



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

STANOVENÍ DRUHÉ VISKOZITY TEKUTIN

F. Pochylý*, V. Habán**, E. Malenovský***.

Abstrakt: V práci jsou uvedeny vztahy pro měření druhé viskozity málo stlačitelných tekutin, pro které platí $\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(\mathbf{x}, t)$, $\tilde{\rho} = \rho_0$. Velikost druhé viskozity je získána měřením na základě znalosti reálné a imaginární části vlastní hodnoty.

Klíčová slova: stlačitelná kapalina, druhá viskozita, vlnová rovnice.

1. Úvod

Při řešení tlakových pulsací kapalin se zanedbává vliv druhé viskozity přesto, že významně ovlivňuje amplitudu jak vlastního, tak vynuceného kmitání.

Důvod je ten, že se zatím nepodařilo určit velikost druhé viskozity s dostatečnou přesností.

Předkládaná metodika stanovení druhé viskozity kapalin je založena na analýze vlastního kmitání kapaliny uzavřené v trubici kruhového průřezu v závislosti na statickém tlaku.

Vychází se přitom z vlnové rovnice pro tlakovou funkci $p(x_i, t)$.

2. Vlnová rovnice

Nevratný tenzor napětí Π_{ij} v závislosti na druhé viskozitě je možno psát ve tvaru

$$\Pi_{ij} = 2\eta c_{ij} + \delta_{ij} b c_{kk} \quad (2.1)$$

η - smyková viskozita, δ_{ij} - Kroneckerovo delta, b - druhá viskozita, c_{ij} - tenzor rychlosti deformace.

Předpokládejme málo stlačitelnou kapalinu, takže pro hustotu ρ lze psát:

$$\rho(\mathbf{x}_i, t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(\mathbf{x}_i, t), \quad \tilde{\rho} \ll \rho_0. \quad (2.2)$$

Pro Navier-Stokesovy rovnice platí:

*Prof. Ing. František Pochylý, CSc., Energetický ústav, Odbor hydraulických strojů V. K. VUT FSI Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: pochyly@khzs.fme.vutbr.cz

**Ing. Vladimír Habán, Ph.D., Energetický ústav, Odbor hydraulických strojů V. K. VUT FSI Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: haban@khzs.fme.vutbr.cz

***Doc. Ing. Eduard Malenovský, CSc., Ústav mechaniky těles, VUT FSI Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: malenov@umtn.fme.vutbr.cz

$$\rho_0 \frac{\partial c_i}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial c_i}{\partial x_j} c_j - \frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0. \quad (2.3)$$

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} c_i + \rho v^2 \frac{\partial c_k}{\partial x_k} = 0. \quad (2.4)$$

Zanedbáme-li nelineární členy, získáme po úpravě (2.1) ÷ (2.4) vlnovou rovnici pro tlak ve tvaru:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{2\eta + b}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p) - v^2 \Delta p = 0. \quad (2.5)$$

Δ - Laplaceův operátor .

Této rovnici lze přidružit problém vlastních hodnot :

$$s^2 \sigma - \frac{2\eta + b}{\rho_0} s \Delta \sigma - v^2 \Delta \sigma = 0. \quad (2.6)$$

Vynásobme (2.6) skalárně funkcí σ . Po integraci obdržíme:

$$s^2 - s \frac{2\eta + b}{\rho_0} k - v^2 k = 0, \text{ kde:} \quad (2.7)$$

s – vlastní hodnota, obecně komplexní,

$$s = \alpha + i\Omega ; \quad \alpha, \Omega \in \mathbb{R} \quad (2.8)$$

příslušející tvaru kmitu σ , k je velikost vlnového vektoru, závisející na tvaru kmitu σ , pro který platí:

$$k = \int_v \Delta \sigma \sigma^* dv / \int_v \sigma \sigma^* dv. \quad (2.9)$$

Z výrazu (2.7) lze snadno určit hodnoty k a b v závislosti na α, Ω následovně:

$$k = \frac{1}{v} (\Omega^2 + \alpha^2) ; \quad b = \frac{2\alpha v^2 \rho_0}{\Omega^2 + \alpha^2} - 2\eta. \quad (2.10)$$

Hodnoty α, Ω určíme z experimentu.

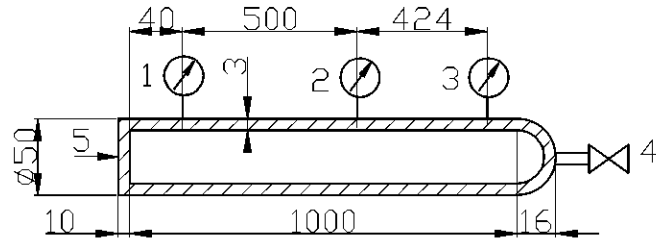
Vzhledem k tomu, že v Navier-Stokesově rovnici vystupuje člen $\kappa = \frac{b}{\rho_0 v^2}$ lze z (2.10)

určit:

$$\kappa = \frac{2\alpha}{\Omega^2 + \alpha^2} - \frac{2\eta}{\rho_0 v^2}. \quad (2.11)$$

3. Experimenty

Experiment je založen na šíření tlakové vlny v kapalině, uzavřené v trubici kruhového průřezu. Jeho cílem je stanovení druhé viskozity vody z výrazu (2.20). Rozměry trubice a umístění snímačů je znázorněno na Obr. 3.1. Teplota vody je 14°C.



Obr. 3.1

1, 2, 3 – tlakové snímače, 4 – odvzdušňovací ventil, 5 – místo poklepu kladívkem

Postup experimentu byl následující.

Do nádrže s volnou hladinou byla napuštěna voda z vodovodu a nechala se po dobu 1 měsíce ustát za účelem vyloučení vzduchu. Nádrž byla tlakovou hadicí napojena na tlakovací zařízení, pomocí kterého bylo možno nastavit tlak v trubici na požadovanou hodnotu. Měření se provádělo pro následující hodnoty tlaku: 883 kPa, 770 kPa, 577 kPa, 406 kPa, 270 kPa. Po napuštění vody do trubice ve vertikální poloze se pomocí odvzdušňovacího ventilu nechal vyloučit vzduch, který byl v trubici před napuštěním vodou. Posléze se tlakovou pumpičkou nastavila požadovaná hodnota tlaku v trubici a trubice se umístila do horizontální polohy a zavěsila na lanka.

Po této přípravě následoval úder na čelo příruby poblíž snímače tlaku č.1 a následně byla provedena modální analýza jak mechanického kmitání trubice, tak tlakových pulsací kapaliny.

Z modální analýzy jsou patrná spektra tlaku, znázorněná na OBR. 3.2 ÷ 3.6.

Modální analýzou byla zjištěna 1. vlastní frekvence kapaliny Ω a jí odpovídající hodnota α . Jejich hodnoty jsou závislé na tlaku, což se dalo očekávat vzhledem k tomu, že rychlost šíření tlakové vlny je závislá na tlaku. Při vyšších tlacích nad 500 kPa je již α konstantní.

Na OBR. 3.7 je znázorněný průběh druhé viskozity v závislosti na statickém tlaku a průběh κ v závislosti na statickém tlaku.

Z průběhů je zřejmá neočekávaně vysoká hodnota b vůči η . Odpovídá to však skutečnosti.

Proto je nutno v matematickém modelu řešení tlakových pulsací uvažovat s vlivem 2. viskozity.

Podrobnější informace o měření jsou uvedeny v [1].

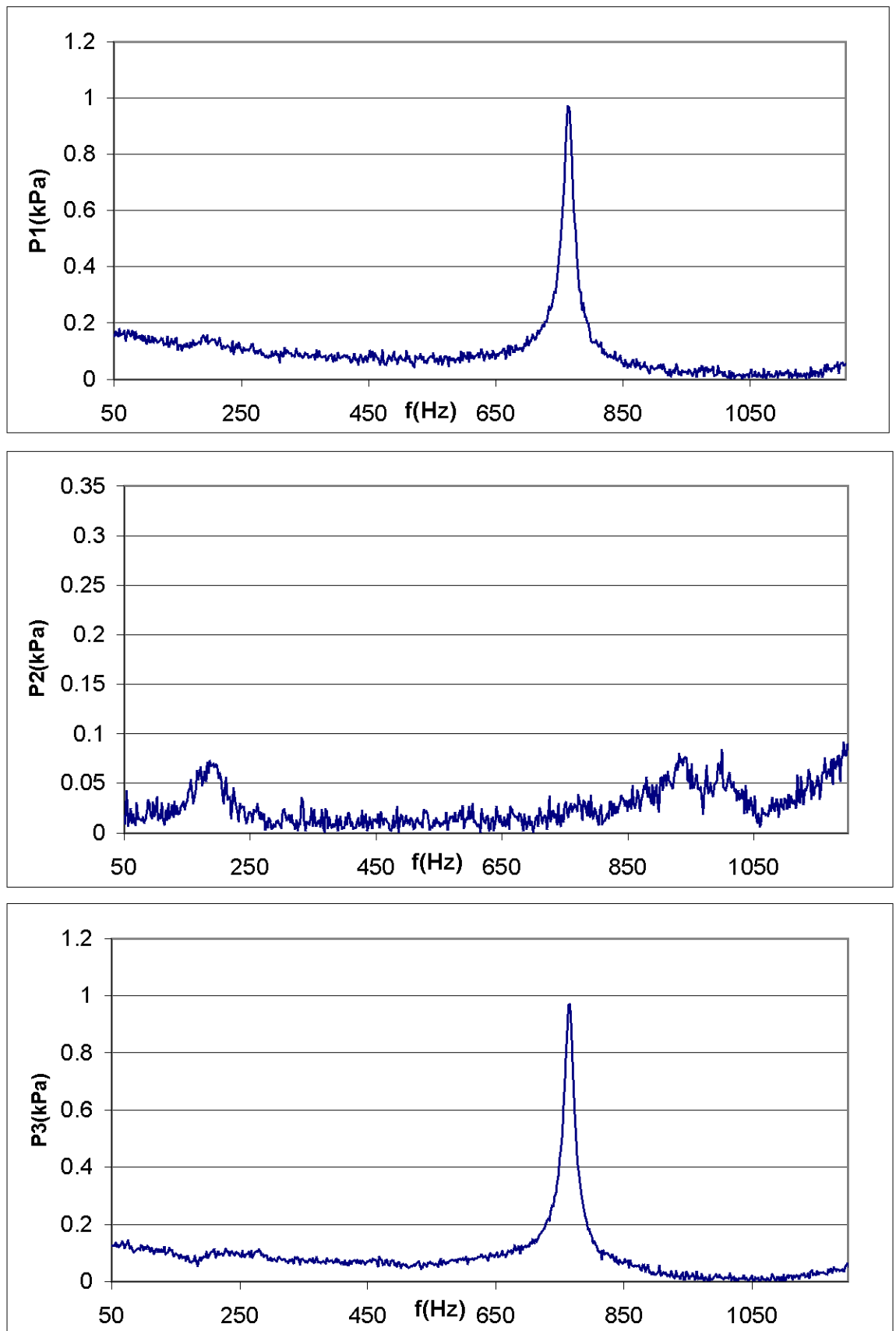
Literatura

[1] Malenovský, E., Habán, V.: Frekvenční analýza kmitání sloupce vody. Brno, září 2001.

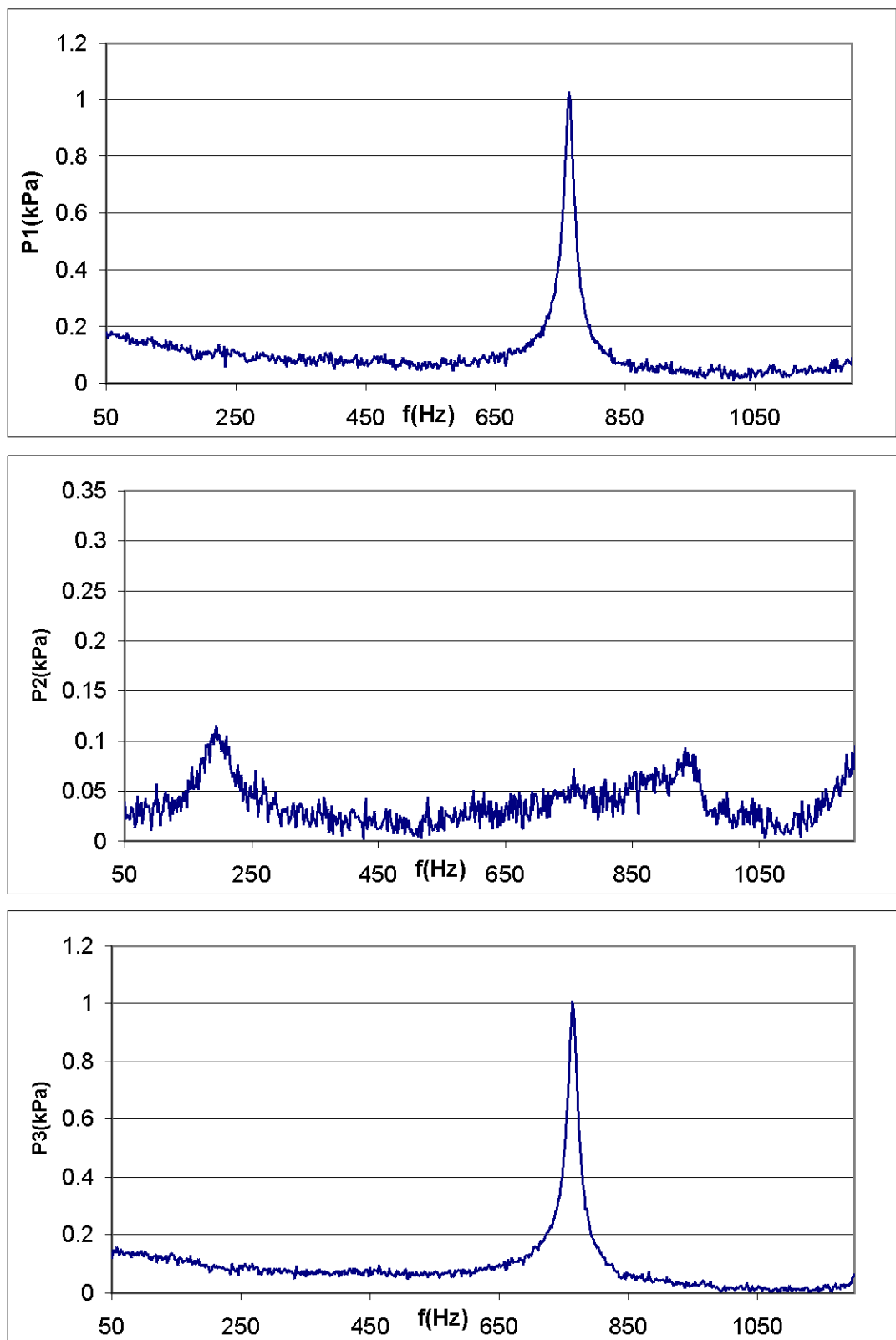
[2] Pochylý, F.: Vlnová rovnice a druhá viskozita kapalin. Výzkumná zpráva č. VUT-EU-QR-34-01, Brno VUT FSI, 2001.

[3] Pochylý, F.: Nestacionární proudění stlačitelné kapaliny v trubici kruhového průřezu. Výzkumná zpráva č. VUT-EU-QR-27-01, Brno VUT FSI, 2001.

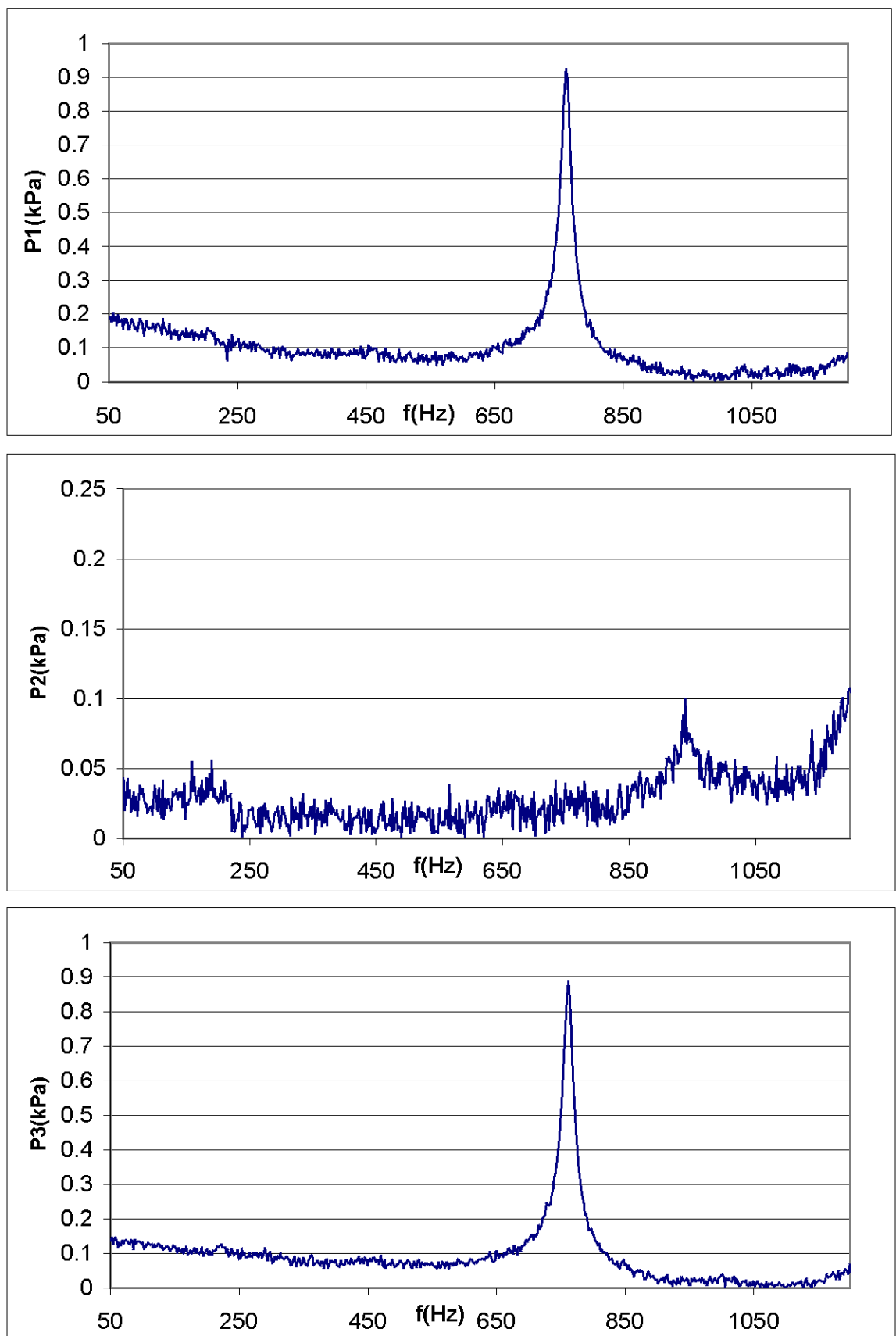
Príspevek byl vypracován v rámci řešení grantového projektu GA ČR č. 101/02/0011 „Nový přístup k analýze dynamických vlastností nelineárních“, GA ČR č. 103/02/0545 „Měření struktury proudu k verifikaci matematických modelů“, GA ČR č. 101/01/0580 „Tvorba a experimentální ověření mat. modelu membránového čerpadla“, MPO č. FD-K/109 „Inovace čerpadlových turbin, snížení pulsací tlaku, hluku a vibrací“ a výzkumných záměrů č. CZ 300004 „Ekologicky a ekonomicky přijatelné moderní energetické technologie; č. CZ 300001 „Výpočtové a fyzikální modelování problémů inženýrské termofluidní mechaniky těles a fázových přeměn“.



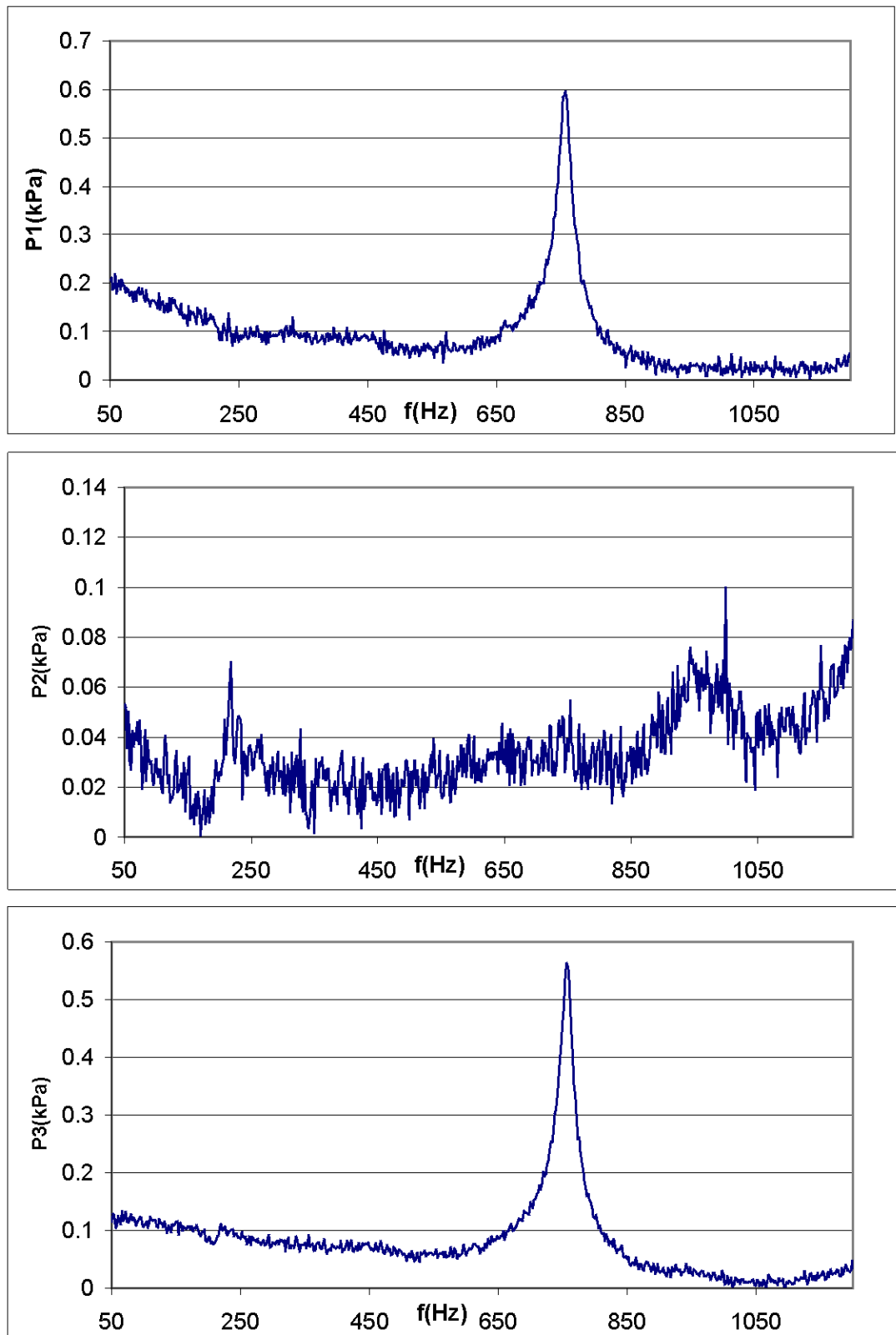
Obr. 3.2



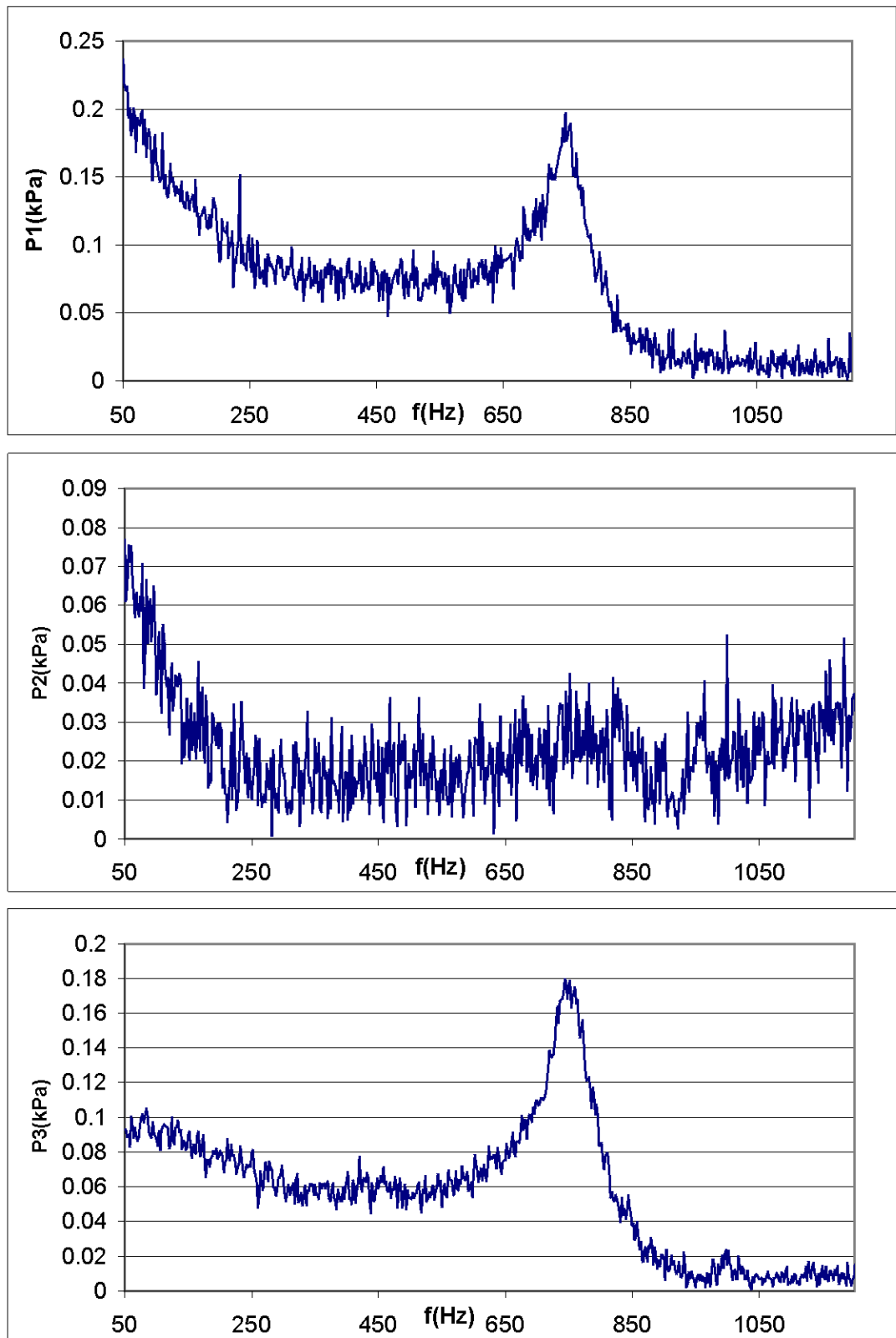
Obr. 3.3



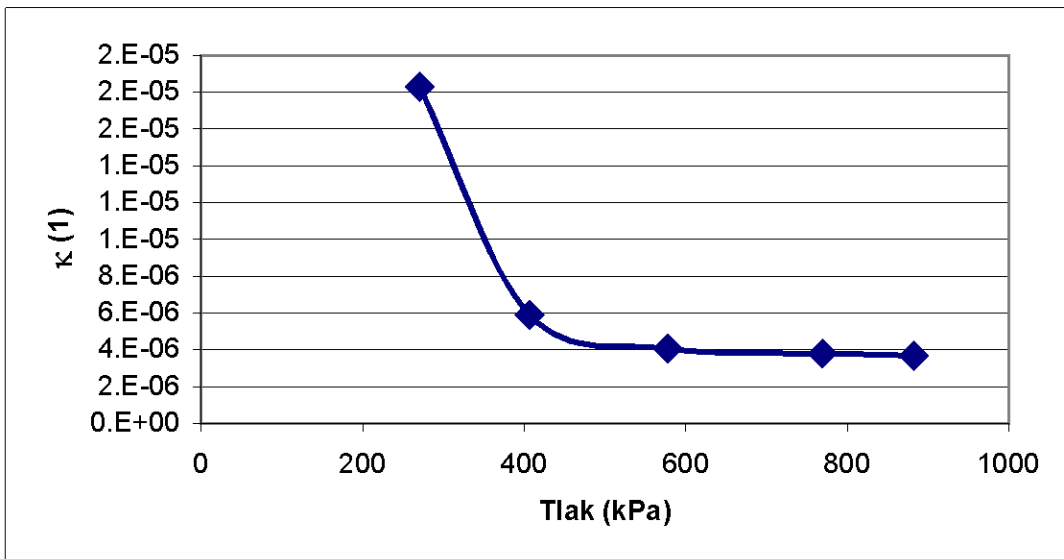
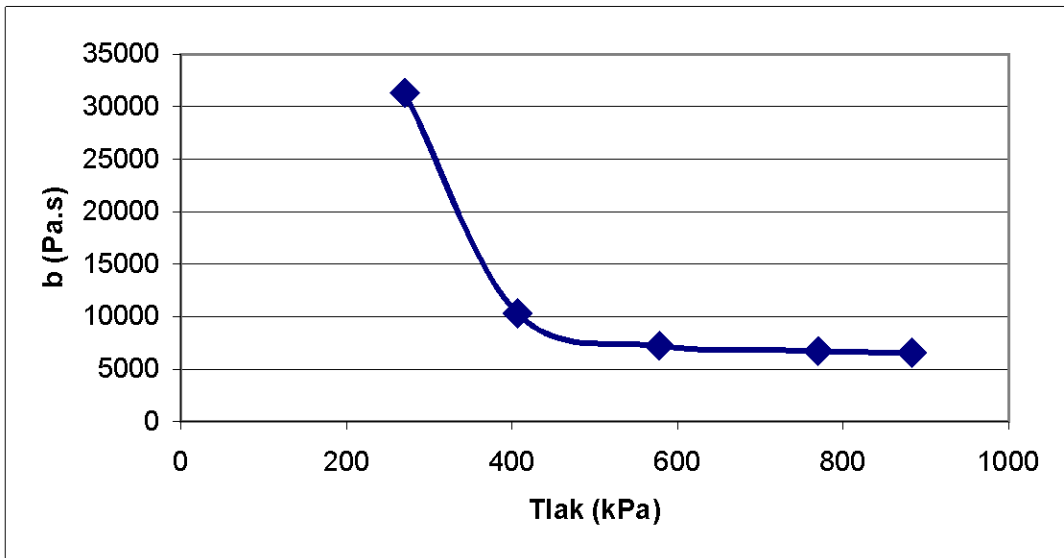
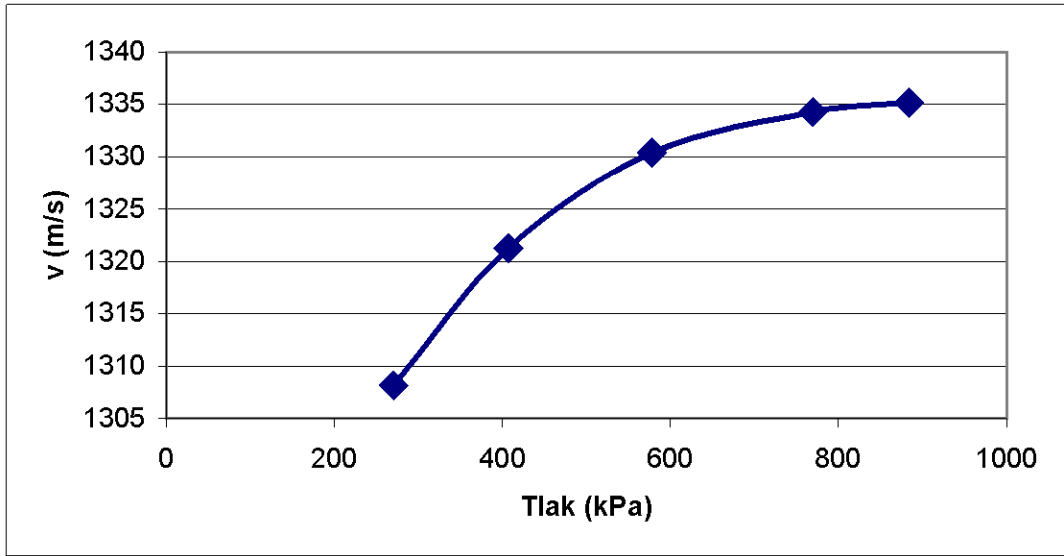
Obr. 3.4



Obr. 3.5



Obr. 3.6



Obr. 3.7