



Národní konference s mezinárodní účastí  
**INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002**

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**INTERACTION OF A PVC-BEARING WITH  
A BRIDGE STRUCTURE**

**Jiří Náprstek, Miroš Pirner, Cyril Fischer\***

**Summary:** *Long-term observation of bridges supported by bearings made of synthetic materials reveals a steady horizontal deformation increase of these elements. This process can be very dangerous for the bridge as a whole. Therefore an applicable theoretical model should be developed and implemented to predict the level of these deformations and to give adequate recommendations to design practice. While a short-term response corresponds rather with the Voigt model, the long-term records have a trend of a non-uniform increase of deformations respecting the Maxwell model. Therefore influences of horizontal time variable loading can accumulate successively. The process of an increase can be either stabilized approaching to horizontal asymptotic line or it can lose the stability in a certain moment and starts to rise beyond any limits. The mathematical model of the system is composed of Voigt and Maxwell elements in a form of a system of linear differential equations. The system is solved either directly or in an integro-differential form using the Laplace transformation. The general and several special cases of external excitation are investigated in details. Closed form results are presented for impulse and Heaviside types of the loading. Experimental measurement in a laboratory and approximative analyses have been done and compared with results obtained by theoretical investigation.*

**Key words:** Dynamics of bridges, Creep of PVC bearing, Bearing long-term deformation, Bridge bearing stability.

## 1. Úvod

Sledováním mostů uložených na ložiscích z neoprenu, PVC, nebo jiných syntetických materiálů se ukázal dlouhodobý vzrůst vodorovné deformace těchto prvků. Jedná se o mosty typu spojitých nosníků o větším počtu polí. Vnitřní podpory jsou zpravidla uspořádány tak, že všechny přenášejí svislé síly a pouze jedna z nich vodorovné síly. Dlouhodobě rostoucí vodorovné deformace mohou zásadně ovlivnit základní statické schéma mostu a vnést do něj nebezpečná přídavná namáhání. Z rozboru těchto záznamů vyplývá, že krátkodobé působení těchto ložisek odpovídá běžným zkušenostem, které vyplývají z Voigtova modelu. Tytéž záznamy a i pouhé vizuální pozorování však ukazuje nerovnoměrný trend neustálého vzrůstu deformací ložisek, které odpovídají spíše Maxwellovu modelu. Účinky vodorovných sil se tak mohou postupně kumulovat, neboť nemizí ve chvíli, kdy zatížení přestane působit (např. vítr, seismické účinky, atd.).

\*Ing. Jiří Náprstek, DrSc., Prof. Ing. Miroš Pirner, DrSc., mgr. Cyril Fischer  
Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR; Prosecká 76, 190 00 Praha 9  
naprstek@itam.cas.cz, pirner@itam.cas.cz, fischer@itam.cas.cz

Tento poznatek je v souladu s běžnou zkušeností získanou v mechanice polymerních látek, tak jak o tom pojednává řada monografií publikovaných v minulosti, např. [1], [2], nebo v nedávné době, např. [3]. Jediná zpětná síla v případě takto ukládaných mostů vyplývá z pružné vodorovné deformace samotného mostu. Proces vzrůstu deformace ložiska v času může být stabilizován horní vodorovnou asymptotou, anebo může v jistém okamžiku ztratit stabilitu, stoupat teoreticky nade všechny meze a s vysokou pravděpodobností zavinit havárii mostu. Tento případ je třeba vyloučit ve fázi projektu nebo alespoň vhodnou rekonstrukcí. Základním požadavkem je tedy přijatelný matematický popis tohoto typu ložisek spolupůsobících s mostní konstrukcí při různých druzích vnějšího zatížení dynamického i statického. Pokusíme se sestavit jednoduchý matematický model, který umožní zachytit kvalitativně nejdůležitější jevy pozorované v praxi, i když je třeba si být vědom toho, že zmíněné jevy ve své celkové šíři jsou mnohem složitější.

## 2. Matematický model

Deformace mostního ložiska se při dlouhodobém působení konstantní síly zvětšuje i při nevelkém zatížení. Při náhlém odlehčení se pomalu vrací zpět. Tento návrat však směřuje do výchozí polohy poměrně pomalu přibližně podle exponenciály, a to ještě pouze za předpokladu, že konstrukce nebude v této době podrobena žádnému dalšímu zatížení. Tento předpoklad však není v praxi ani zdaleka splněn, a proto vodorovná deformace konstrukce postupně narůstá.

Pokud je ložisko součástí konstrukce, uplatňují se současně pružné a viskozní vlastnosti mostu. I když je možné sestavit komplikovaný reologický model tohoto prvku, jeho použití by bylo obtížné vzhledem k velmi omezeným možnostem určit příslušné parametry. Při-  
držíme se tedy nejjednodušší sestavy, která je schopna kvalitativně vystihnout naznačené jevy. Z rozboru řady záznamů dlouhodobých měření se dá vyvodit, že soustava ložisko - nosník odpovídající přibližně schématu podle obr. 1a se dá popsat modelem podle obr. 1b. Z toho vyplývá, že levá část modelu na obr. 1b ( $C_1, b_1, b_m$ ) se týká ložiska a pravá část ( $C_2, b_2$ ) mostu samotného. Chování této soustavy lze tedy vyjádřit soustavou rovnic, která kombinuje účinky maxwellovských a voigtovských prvků:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u} + b_1(\dot{u} - \dot{v}) + b_2\dot{u} + C_1(u - v) + C_2u &= P(t) \\ b_m\dot{v} + b_1(\dot{v} - \dot{u}) + C_1(v - u) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

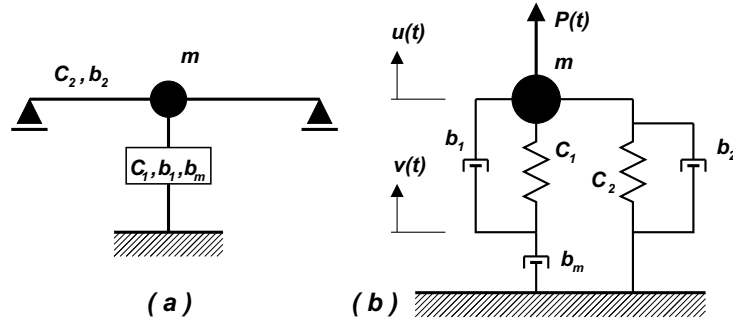
Laplaceova transformace soustavy (1) vede k soustavě pro neznámé transformanty  $U = U(p)$ ,  $V = V(p)$  původních posuvů  $u(t)$ ,  $v(t)$ :

$$\left. \begin{aligned} (p^2 + p(\lambda_1 + \lambda_2) + (\omega_1^2 + \omega_2^2))U - (p\lambda_1 + \omega_1^2)V &= \Psi + \dot{u}_o + \\ &+ (p + \lambda_1 + \lambda_2) \cdot u_o - \lambda_1 v_o \\ -(\omega_1^2 + p\lambda_1)U + (p(\lambda_m + \lambda_1) + \omega_1^2)V &= -\lambda_1 u_o + (\lambda_m + \lambda_1) \cdot v_o \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\omega_1^2 = C_1/m ; \omega_2^2 = C_2/m ; \lambda_m = b_m/m ; \lambda_1 = b_1/m ; \lambda_2 = b_2/m$$

kde  $u_o, \dot{u}_o, v_o$  jsou počáteční podmínky zřejmého významu a  $\Psi$  Laplaceův obraz zatížení  $P(t)/m$ .

Nezávislost všech tří počátečních podmínek je v daném případě iluzorní, zejména ve vztahu k praktickému problému, který se tato studie snaží zachytit. Počáteční podmínky



Obrázek 1: Základní schema soustavy

tedy volíme homogenní. Řešením soustavy (2) dostaneme:

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{(p\lambda_{1m} + \omega_1^2)\Psi}{p^3\lambda_{1m} + p^2(\lambda_{12}\lambda_{1m} + \Omega_1^2) + p(\omega_1^2\lambda_{2m} + \omega_2^2\lambda_{1m}) + \omega_1^2\omega_2^2} \\ V &= \frac{(p\lambda_1 + \omega_1^2)\Psi}{p^3\lambda_{1m} + p^2(\lambda_{12}\lambda_{1m} + \Omega_1^2) + p(\omega_1^2\lambda_{2m} + \omega_2^2\lambda_{1m}) + \omega_1^2\omega_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\lambda_{12} = \lambda_1 + \lambda_2; \quad \lambda_{1m} = \lambda_1 + \lambda_m; \quad \lambda_{2m} = \lambda_2 + \lambda_m; \quad \Omega_1^2 = \omega_1^2 - \lambda_1^2$$

Jmenovatel výrazů (3) je kubický polynom. O povaze odezvy tedy rozhodnou kořeny rovnice:

$$p^3\lambda_{1m} + p^2(\lambda_{12}\lambda_{1m} + \Omega_1^2) + p(\omega_1^2\lambda_{2m} + \omega_2^2\lambda_{1m}) + \omega_1^2\omega_2^2 = 0 \quad (4)$$

Všechny jeho koeficienty polynomu (4) jsou vzhledem k fyzikálnímu významu vstupních parametrů vždy kladné, takže má jeden nebo tři reálné záporné kořeny. Současně vždy platí podle Routh - Hurwitzových podmínek :

$$\lambda_{1m} > 0; \quad \lambda_{12}\lambda_{1m} + \Omega_1^2 > 0; \quad (\lambda_{12}\lambda_{1m} + \Omega_1^2) \cdot (\omega_1^2\lambda_{2m} + \omega_2^2\lambda_{1m}) - \lambda_{1m}\omega_1^2\omega_2^2 > 0 \quad (5)$$

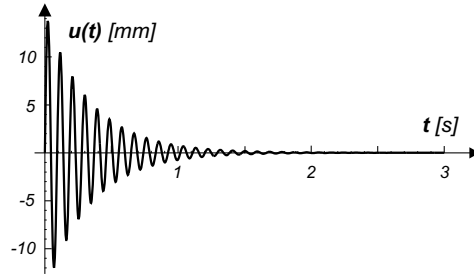
Má-li tedy polynom (4) komplexně sdruženou dvojici kořenů, jejich reálná část je vždy záporná. Soustava (1) je tedy vždy stabilní. Jádro konvoluce při zpětné Laplaceově transformaci má tedy nejčastěji charakter kombinace klesající exponenciály a zanikající harmonické funkce. Tomu se bude velmi blížit i tvar odezvy při buzení ve tvaru impulzu nebo rampy. V reálných podmínkách však nelze zcela vyloučit takové hodnoty útlumových charakteristik ve smyslu obr.1, že všechny tři kořeny polynomu budou reálné. Potom bude mít odezva charakter kombinace tří klesajících exponenciál. Mezi oběma případy rozhodne hodnota diskriminantu rovnice (4).

Některé další vlastnosti soustavy (1) lze odvodit, vyloučíme-li předem posuv  $v(t)$ , jenž má pouze pomocný význam bez hlubší fyzikální interpretace. Z druhé rovnice (1) odvodíme řešením lineární rovnice prvního řádu při homogenních počátečních podmínkách:

$$v(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_{1m}}u(t) + \frac{\lambda_m\omega_1^2}{\lambda_{1m}^2} \int_0^t u(\tau)e^{-\frac{\omega_1^2}{\lambda_{1m}}(t-\tau)}d\tau \quad (6)$$

Podle vzorce (6) dosadíme do první rovnice (1). Po úpravě dostaneme rovnici druhého řádu pro posuv  $u(t)$ :

$$\ddot{u}(t) + (\lambda_{12} - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_{1m}})\dot{u}(t) + \left(\frac{\lambda_m^2}{\lambda_{1m}^2}\omega_1^2 + \omega_2^2\right)u(t) - \frac{\lambda_m^2\omega_1^4}{\lambda_{1m}^3} \int_0^t u(\tau)e^{-\frac{\omega_1^2}{\lambda_{1m}}(t-\tau)}d\tau = \frac{P}{m} \quad (7)$$



Obrázek 2: Odezva soustavy vlivem impulzního zatížení

Z rovnice (7) je možné usoudit, že efektivní klasický útlum ovlivňující běžné dynamické procesy je dán převážně tlumiči  $b_1, b_2$  vzhledem k tomu, že  $\lambda_{1m} \gg \lambda_1$  a uplatní se jen málo. Efektivní tuhost odpovídá zhruba součtu tuhostí  $C_1, C_2$ , protože  $\lambda_m \approx \lambda_{1m}$ . Základní význam má však integrální člen, který vyjadřuje jistý typ paměti historie zatěžování a odezvy. Jeho vliv je dán především tlumičem  $b_m$  a tuhostí pružin.

### 3. Vlastnosti soustavy

Zaměříme se na variantu s jedním reálným kořenem, která je v praktických podmínkách pravděpodobnější.

Nejprve probereme případ zatížení impulzem  $I = P \cdot \delta(t)/m$ , tj.  $\Psi = P/m$ . Tento výraz dosadíme do (3). Zpětnou transformací dostaneme po mnoha úpravách originál, který je zároveň řešením původní soustavy (1) pro impulzní zatížení. Pro posuv  $u(t)$  platí:

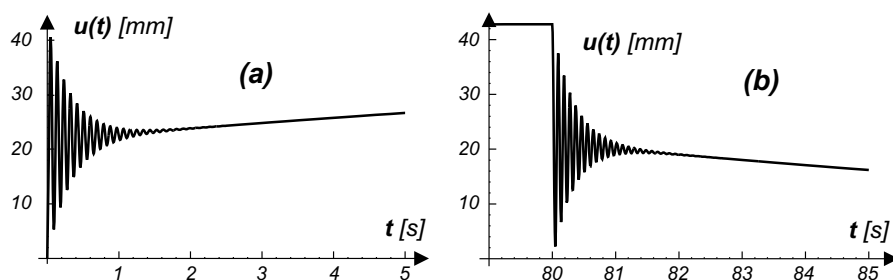
$$u(t) = A \cdot e^{\epsilon t} + e^{\alpha t} (-F_C \cos \omega_o t + F_S \sin \omega_o t) \quad (8)$$

$$A = F_C = I \frac{\epsilon \lambda_{1m} + \omega_1^2}{\lambda_{1m}(\omega_o^2 + (\alpha - \epsilon)^2)}; \quad F_S = I \frac{\lambda_{1m}(\Omega_o^2 - \alpha \epsilon) - \omega_1^2(\epsilon - \alpha)}{\lambda_{1m} \omega_o(\omega_o^2 + (\alpha - \epsilon)^2)}$$

Ve vzorcích (8) značí  $\epsilon$  reálný kořen a  $\alpha, \omega_o$  reálnou a imaginární část komplexně sdružené dvojice kořenů rovnice (4). V obvyklých podmínkách vychází  $\alpha \ll \epsilon < 0$ . To znamená, že v okolí počátku se střední hodnota chová jako rozdíl exponenciál s výrazným rozdílem koeficientů v exponentu. Periodická část odezvy poměrně rychle zanikne a odezva má v poslední fázi charakter převážně exponenciály klesající pomalu do nuly. Typický tvar odezvy v okolí počátku je znázorněn na obr. 2. Pro její vývoj je významná především mohutnost budícího impulzu a hladina viskozity  $\lambda_m \gg \lambda_1$  charakterizující tlumič v serii s pružinou  $C_1$ . V počátku odpovídá odezva případu homogenní rovnice s nenulovou počáteční podmínkou v rychlosti  $\dot{u}_o$ , a tudíž vychází z hybnosti hmoty  $m$  v bodě  $t = 0$ , jak je známo z úloh buzení rázem.

Ze struktury vzorců (8) a celého postupu je zřejmé, že jedinou silou, která se snaží uvést soustavu do počátečního stavu po odeznění vnějšího buzení, je pružina  $C_2$ , která reprezentuje vliv tuhosti mostu samotného. Ta ovšem ve vodorovném směru nemusí být v porovnání s ložisky u mostu typu spojitého nosníku s velkým počtem polí příliš velká. Pozorovateli se v reálném času může jevit, že konstrukce se nevrací zcela do původní polohy. Věnujme se nyní případu buzení konstantní silou  $P$  působící v časovém intervalu  $t \in (0; T)$ , to jest  $P(t) = P(H(t) - H(t - T))$ . Konvolucí tohoto výrazu s výrazem (8) se po zdlouhavějších úpravách dostaneme k tomuto výsledku:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < t \leq T \\ T < t \end{array} \right\} \begin{array}{l} u(t) = \frac{P}{m} (Ae^{\epsilon t} - B + e^{\alpha t} f(t)) \\ u(t) = \frac{P}{m} [A(1 - e^{-\epsilon T}) \cdot e^{\epsilon t} + e^{\alpha t} f(t) - e^{\alpha(t-T)} f(t - T)] \end{array} \quad (9)$$



Obrázek 3: Odezva soustavy vlivem konstantního zatížení; (a) okolí začátku, resp. konce (b) působení síly  $P$ ;

$$f(t) = -F_C \cos \omega_o t + F_S \sin \omega_o t$$

$$A = \frac{\varepsilon \lambda_{1m} + \omega_1^2}{\lambda_{1m} \varepsilon (\omega_o^2 + (\alpha - \varepsilon)^2)} ; \quad B = \frac{\omega_1^2}{\lambda_{1m} \varepsilon \Omega_o^2}$$

$$F_C = -\frac{\Omega_o^2 \lambda_{1m} + \omega_1^2 (2\alpha - \varepsilon)}{\lambda_{1m} \Omega_o^2 (\omega_o^2 + (\alpha - \varepsilon)^2)} ; \quad F_S = \frac{\Omega_o^2 \lambda_{1m} (\alpha - \varepsilon) - \omega_1^2 (-\alpha^2 + \omega_o^2 + \alpha \varepsilon)}{\lambda_{1m} \omega_o \Omega_o^2 (\omega_o^2 + (\alpha - \varepsilon)^2)}$$

Z prvního vzorce (9) je zřetelné, že ”zakmitání” vyvolané náhlým uplatněním zatížení brzy odezní ze stejných důvodů jako v předchozím případě a uplatňuje se pouze exponenciála a konstanta. Odezva se tedy s rostoucím časem blíží s dostatečnou přesností rovnoměrně vodorovné asymptotě:

$$u_a = -\frac{\omega_1^2}{\lambda_{1m} \varepsilon \Omega_o^2} \quad (10)$$

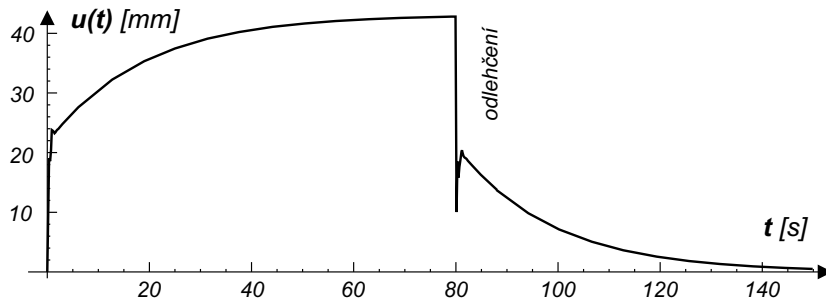
Toto číslo je kladné vzhledem k tomu, že  $\varepsilon < 0$ . Hodnoty  $\omega_o^2$ , resp.  $\Omega_o^2$  a  $\omega_1^2$  jsou srovnatelné a závisí především na parametrech  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $m$ . Můžeme přibližně říci, že poloha vodorovné asymptoty (8) je přímo úměrná  $\lambda_m$ , tedy míře viskozity tlumiče  $b_m$ . Maxwellovská část ložiska tedy určuje největší měrou použitelnost tohoto ložiska pro zachycení vodorovných sil působících na most.

Podobný proces v opačném směru nastane v okamžiku  $T$ , kdy je ukončeno zatěžování. Výchylka náhle klesne (podle velikosti vstupních parametrů) na 60-80% původní hodnoty s přechodným zakmitáním a asymptoticky se blíží k nule. V reálných podmínkách je dlouhodobá střední hodnota zatížení např. vlivem větru vždy výrazně nenulová a může tedy tento efekt vyvolat. Je otázka, jak velká je tato dlouhodobá střední hodnota zatížení a je-li tedy hodnota odhadnutelná výrazem (10) přijatelná či nikoli.

Podrobný průběh odezvy  $u(t)$  popsany vzorcem (9) je okolí začátku a konce působení zatížení znázorněn na obr. 3, průběh v rozsahu několika minut na obr. 4. Je z něj patrné, že na odezvě se hlavní měrou podílí samostatná exponenciála a periodická část má spíše význam jistého okrajového efektu.

#### 4. Laboratorní soustava

Pro ověření teoretického modelu podle druhé a třetí kapitoly byl sestrojen laboratorní vzorek, který se skládá z oboustranně upevněného válcovaného nosníku o rozpětí 3m, který je ve středu rozpětí podepřen prvkem z téhož materiálu, z jakého je vyrobeno ložisko používané v mostním stavitelství. Schema laboratorní soustavy odpovídá obr. 1a. Literatura, která se zabývá praktickým využitím polymerních látek ve stavebnictví, viz např. [4], [5], [6], chápe problém časově proměnné deformace ložiska při konstantním zatížení jako vliv modulu pružnosti závislého na velikosti uplatněného zatížení. Odtud vyplývají poměrně složité časové závislosti mezi zatížením a přetvořením. Pokud budeme



Obrázek 4: Odezva soustavy vlivem konstantního zatížení na intervalu  $t \in (0; T)$

modul pružnosti chápat nikoli jako konstantu, ale jako diferenciální operátor, dopracujeme se ke stejnému schématu, jako v obr. 1, pouze interpretace veličin bude poněkud jiná, neboť vycházejí z vlastností materiálu a ne celku. Za těchto okolností můžeme modul pružnosti ložiska  $E$  pokládat za jistou náhradní hodnotu, která vychází z ekvivalentního chování lineární soustavy v okamžiku  $t$ . Na základě této představy může proběhnout experiment a porovnáním s modelem (1) lze klasifikovat původní teoretický model.

Počáteční parametry vstupující do experimentu jsou tyto:

$$E_{ocel} = 210 GPa ; J = 9,35 E - 6 m^4 ; E_{ložisko}(0) = 15,714 MPa , \\ \text{zatížení: } P \approx 0,5q \cdot \text{rozpětí} \Rightarrow P \approx 15 kN.$$

Zatěžování probíhalo hydraulickým válcem MTS s řízenou silou  $15 kN$ . Zatížení bylo uplatněno náhle a působilo konstantní hodnotou po dobu 12 hodin. Potom bylo náhle ukončeno. Charakteristiky odezvy byly sledovány po celou dobu zatěžování a jednu hodinu po jeho ukončení, tj. dohromady 13 hodin. Soustava byla potom ponechána několik dnů v klidu a experiment znovu proveden podle stejného scénáře. Celý tento cyklus byl proveden desetkrát. Za konečné výsledky se považuje matematický střed všech cyklů v příslušných okamžicích. Odpovídající rozptyl byl minimální. Výsledky jsou znázorněny na obr. 5-8 plnými čarami. Číselné hodnoty ve vybraných okamžicích jsou uvedeny v tab. 1. Pro porovnání byl proveden aproximativní výpočet s proměnným modulem pružnosti ve smyslu předchozího výkladu. Jeho výsledky jsou zaneseny do obr. 5-8 zvýrazněnými body.

Časová osa grafů v obr. 5-8 má logaritmické měřítko. Okamžiky zavedení a odejmutí zatížení jsou ze všech čtyř obrázků zřetelné. Zákmity v přechodových stádiích nebyly zjištěny, neboť interval vzorkování byl větší než příslušná perioda okrajového efektu. Výsledky měření vodorovného posuvu  $u(t)$  v místě ložiska shrnuje obr. 5. Na obr. 6 je vykreslen průběh síly na kontaktu mezi nosníkem a ložiskem. Napětí  $\sigma$  v materiálu ložiska jako funkce času je zřejmé z obr. 7 a odpovídající modul pružnosti  $E$  je znázorněn na obr. 8.

Z obr. 5-8 je vidět, že rozdíly mezi výsledky experimentu a aproximativního výpočtu jsou v těchto měřítkách nezaznamenatelné. Rozdíly v posuvu  $u(t)$ , který vyplývá z experimentu, viz obr. 5, a výpočtu provedeného podle analytických vzorců (9) pro výše uvedené vstupní hodnoty jsou menší než 5%. Průběh posuvu  $u(t)$  má v obou případech stejnou tendenci a rozdíly jsou pouze kvantitativní.

Srovnání všech tří druhů výsledků svědčí o tom, že teoretický model zavedený podle obr. 1 a popsáný rovnicemi (1) je přijatelný. Odtud vyplývá, že fyzikální charakteristiky těchto mostních ložisek by bylo vhodné napříště uvádět formou tří čísel:  $C_1, b_1, b_m$ , tedy pružná tuhost (lineární a plně vratná), paralelní a seriová viskozita. Tyto hodnoty jsou konstantní, nezávislé na času a na zatížení. Experimentální zjištění těchto parametrů je jednoduchá

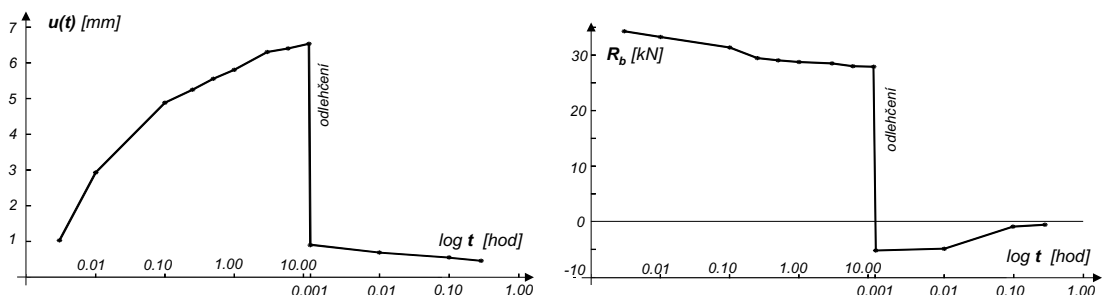
Tabulka 1: Hodnoty odezvy laboratorního vzorku

čas $t$ [h]	$R_b$ [kN]	$u(t)$	$\sigma$ [MPa]	$E_M$ [GPa]
0,003	34,286	1,031	16,2	15.714
0.010	33.257	2.931	15.7	5.363
0.100	31.363	4.885	14.8	3.034
0.250	29.449	5.250	13.9	2.651
0.500	29.050	5.555	13.7	2.472
1.000	28.747	5.806	13.6	2.340
3.000	28.495	6.305	13.4	2.136
6.000	27.998	6.404	13.2	2.066
12.000	27.899	6.534	13.1	2.018
0.001	-5.160	0.896	3.1	2.018
0.010	-4.900	0.700	1.9	3.437
0.100	-0.893	0.553	0.4	7.586
0.290	-0.550	0.417	0.26	15.714

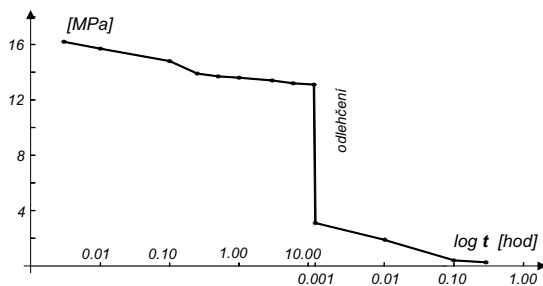
úloha zvládnutelná v podmínkách běžné zkušebny.

## 5. Závěr

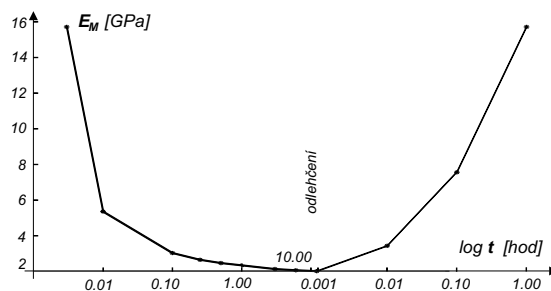
Jednoduchý teoretický model spolupůsobení mostu a ložisek ze syntetických materiálů při vodorovném namáhání ukazuje dobrou shodu s výsledky laboratorních zkoušek a aproximativními výpočty. Umožňuje formulovat v uzavřeném tvaru odezvu soustavy na zatížení libovolně proměnné v čase. Tím je umožněna predikce dlouhodobé odezvy, pokud je známa alespoň přibližně historie zatížení. Soustava se chová jako paměťový člen, jehož index zapomínání je rovnoměrný a závisí na parametrech ložiska a konstrukce. Ukazuje se, že model ložiska sestavený z lineárních prvků, tj. pružiny, paralelního a seriového viskozního členu, je na jedné straně dostatečně výstižný a na druhé straně stále ještě umožňuje reálně určit příslušné materiálové konstanty.



Obrázek 5: Vodorovný posuv styku nosníku a ložiska. Obrázek 6: Síla na styku nosníku a ložiska.



Obrázek 7: Napětí  $\sigma$  v materiálu ložiska.



Obrázek 8: Náhradní modul pružnosti  $E_M$  materiálu ložiska.

Z praktického hlediska vyplývá z teoretických a experimentálních výsledků získaných v tomto příspěvku poznatek, že použití viskozních tlumičů nebo stoperů pro omezení dlouhodobé vodorovné výchylky mostu není optimální. Jako vhodnější se jeví použít vodorovně působící pružné členy nejlépe bez vnitřní viskozity (viz v obr. 1b zvětšení tuhosti pružiny  $C_2$ ). Toto zvětšení tuhosti mostu ve vodorovném směru může projektant ovlivnit již při návrhu příčného řezu. Tímto způsobem se zvýší významně vodorovná síla, která vrací konstrukci do výchozí polohy. I když ani takto nelze dlouhodobou vodorovnou deformaci zcela vyloučit, bude při stejném rytmu zatěžování zřetelně menší, protože logaritmus rychlosti návratu soustavy do výchozí polohy stoupá s vyššími hodnotami  $C_2$ . "Zapomínání historie" zatížení je v takovém případě mnohem rychlejší, takže matematický střed zatížení, který rozhoduje o velikosti dlouhodobé deformace, se vyhodnotí z mnohem kratšího časového intervalu, a tudíž se uplatní menší hodnotou.

## 6. Poděkování

Práce vznikla za podpory grantu GAČR 103/02/0020. Text byl upraven pomocí procesoru L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

## 7. Literatura

1. Iljušin, A.A., Pobedrja, B.E. (1970) *osnovy matematiceskoj teorii termo-vjazko-uprugosti*. Nauka, Moskva.
2. Christensen, R.M. (1971) *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. Academic Press, New York.
3. Abrate, S. (1998) *Impact on Composite Structures*. Cambridge university Press, Cambridge, New York.
4. Saechtling, H. (1979) *Kunststoff-Taschenbuch*. Carl Hansen Verlag, München - Wien.
5. Hornbogen, E. (1979) *Werkstoffe*. Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York. B.H.L., Kumar, R.A.: Interference effects on the
6. Seymour, R.B. (1990) *Engineering Polymer Sourcebook*. Mc Graw Hill, New York - Washington.