÁNÍ METOD IDENTIFIKACE KŘIVKY PŘIROZENÉHO  
DEFORMAČNÍHO ODPORU PŘI PĚCHOVACÍ ZKOUŠCE ZA  
STUDENA**

Miroslav MACHÁT<sup>1</sup>

***Abstrakt:** Příspěvek se zabývá srovnáním dvou metod, které se používají k určení křivky přirozeného deformačního odporu z experimentálně zjištěných dat při pěchovací zkoušce za studena. První metoda využívá empirických vztahů, druhá metoda řeší problém výpočtovým modelováním pomocí konečnoprvkového programového systému s využitím optimalizace vstupních parametrů.*

***Klíčová slova:** přirozený deformační odpor, výpočtové modelování, optimalizace, Siebelovy vztahy*

## 1. Úvod

Cílem řešení je srovnání dvou metod určování přirozeného deformačního odporu (křivky tečení) z experimentálních dat získaných při pěchovací zkoušce za studena. Při tváření za studena je přirozený deformační odpor závislý pouze na přetvoření ( $\sigma = f(\varepsilon)$ ), jeho závislost na teplotě a rychlosti přetvoření, jak je tomu u tváření za tepla, je nevýznamný. U pěchovacích zkoušek je rovněž nutné uvažovat vliv tření mezi pěchovacími deskami a čelními plochami pěchovaného vzorku. Toto tření způsobuje ve zkušebním vzorku vznik nehomogenní trojosé napjatosti a soudečkovitý tvar zkušebního vzorku.

Vzorky jsou válcové. Známymi hodnotami jsou geometrické rozměry vzorku (před pěchováním) a experimentálně změřená závislost pěchovací síly na stlačení vzorku. Hledán je přirozený deformační odpor (křivka tečení), tedy závislost napětí-přetvoření. Další neznámou je hodnota součinitele tření mezi pěchovacími deskami a čelními plochami pěchovaného vzorku.

## 2. Popis metod řešení

### 2.1 Empirické vztahy

První metoda počítá přirozený deformační odpor pomocí empirických vzorců (tzv. Siebelových vztahů). V těchto rovnicích se však vyskytuje hodnota součinitele tření

---

<sup>1</sup> Ing. Miroslav MACHÁT, VUT v Brně, FSI, Ústav mechaniky těles, Technická 2, 616 69 Brno, machatm@seznam.cz

mezi pēchovacím nástrojem a pēchovaným vzorkem, kterou neznáme a proto ji musíme odhadnout.

Siebelovy vztahy:  $\sigma_w = \frac{F \cdot h_x}{h_0 \cdot A_0}$ ,  $A_0 = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}$ ,  $h_x = h_0 - s$ ,  $\varepsilon = \ln\left(\frac{h_0}{h_x}\right)$ ,  $d_x = d_0 \cdot \sqrt{\frac{h_0}{h_x}}$

$$\sigma = \frac{\sigma_w}{1 + \frac{TRENI}{3} \cdot \frac{d_x}{h_x}}$$

kde:  $A_0$  ... plocha průřezu vzorku před pēchováním

$h_0$  ... výška vzorku před pēchováním

$h_x$  ... výška vzorku v průběhu pēchování

$d_0$  ... průměr vzorku před pēchováním

$d_x$  ... průměr vzorku v průběhu pēchování

$s$  ... stlačení vzorku v průběhu pēchování

$F$  ... pēchovací síla

$\varepsilon$  ... pētvoření

$\sigma_w$  ... napětí při předpokladu jednoosého tlaku (neuvažuje vliv tření)

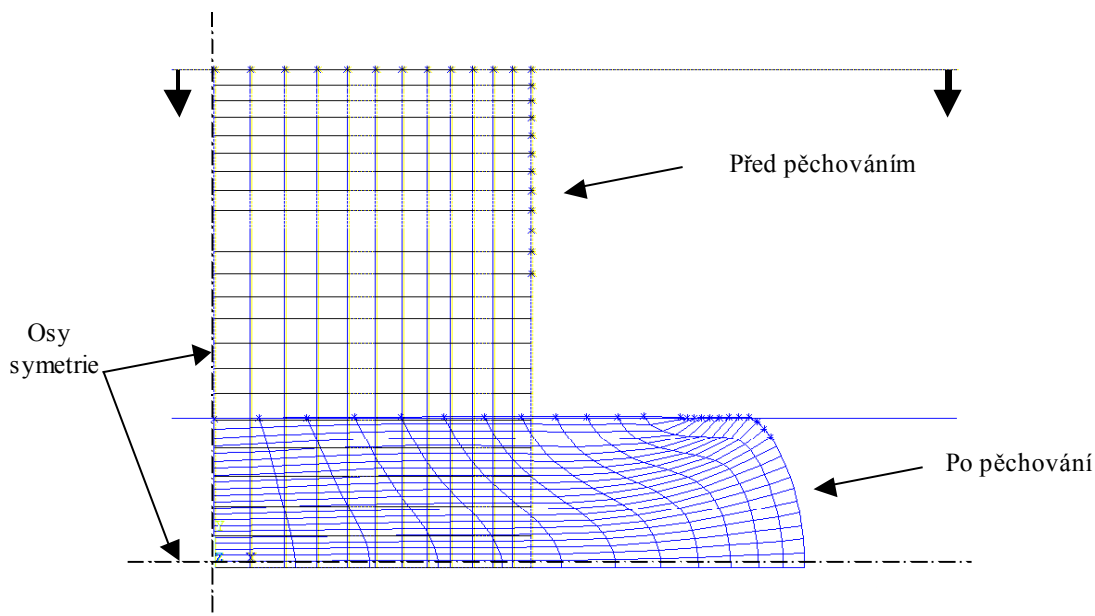
$TRENI$  ... součinitel tření

$\sigma$  ... napětí korigované vlivem tření

## 2.2 Výpočtové modelování s využitím optimalizace

Druhá metoda zjišťuje přirozený deformační odpor výpočtovým modelováním pomocí konečnoprvkového programového systému ANSYS. Problém spočívá v tom, že v ANSYSu jsou vstupními daty závislost napětí-přetvoření a velikost součinitele tření mezi pēchovacím nástrojem a pēchovaným vzorkem, tedy hledaná data. Výstupem je závislost pēchovací síly na stlačení vzorku, tedy známá data (získaná z experimentálního měření). Jedná se tedy o inverzní problém, kdy známe výstupní data a neznáme vstupní data výpočtu. Tento problém je řešen pomocí optimalizace, která je rovněž součástí programového systému ANSYS. Optimalizační procedura probíhá tak, že je proveden výpočet pro zvolená vstupní data (startovací hodnoty). Z tohoto výpočtu získaná výstupní data jsou porovnána s experimentálně naměřenými daty a podle odchylek daná optimalizační metoda upraví vstupní data. Pro upravená vstupní data je znovu proveden výpočet atd. Vzniká tzv. optimalizační smyčka, která je teoreticky ukončena, když výstupní data odpovídají experimentálně naměřeným datům.

Vzhledem k tomu, že se jedná o rotačně symetrickou úlohu, je výpočtový model vytvořen pouze pro část vzorku. Na osách symetrie jsou zadány symetrické okrajové podmínky. Obrázek 1 ukazuje tvar pēchovaného vzorku před a po pēchování. Model je zatížen deformačně. Vzorek je tvořen elementy VISCO 106, které jsou vhodné pro velké plastické deformace, kontakt mezi čelem vzorku a pēchovací deskou je modelován elementy CONTAC 26. Úloha je statická, tzn. všechny veličiny jsou nezávislé na čase.



**Obr. 1: Model před a po pēchování**

Křivka  $\sigma - \varepsilon$  je volena polytropickým vztahem:  $\sigma = \sigma_0 + a \cdot \varepsilon^n$

Optimalizační parametry:  $\sigma_0$  (mez kluzu),  $a$ ,  $n$ ,  $TRENI$

Optimalizační funkce má tvar: 
$$\Phi = \sum_{i=1}^{Nls} \left[ \left( \frac{F_{vi} - F_{mi}}{F_{mi}} \right)^2 \right]$$

kde:  $Nls$  ... počet zátěžných kroků

$F_{vi}$  ... vypočtená síla v  $i$ -tém kroku

$F_m$  ... naměřená síla v  $i$ -tém kroku

Optimalizace probíhá tak, že je hledáno minimum optimalizační funkce  $\Phi$  pomocí změny optimalizačních parametrů,  $\sigma_0$ ,  $a$ ,  $n$ ,  $TRENI$ .

Metoda optimalizace v programu ANSYS: *aproximační metoda*

Maximální počet optimalizačních smyček: 50

### 3. Řešení

Rozměry zkušebního vzorku před pēchováním: *Výška vzorku:  $h_0=24,00\text{mm}$*

*Průměr vzorku:  $d_0=14,90\text{mm}$*

Celková hodnota stlačení vzorku je 16,835mm a je rozdělena do osmi zátěžných kroků, jak je uvedeno v tabulce 1.

zátěžný krok	1	2	3	4	5	6	7	8
stlačení [mm]	3,84	8,33	9,99	12,52	13,865	14,93	16,3	16,835

**Tab. 1: Hodnoty stlačení v jednotlivých zátěžných krocích**

Srovnání je provedeno pro dva různé fiktivní materiály (A, B), které byly zvoleny, a dále pro pět různých hodnot součinitele tření mezi pýchovacím nástrojem a pýchovaným vzorkem, které byly rovněž zvoleny. Pro všechny zvolené varianty byly pomocí konečnoprvkového programového systému ANSYS spočteny závislosti pýchovací síly na stlačení vzorku, které zastupují experimentálně zjištěné závislosti. U každé varianty byl spočten přirozený deformační odpor oběma metodami a výsledky byly porovnány se skutečným přirozeným deformačním odporem. Materiály A, B jsou zvoleny pomocí parametrů  $\sigma_0$ ,  $a$ ,  $n$  ve vztahu  $\sigma = \sigma_0 + a \cdot \varepsilon^n$ .

$TRENI=0,05; 0,1; 0,15; 0,2$  a  $0,25$

MATERIÁL A ( $\sigma_0=370$ ,  $a=750$ ,  $n=0,4$ )

Rozsahy optimalizačních parametrů:

$\sigma_0 \dots 300-500$ ;  $a \dots 1-1000$ ;  $n \dots 0,01-1$ ;  $TRENI \dots 0,01-0,4$

Startovací hodnoty optimalizačních parametrů:

$\sigma_0=300$ ;  $a=1$ ;  $n=0,01$ ;  $TRENI=0,01$

MATERIÁL B ( $\sigma_0=600$ ,  $a=500$ ,  $n=0,5$ )

Rozsahy optimalizačních parametrů:

$\sigma_0 \dots 300-900$ ;  $a \dots 1-1000$ ;  $n \dots 0,01-1$ ;  $TRENI \dots 0,01-0,4$

Startovací hodnoty optimalizačních parametrů:

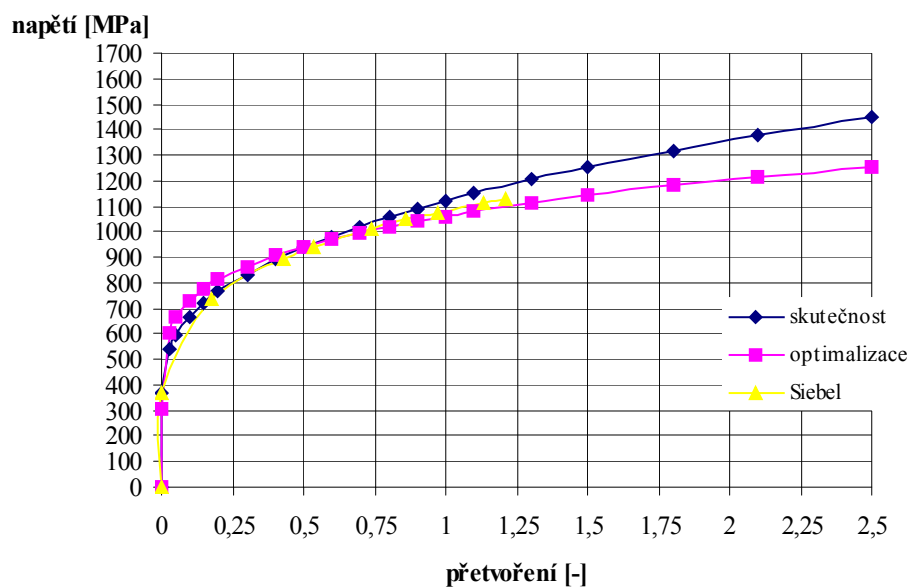
$\sigma_0=300$ ;  $a=1$ ;  $n=0,01$ ;  $TRENI=0,01$

Rozsahy optimalizačních parametrů byly zvoleny kolem skutečných hodnot dosti široké, aby byla otestována i stabilita optimalizace. Startovací hodnoty optimalizačních parametrů byly zvoleny na dolní hranici těchto intervalů.

#### 4. Výsledky

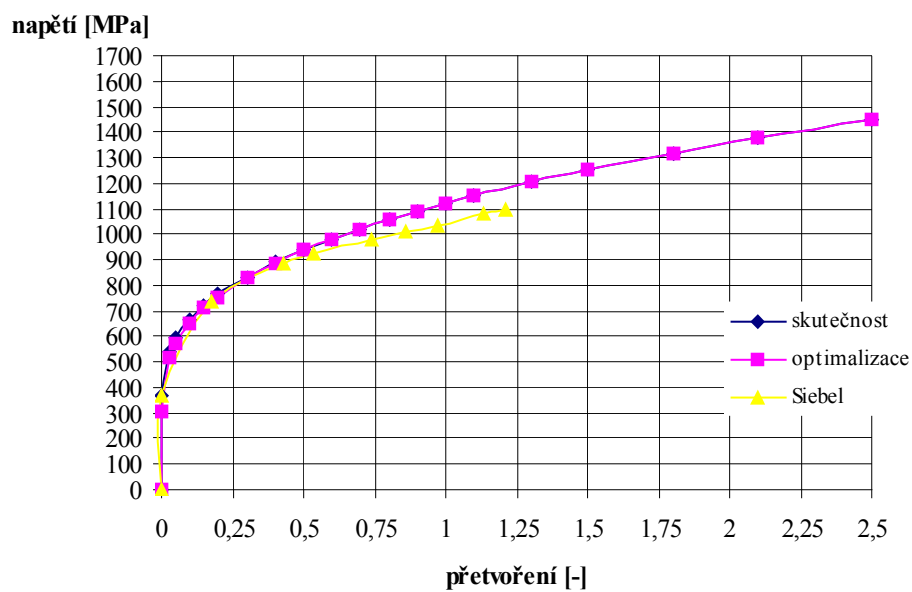
Na obrázcích 2 až 11 jsou znázorněny křivky přirozeného deformačního odporu pro materiály A, B a pro pět hodnot součinitele tření. Z obrázků je patrné, že přesnost Siebelových vztahů je nižší a klesá s rostoucím součinitelem tření. Navíc křivky vypočtené podle těchto vztahů jsou omezeny menší hodnotou přetvoření, než je tomu ve skutečnosti, a dále bylo ve vztazích použito přesného součinitele tření, což v praxi nelze předpokládat. U křivek získaných výpočtovým modelováním s využitím optimalizace jsou patrné větší odchylky v oblasti velkých přetvoření (nad 1,0). Takto velká přetvoření se vyskytují ve vzorku jen izolovaně, a proto jejich vliv na průběh pýchovací síly není tak velký. I když rozsahy optimalizačních parametrů byly zvoleny dosti široké a startovací hodnoty se pohybovaly na hranicích těchto intervalů, bylo dosaženo poměrně stabilních výsledků. V praxi ovšem neznáme skutečnou křivku, a proto je nutné zvolit rozsahy optimalizačních parametrů tak, abychom měli jistotu, že tuto křivku zahrnují. Toho lze dosáhnout tak, že zvolíme velmi široké rozsahy optimalizačních parametrů nebo provedeme přibližný výpočet křivky podle empirických vztahů a zvolíme menší rozsahy okolo této křivky. Při volbě velmi širokých rozsahů však může optimalizační funkce obsahovat několik lokálních minim a výpočet může konvergovat k nesprávnému výsledku.

Materiál A, TRENI=0,05



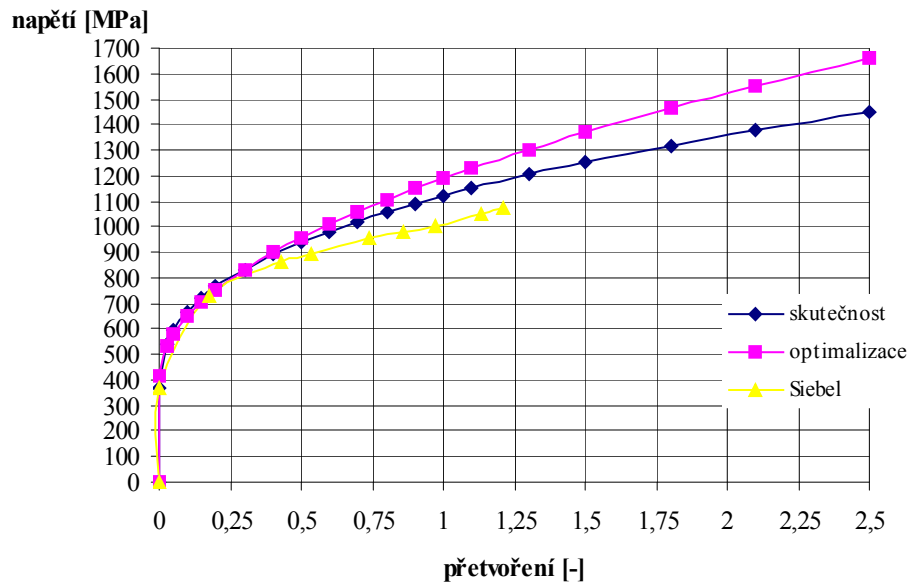
Obr. 2: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál A a TRENI 0,05

Materiál A, TRENI=0,1



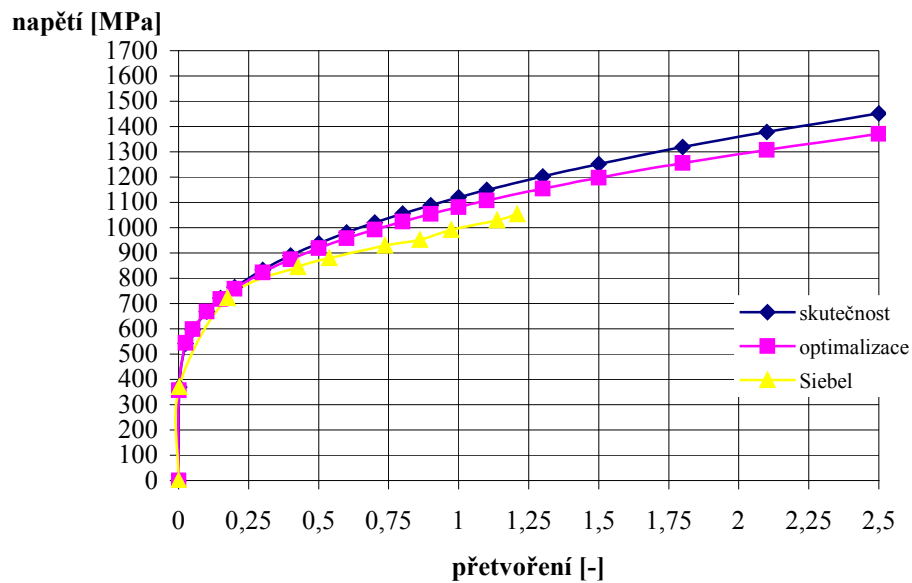
Obr. 3: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál A a TRENI 0,1

Materiál A, TRENI=0,15

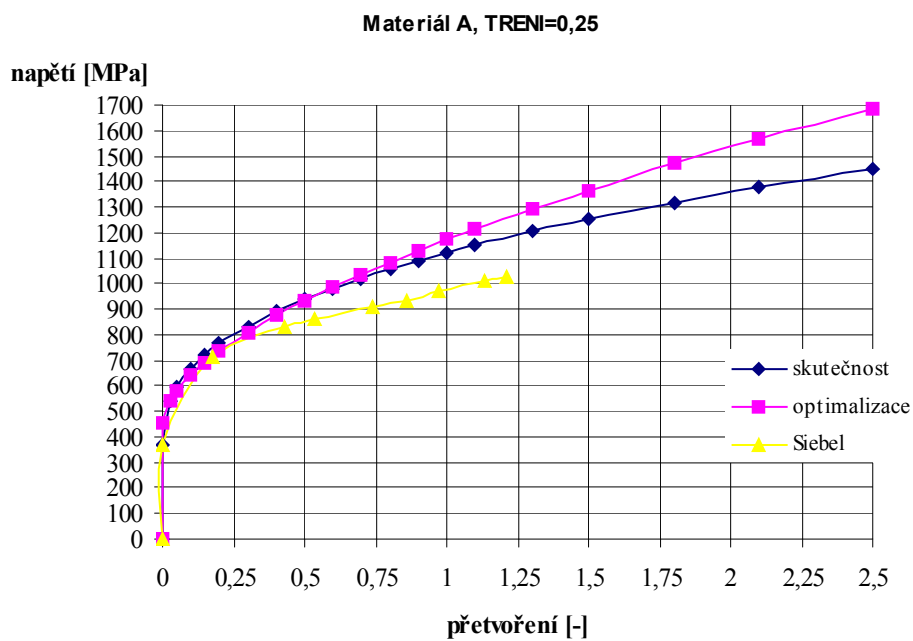


Obr. 4: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál A a TRENI 0,15

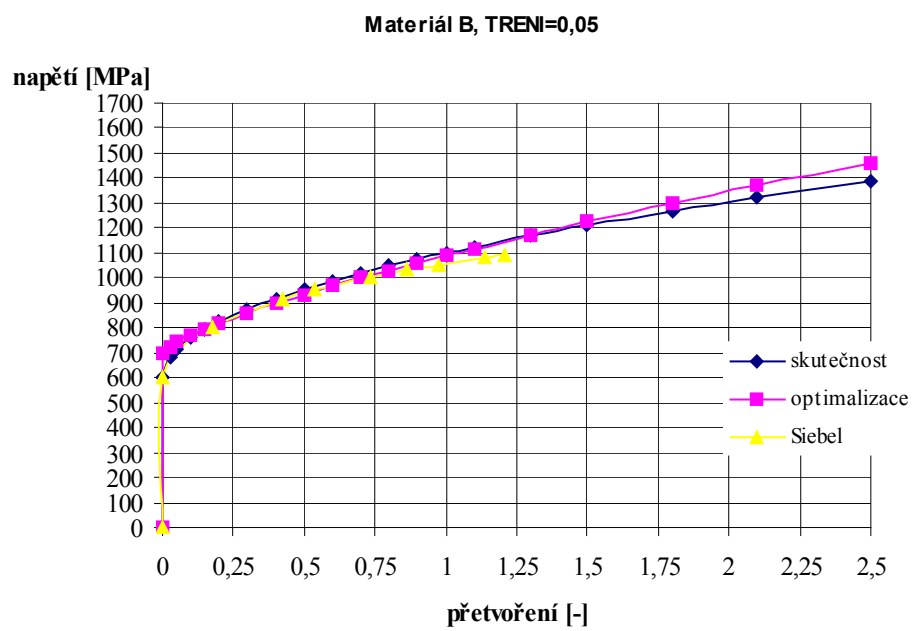
Materiál A, TRENI=0,2



Obr. 5: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál A a TRENI 0,2

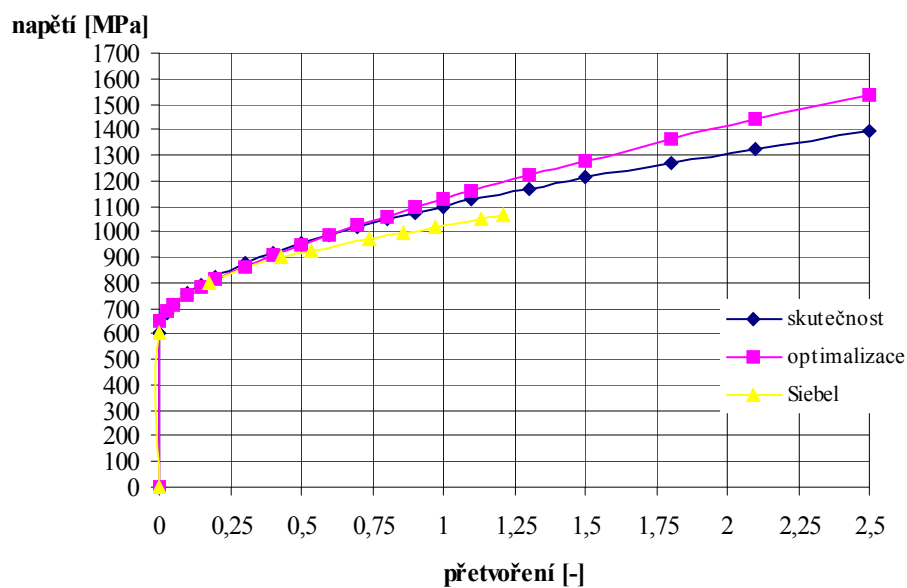


**Obr. 6: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál A a TRENI 0,25**



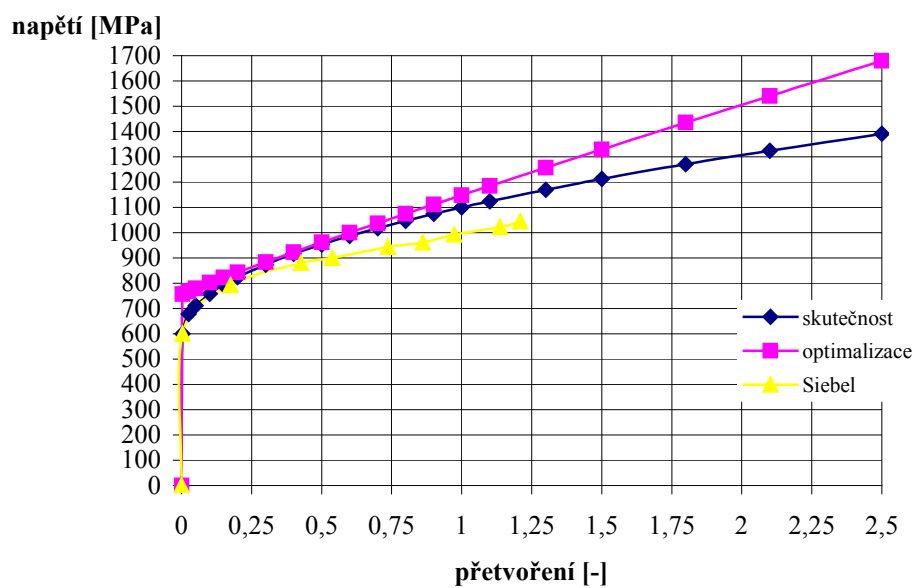
**Obr. 7: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál B a TRENI 0,05**

Materiál B, TRENI=0,1



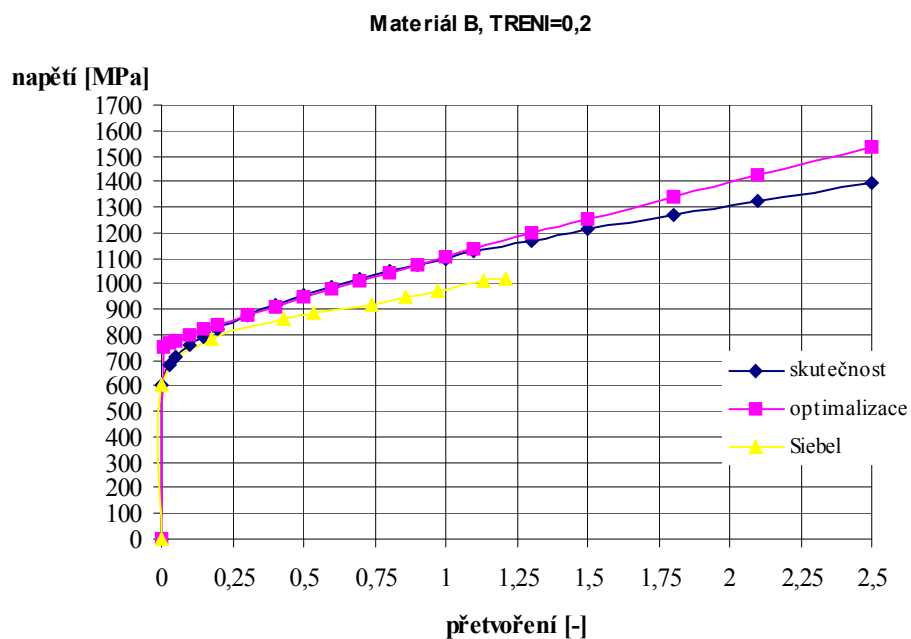
Obr. 8: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál B a TRENI 0,1

Materiál B, TRENI=0,15

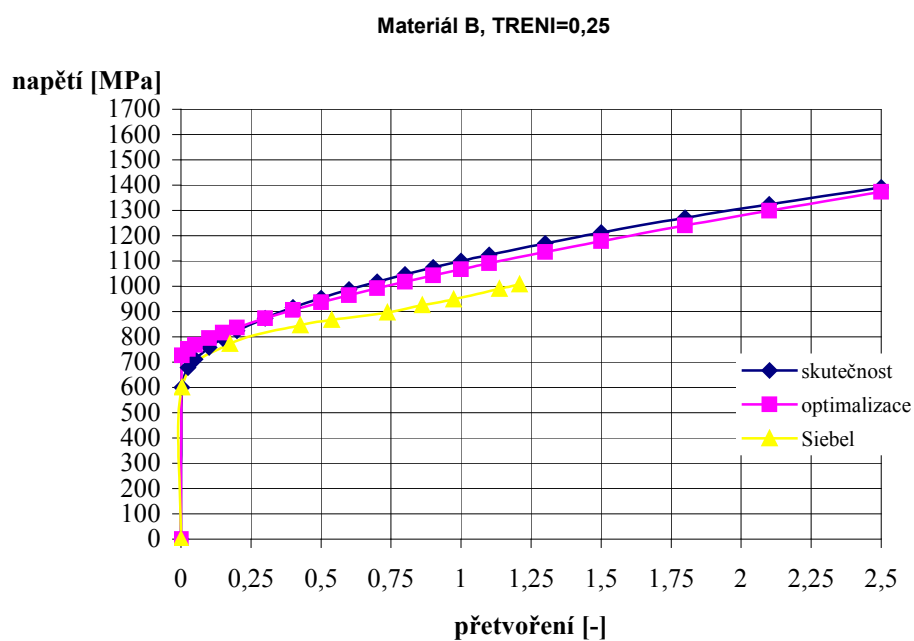


Obr. 9: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál B a TRENI 0,15





**Obr. 10: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál B a TRENI 0,2**



**Obr. 11: Křivky přirozeného deformačního odporu pro materiál B a TRENI 0,25**

## 5. Závěr

Identifikace přirozeného deformačního odporu výpočtovým modelováním s využitím optimalizace je časově podstatně náročnější než výpočet pomocí Siebelových vztahů, na druhou stranu je však přesnější. Přesnost Siebelových vztahů klesá s rostoucím součinitelem tření. Když by tření bylo nulové, vznikla by ve zkušebním vzorku homogenní jednoosá napjatost a Siebelovy vztahy by byly naprosto přesné. Avšak už i při malých hodnotách součinitele tření vykazuje výpočtové modelování s využitím optimalizace přesnější výsledky než Siebelovy vztahy. Ve skutečnosti tření mezi pýchovacím nástrojem a pýchovaným vzorkem vždy existuje. Další nevýhodou užití Siebelových vztahů je nutnost odhadu součinitele tření, kdežto při metodě výpočtového modelování s využitím optimalizace je součinitel tření zahrnut do optimalizačních parametrů a je vypočítán. Pro metodu výpočtového modelování s využitím optimalizace hovoří i to, že se neustále zvyšuje výkon výpočetní techniky a tím se zkracuje doba výpočtu.

**Poděkování:** Práce je součástí výzkumného záměru č. CEZ: J22/98: 262100001.

## Literatura

- [1] PIETRZYK, M., KUSIAK, J., PACKO, M.: *Application of the finite element technique to the interpretation of the axisymmetrical compression test*, Krakow, 1990, 339-346.
- [2] JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E.: *Řešení problémů modelováním*, Brno, 1998.