

## INSTABILITY ONSET OF RECTANGULAR PRISMATIC BEAMS IN THE WIND FLOW

Stanislav Pospíšil, Cyril Fischer & JiříNáprstek \*

**Summary:** This paper describes a part of theoretical and experimental research dealing with the problem of the aeroelastic instability onset of slender rectangular beams in the air stream. The fluid-structure interaction response is modeled using two degrees-of-freedom system oscillating in the potential flow. The coupling of the translation and rotation is due to nonconservative and gyroscopic forces. The linearized differential equations of motion are solved qualitatively and the solution is analyzed in the frequency plane. Numerical solution of four examples is based on the aerodynamics lift and moments that are expressed by means of Theodorsen's circulatory function. Solution is given in the form of frequencies of the aeroelastic modes and the critical flutter velocity. A mechanical model of a structure with adjustable parameters has been designed in order to compare the theoretical results with forthcoming experiments in the wind tunnel.

**Keywords:** flutter, aeroelastic instability onset, bluff body, generalized frequency, non-conservative forces.

# 1 Úvod

Problematika interakce stavební konstrukce s proudem vzduchu je stále častěji předmětem výzkumné činnosti mnoha badatelů. O tom svědčí mnohé práce a příspěvky publikované v časopisem i na konferencích, ale také intenzivní začleňování tohoto oboru do norem, týkajících se zatížení a navrhování konstrukce.

Štíhlé stavební objekty, náchylné ke kmitání, jako jsou mosty, stožáry s anténními nástavci apod. mohou být výrazně poškozeny, či přinejmenším může být ovlivněna jejich funkčnost, jsou-li nadměrně zatíženy větrem. Speciálním případem vzniku nežádoucích

<sup>\*</sup>Ing. Stanislav Pospíšil Ph.D., pospisil@itam.cas.cz, Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR, Prosecká 76, Praha 9, 19000

Mgr. Cyril Fischer, fischerc@.itam.cas.cz, Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR, Prosecká 76, Praha 9, 19000

Ing. Jiří Náprstek DrSc., naprstek@itam.cas.cz, Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR, Prosecká 76, Praha 9, 19000

vibrací je nestabilita typu flutter, známá pevážně z oboru letectví nebo lékařství. Nicméně, v posledních letech jsou již publikovány práce i ze stavebnictví, týkající se mostů s velkým rozpětím (např.[1], [3], [5], [4], [6], [11] ). Přesto, že je tomuto jevu věnována velká pozornost, není dosud uspokojivě a jednoznačně popsán. V praxi pak dochází k tomu, že se v odborné literatuře vyskytuje více variant jednoho jevu. To je však dáno badatelovým výběrem systémových parametrů a nikoliv rozdílnou podstatou zkoumaného úkazu. Takový přístup lze obhájit z pohledu konstruktéra, který v daný okamžik hledá řešení obecně složitého problému pro praktický návrh. Z hlediska základního výzkumu, jehož výstupem by mělo být důkladnější porozumění problému a relativně obecná matematická a fyzikální formulace, se nelze s takovým postupem smířit.

V tomto článku je předložena kvalitativní studie vlivu sil aeroelastického původu na stabilitu odezvy soustavy se dvěma stupni volnosti, čerpajícího pohybovou energii z proudu vzduchu. Pohyb soustavy může za určitých podmínek ztratit stabilitu ve smyslu, že její odezva roste až do stavu, kdy indukované napětí v konstrukci překročí pevnost materiálu a dochází k poškození, či vyřazení z provozu. Je třeba podtrhnout, že stanovení odezvy a vyřešení tohoto komplikovaného problému lze v současnosti dosáhnout pouze pomocí kombinace teoretického výzkumu s experimentem. Stabilita je vyjádřena pomocí tzv. Routh-Hurwitzových podmínek, které jsou graficky zobrazeny v rovině dané vlastními frekvencemi aeroelastických tvarů kmitání soustavy těleso-médium. Zvláštní pozornost je upřena na podmínku, která je důležitá hlavně při vzniku flutteru neboli třepotání. Její tvar závisí na parametrech systému a společně s ostatními mapuje oblasti stability ve frekvenční rovině. Numericky jsou vypočteny kritické rychlosti větru pro obdélníkové průřezy, které budou posuzovány experimentálně v aerodynamickém tunelu.

## 2 Mechanický model konstrukce

Mechanický model je založen na představě kmitání štíhlého prizmatického prutu s obdélníkovým průřezem za kombinace ohybového a kroutivého kmitání. Průřez je podle obrázku 1 obtékán proudem vzduchu podél své delší strany. Tento profil je zvolen záměrně, protože dovoluje separovat základní efekty a navíc představuje charakteristický tvar mnoha stavebních objektů jako jsou mosty nebo anténnní nástavce na stožárech. Profil je symetrický vzhledem k oběma osám a jeho střed kroucení je identický se středem tělesa, takže účinky aerodynamických sil mohou být vztaženy ke středu průřezu. Z toho plyne, že vzájemné působení na jiné než aeroelastické úrovni je vyloučeno. Spolupůsobení pochází výhradně od vztlaku L(t) and momentu M(t), které vznikají při vertikálních a otáčivých oscilacích.

Problém lze v prvním stadiu formulovat s ohledem na přítomnost nelinearit v příslušném matematickém modelu. Chceme-li obdržet komplexní obrázek celého jevu, je třeba zřejmě začlenit nelineární analýzu bez níž by například nebylo možné stanovit postkritické chování odezvy, kterého je dosaženo po překročení bifurkačních hranic. Práce [9] popisuje využití Ljapunovy přímé metody založené na prvním energetickém integrálu, kombinované s metodou harmonické rovnováhy pro autoparametrický systém. Tato metoda dovoluje najít pár semi-triviálních řešení, z nichž jedno může být nestabilní.

Na druhé straně, lineární teorii lze užít relativně úspěšně a snadno, jedná-li se o získání základního přehledu o chování soustavy a odezvě a o tendencích kmitání na hranicích stability. V tomto článku se omezíme na lineární teorii.

Napišme rovnice pohybu linearizovaného systému, které jsou dány následovně (hmot-



Obr 1. Schematické znázornění modelu se dvěma stupni volnosti v proudu vzduchu. Model může kmitat kolmo na proud nebo se otáčet kolem své osy procházející středem. Součinitel útlumu v rotaci je položen paralelně, mimo rovinu papíru, k rotační pružině s tuhostí K.

nost a moment setrvačnosti jsou eliminovány):

$$\ddot{u} + b_u \dot{u} - q \dot{\varphi} + \omega_u^2 u - p \varphi = 0$$
  
$$\ddot{\varphi} + q \dot{u} + b_\varphi \dot{\varphi} + p u + \omega_\varphi^2 \varphi = 0$$
(1)

kde

 $b_u, b_{\varphi}$  = zobecněný součinitel útlumu. Na lineární úrovni je dán součtem viskózního útlumu a lineární částí aeroelastického útlumu. V některých případech může být negativní, což vede ke ztrátě stability triviálního řešení;

 $\omega_u, \omega_{\varphi}$  = aeroelastické ohybové kroutivé frekvence; na lineární úrovni se jedná o součet vlastní frekvence a aeroelastické části. Výsledek může být negativní v důsledku růstu rychlosti proudu vzduchu;

q, p = gyroskopické a nekonzervativní síly, které mají aeroelastický původ a jsou obvykle kladnými funkcemi proudu vzduchu;

Rovnici (2) můžeme zapsat v maticové podobě

$$\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \tag{2}$$

Zobecněná matice útlumu je sestavena z koeficientů u rychlostí  $\dot{\mathbf{u}} = \{\dot{u}, \dot{\varphi}\}$  zapsaných v kompaktní formě  $\mathbf{B} \neq \mathbf{B}^T$ . Matice zobecněných tuhostí u zobecněných posunů  $\mathbf{u} = \{u, \varphi\}$  je K. Obě jsou obecně pozitivně definitní pouze ve své symetrické části, a to vzhledem k vlivu aerelastických operátorů. Za nejjednoduššího předpokladu, jsou koeficienty nesymetrické části matic B a K funkcemi rychlosti větru V. Pro některé hodnoty rychlosti větru tak např. útlum translačního pohybu klesá až překročí nulovou hodnotu, zatímco druhý součinitel útlumu u rotačního pohybu roste. Takto vznikne jistá nestabilita odezvy, která je v inženýrské terminologii známa jako galloping, která však je v podstatě pouze speciálním případem nestability obecné, vycházejícím z jednotného matematického popisu.

#### 2.1 Vyšetřování hranic stabilitních oblastí

Chceme-li určit a posléze vyšetřovat hranice nestability, je dobré psát předpokládané řešení ve tvaru

$$\mathbf{u} = U \mathrm{e}^{\lambda t} = U \mathrm{e}^{(\lambda_R + \mathrm{i}\omega)t} \tag{3}$$

Charakteristický determinant systému (1) je roven nule a může být zapsán:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + b_u \lambda + \omega_u^2 &, \quad -q\lambda - p \\ -q\lambda - p &, \quad \lambda^2 + b_u \lambda + \omega_u^2 \end{vmatrix} = 0$$
(4)

Po vyčíslení determinantu dospějeme k polynomiální rovnici čtvrtého stupně (n = 4), jejíž komplexní řešení musí mít negativní reálnou část, chceme-li, aby byl pohyb systému (1) stabilní. Aby byla tato podmínka splněna, musí být splněno pět Routh-Hurwitzových podmínek. První čtyři podmínky lze psát:

$$\begin{cases} b_{u} + b_{\varphi} & > 0 \\ \omega_{u}^{2} + \omega_{\varphi}^{2} + b_{u}b_{\varphi} + q^{2} & > 0 \\ \omega_{u}^{2}b_{\varphi} + \omega_{\varphi}^{2}b_{u} + b_{u}b_{\varphi} + 2qp & > 0 \\ \omega_{u}^{2}\omega_{\varphi}^{2} + p^{2} & > 0 \end{cases}$$
(5)

Poslední podmínka má složitější tvar a stanoví, že následující diskriminant je kladný:

$$\Delta = b_{u}b_{\varphi}(\omega_{u}^{2} - \omega_{\varphi}^{2})^{2} + (b_{u} + b_{\varphi})(\omega_{u}^{2}b_{\varphi} + \omega_{\varphi}^{2}b_{u})(b_{u} + b_{\varphi} + q^{2}) - (b_{u} + b_{\varphi})^{2}p^{2} + [(b_{u} - b_{\varphi})(\omega_{u}^{2} - \omega_{\varphi}^{2}) + (b_{u} + b_{\varphi})(b_{u}b_{\varphi} + q^{2}) - 2qp] 2qp > 0$$
(6)

Vykreslíme-li výše uvedené stabilitní podmínky v rovině dané frekvencemi  $\omega_u^2 \omega_{\varphi}^2$  jako na obrázku 2, můžeme provést kvalitativní analýzu. V práci [10] je uvedeno, že zatímco čtyři podmínky dané rovnicí (5) popisují obecný případ nestability, pátá podmínka (6) má svou speciální důležitost pro případ ohybově kroutivého kmitání-flutteru.

Využijeme-li transformace, dané následujícím vztahem:

$$\begin{array}{cccc} (\omega_u^2 + \omega_{\varphi}^2) = 2x_1 & ; & \omega_u^2 = x_1 + x_2 \\ (\omega_u^2 - \omega_{\varphi}^2) = 2x_2 & ; & \omega_{\varphi}^2 = x_1 - x_2 \end{array} \right\}$$
(7)

obdržíme rovnici (6) v jednodušším tvaru:

$$A_1(x_2 + A_2)^2 + x_1 - A_3 > 0 (8)$$

Aniž bychom zacházeli do detailu vidíme, že tato podmínka představuje v rovině  $\omega_u^2$ ,  $\omega_{\varphi}^2$  parabolu. Koeficienty  $A_i$  jsou funkcemi zobecněnných útlumů  $b_u, b_{\varphi}$  a gyroskopických respektive nekonzervativních sil q, p. Osa této paraboly, daná přímkou  $x_1$  je obecně rovnoběžná s osou prvního kvadrantu. Otevření parabolické křivky a poloha vrcholu paraboly závisí na všech součinitelích útlumu, právě tak jako na parametrech popisujících gyroskopické a nekonzervativní síly q a p. Její vrchol se může pohybovat po přímce  $x_1$ , což bude záviset na znaménku komplikované funkce koeficientů systému (1). V příspěvku [10] byla provedena parametrická studie, která odhaluje posuny bifurkačních bodů a polohu oblastí stability.

Zajímavý případ nastane, položíme-li oba útlumy  $b_u$  a  $b_{\varphi}$  shodné, tedy  $b_u = b_{\varphi} = b$ . Podmínky (5) lze potom zapsat ve tvaru

$$\begin{cases} b > 0 \\ 2x_1 > -(b^2 + q^2) \\ 2x_1 > -2qp/b \\ x_1^2 - x_2^2 > -p^2 \end{cases}$$

$$(9)$$



Obr 2. Podmínka pozitivního diskriminantu (4); rovina nad osou  $x_1$  odpovídá vyššímu útlumu. V této oblasti se mohou vyskytovat oblasti stability jestliže překročíme jiné bifurkační hranice; rovina pod osou  $x_1$  odpovídá nižšímu útlumu. Čísly v kroužku jsou označeny podmínky v rovnici (9).

Lehce nahlédneme, že koeficienty  $A_{1,2,3}$  z rovnice (8) mají tvar:

$$A_1 = \frac{1}{b^2 + q^2}; \quad A_2 = 0; \quad A_3 = \frac{p(p - qb)}{b^2}$$
(10)

Osa paraboly je totožná s osou prvního kvadrantu. Platí-li navíc, že  $b \neq 0$  a  $q \neq 0$ , pak koeficient  $A_1$  je vždy větší než nula a parabola je otevřena do negativního směru osy  $x_1$ . Šířka paraboly roste s rostoucím útlumem a s vzrůstajícími gyroskopickými silami.

Z rovnic (10, 8) obdržíme následující podmínku

$$x_1 = -\frac{1}{b^2 + q^2} x_2^2 + \frac{p(p - qb)}{b^2}$$
(11)

Tato parabolická podmínka vytváří úzký pruh v oblasti okolo osy  $x_1$  ohraničený zhora koeficientem  $A_3$ . Na obrázku 2 jsou oblasti nestability označené šedě. Podmínka (8) je podmínkou nejvíce citlivou. Z této rovnice plyne, že v případě, když frekvence  $\omega_u$ ,  $\omega_{\varphi}$ zaujímají blízkou polohu, může být odezva konstrukce nestabilní.

Během přechodu mezi oblastmi stability a nestability reálná část alespoň jednoho kořene charakteristické rovnice (4) znaménko. Jelikož komplexní kořeny polynomiální rovnice se vyskytují v komplexně sdružených dvojicích, můžeme očekávat pouze jednu dvojici čistě imaginárních kořenů.

Na hranici dané parabolou budou mít kořeny následující zápis:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\Omega; \quad \lambda_3 = \overline{\lambda_4} \tag{12}$$

S ohledem na rovnici (12) můžeme polynomiální rovnici psát ve tvaru:

$$(\lambda + i\Omega)(\lambda - i\Omega)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4) = 0$$
(13)

Srovnáme-li koeficienty s činiteli charakteristické rovnice podle (4), obdržíme soustavu algebraických rovnic, které mohou být vyřešeny pro  $\lambda_i$  a pro  $\Omega$ , reprezentující frekvenci flutteru. Po několika algebraických úpravách dospějeme ke vztahu pro  $\Omega$ :

$$\Omega^2 = \frac{\omega_u^2 b_\varphi + \omega_\varphi^2 b_u + pq}{b_u + b_\varphi} \tag{14}$$

Ostatní kořeny rovnice vedou k tlumenému periodickému pohybu, který zaniká s rostoucím časem. Proto bude na parabole docházet k harmonickému pohybu s frekvencí  $\Omega$ . Jestliže, na jedné straně, nejsou přítomy gyroskopické ani nekonzervativní síly, kvadrát frekvence nestabilního pohybu se rovná váženému průměru kvadrátů frekvencí jednotlivých aeroelastických tvarů kmitání. Tento výsledek lze využít pro první aproximaci frekvence flutteru. Na druhé straně, jsou-li q a p přítomny, může být výsledná frekvence nad oběma frekvencemi  $\omega_{\varphi}$  and  $\omega_u$ , ačkoliv tento případ nebyl zatím experimentálně potvrzen.

Později v textu bude ukázáno, že frekvence aeroelastických módů kmitání se k sobě postupně přiblíží, avšak při počátku flutteru nedosáhnou stejné hodnoty. Tento závěr odporuje obvyklému závěru o tom, že obě frekvence mají stejnou hodnotu. Je ovšem potřeba zdůraznit, že v tomto bodě, tedy při počátku flutteru, nelze zodpovědět otázku, co se stane po dosažení kritické rychlosti proudu. Ačkoliv analýzy popsané v dostupné literatuře poukazují na konvergenci  $\omega_u$  a  $\omega_{\varphi}$ , to k čemu dochází po přechodu bifurkačním bodem může být objasněno pouze pomocí nelineární analýzy, zahrnující všechny nelineární části systémových parametrů.

### 3 Příklad

Každou teorii je třeba potvrzovat opakovanými experimenty a zkoumat její platnost. To platí samozřejmě pro interakci konstrukce s okolním proudem, zvláště s ohledem na komplexnost jevu a počet ovlivňujících parametrů.

V tomto odstavci bude pojednáno o numerickém řešení počátku nestability kmitání několika obdélníkových profilů, které budou posuzovány v aerodynamickém tunelu.

#### 3.1 Aeroelastické síly

Obecný systém podle rovnice 1 přepíšeme ve tvaru:

$$\ddot{u} + 2\omega_{bu}\dot{u} + \omega_{u}^{2}u = F(\dot{u}, u, \dot{\varphi}, \varphi)$$
  
$$\ddot{\varphi} + 2\omega_{b\varphi}\dot{\varphi} + \omega_{\varphi}^{2}\varphi = M(\dot{u}, u, \dot{\varphi}, \varphi)$$
(15)

s obvyklým značením (viz. [9]).

Levé strana rovnice (15) jsou nezávislé a v případě absence aeroelastických sil  $F(\dot{u}, u, \dot{\varphi}, \varphi)F$ a  $M(\dot{u}, u, \dot{\varphi}, \varphi)$ , nezávislé pohyby u a  $\varphi$ .

Popisem síly F a momentu M se zabývá mnoho teoretických studií a experimentů v aerodynamických laboratořích. Shoda mezi experimenty a teorií je však velmi malá. Touto diskrepancí ve výsledcích se zabývá i několik monografií (např. [8], [?]).

Mezi silami F, M a rychlostí proudu vzduchu existuje vztah, který lze zapsat následovně

$$F(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = P[\kappa F_1(\kappa) \frac{\dot{u}}{V} + \kappa F_2(\kappa) \frac{d \cdot \dot{\varphi}}{V} + \kappa^2 F_3(\kappa) \cdot u + \kappa^2 F_4(\kappa) \cdot d \cdot \varphi]$$
(16)

$$M(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = Pd[\kappa M_1(\kappa)\frac{\dot{u}}{V} + \kappa M_2(\kappa)\frac{d\cdot\dot{\varphi}}{V} + \kappa^2 M_3(\kappa)\cdot u + \kappa^2 M_4(\kappa)\cdot d\cdot\varphi]$$
(17)

$$P = \frac{1}{2m} \rho V^2 2d\,l; \quad \kappa = d\frac{\omega}{V} \tag{18}$$

Тур	А	В	С	D
d/h	1	2	3	4
m	3.73	4.17	5.85	6.13
J	0.0098	0.0539	0.1509	0.316
$V_c$	27.6	29.4	33.4	40.8

Tab 1. Parametry modelu.  $V_c[m/s]$  je kritická rychlost větru stanovená z numerického výpočtu.

kde V = konstatní rychlost proudu vzduchu;  $\omega =$  kruhová frekvency; d = charakteristický rozměr; l = délka tělesa podél jeho osy a  $\kappa =$  modifikované Strouhalovo číslo.

Koeficienty  $F_i$ ,  $M_i$  by měly být funkcí  $\kappa$ , aby byla respektována skutečnost, že se nejedná o statické hodnoty, nýbrž že se s frekvencí mění. Je zřejmé, že v některých případech není třeba je zahrnovat všechny, čímž se řešení zjednodušší. Dalšího zjednodušení lze dosáhnout předpokladáme-li, že tyto koeficienty budou funkcemi pouze prvních derivací. Vznikne kombinovaný časově-frekvenční systém, jenž řešíme s ohledem na stanovení kriticých rychlostí, při kterých dochází k počátku nestabilního pohybu (viz. [7]). Z fyzikálního hlediska je takýto postup velmi problematický, neboť celé řešení je založeno na zjednodušujících předpokladeh, které nebudou splněny, jakmile odezva ztratí charakter čistě harmonického pohybu.

Otázkou zůstává, jak lze pracovat s experimentálními výsledky v teoretickém modelu. Jednou z možností je považovat závislost modelu na frekvenci vycházející z metody harmonické rovnováhy. V takovém případě lze koeficienty  $F_i$ ,  $M_i$  například napsat ve formě polynomiálních funkcí parametru  $\kappa$ , který lze nahradit lineární funkcí první derivací u nebo  $\varphi$  podle času. Podrobněji se tímto postupem zabývá práce [9].

V tomto článku byly numericky řešeny modely jejichž pohyb se předpokládá ve tvaru jednoduché harmonické funkce s frekvencí  $\omega$ . Řešením rovnice (4) za použití tzv. Theodorsenových funkcí [7] se dospějeme k problému vlastních čísel, který lze řešit např. grafickou metodou a z něhož získáme přehled o počátku nestabilní odezvy.

#### 3.2 Stanovení kritické rychlosti

V rámci připravovaného experimentálního výzkumu byly vytvořeny úsekové modely ostrohranného prizmatického prutu s rozličnými poměry šířky a výšky obdélníku. Model je uložen podle obrázku tak, že je zajištěna nezávislost pohybu rotaci a translaci. Parametry jako je např. hmotnost, moment setrvačnosti, tuhost a tudíž i vlastní frekvence lze nastavit podle požadavků na matematický model.

Model má proměnný průřez s poměrem stran  $h/d = 1/1 \div 1/4$ . Výška modelu je 0.1 m a délka je l = 0.8 m. Parametr m [kg/m] je hmotnost na délku a J [kg m] je moment setrvačnosti na jednotku délky. Vlastní frekvence byly stanoveny libovolně na  $\omega_{u,0} = 10\pi [s^{-1}]$  a  $\omega_{\varphi,0} = 13\pi [s^{-1}]$ . Ostatní hodnoty jsou v tabulce 1.

Výsledek ilustrativního příkladu, který odpovídá modelu C z tabulky 1 je vidět na obrázku 4 a 3. Na obrázku 3 jsou zobrazeny blízké frekvence kroutivého a ohybového tvaru kmitání jako funkce bezrozměrné rychlosti proudu vzduchu. Je velmi dobře patrné, že pro rostoucí rychlost se k sobě obě frekvence přibližují, avšak nedosáhnou shodné hodnoty. Na ose y je vynesen poměr frekvence s kterou soustava kmitá a vlastní frekvence v kroucení v nezatíženém stavu.

Ve skutečnosti vykazuje nestabilitu vždy pouze jeden z tvarů kmitání, jak je patrné z obrázku 4; počátek nestability lze vyčíst z grafu pro poměrný útlum. To závisí na



Obr 3. Poměrný útlum  $\zeta$  aeroelastických tvarů kmitání soustavy typu C jako funkce bezrozměrného parametru  $V/(d\omega_{\varphi,0})$ .

Obr 4. Bezrozměrné frekvence  $\omega/\omega_{\varphi,0}$  aeroelastických tvarů kmitání soustavy typu C jako funkce bezrozměrného parametru  $V/(d\omega_{\varphi,0})$ .

systémových parametech. Tam kde  $\zeta$ , vyjádřené z poměru reálné složky a veliosti vlastní hodnoty, překročí nulovou hodnotu, dochází k nestabilnímu pohybu a v její blízkosti se poměrně rapidně mění vlastní frekvence.

## 4 Závěr

Teoretický model ohybově kroutivého flutteru ukazuje významnou citlivost na vibrace samobuzeného typu. Na základě relativně jednoduchého lineárního modelu byl úspěšně popsán mechanismus vzniku nestabilního kmitání s obdélníkovým profilem.

Bylo ukázáno, že nestabilnímu kmitání tohoto typu, se lze vyvarovat nastavením adekvátně vysoké tuhosti systému. Tento nárůst tuhosti nemusí být vysoký, jestliže se jedná o případ široce rozevřené paraboly, tedy vysokého útlumu. V takovém případě mohou být frekvence poměrně značně vzdáleny a přesto se bude systém udržovat v nestabilní oblasti. Navíc bylo ukázáno, že poloha oblastí nestability je odvislá od parametrů konstrukce a může se posunovat ve frekvenční rovině.

Vedle hlavních oblastí nestability mohou v dané rovině existovat taktéž minoritní regiony, které s ohledem na typ gyroskopických a nekonzervativních sil mohou odezvu konstrukce stabilizovat.

Typická oblast nestability při flutteru, má nutně parabolický tvar. Frekvence nestabilních scilací se nachází převážně mezi ohybovou a kroutící frekvencí, nicméně za určitých podmínek může ležet nad těmito hodnotami.

Byly analyzovány čtyři různé profily modelu s ohledem na vznik nestabilního kmitání a stanovení tzv. kritické rychlosti vzduchu. Na vybraném případě je patrná charakteristická rychlá změna frekvence jednoho z tvarů kmitání, ke které dochází převážně v blízkosti neutrální polohy. Bylo numericky potvrzeno, že obě frekvence se k sobě blíží, avšak nesplynou. To není v souladu s v literatuře běžně přijímaným závěrem. Pro obdélníkové profily, které jsou ve stavební praxi poměrně běžné, je patrný sklon k torzně řízenému vzniku nestabilního pohybu, což by měl potvrdit i připravovaný experiment.

PODĚKOVÁNÍ: Tento příspěvek byl napsán za podpory grantů č.103/01/P083 a č. 103/99/0756. Text byl upraven procesorem LATEX.

#### Literatura

- Amandolese, X., F. Bourquin & C. Cremona 2000. Numerical investigation of aerodynamic forces on rectangular cylinders and generic bridge deck sections. In: S. Ziada and T. Staubli (eds) *Proc. 7th International Conference on Flow-Induced Vibration FIV2000 19-*22 June, 2000: Lucerne, Switzerland: 141-148: Balkema, Rotterdam
- [2] Bisplinghoff, L.A. & H. Ashley 1962 Principles of aeroelasticity, New York: John Wiley.
- [3] Brownjohn, J.M.W. & J. B. Jacobsen 2001. Strategies for aeroelastic parameter identification from bridge deck free vibration data, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics:* 89(13): 1113-1136.
- [4] Chen X., M. Matsumoto, & A. Kareem 2000. Aerodynamic coupling effects on flutter and buffeting of bridges, *Journal of Engineering Mechanics ASCE:* January 2000: 17-26.
- [5] Ge, R. & H. Tanaka 2000. Aerodynamic flutter analysis of cable-supported bridges by multimode and full-,ode approaches, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics:* 86(2-3): 123-154.
- [6] Gu R., R. Zhang, & H. Xiang 2000. Identification of flutter derivatives of bridge decks, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics:* 84(2): 151-162.
- [7] Klöppel, K. & F. Thiele 1967 Modellvesuche im Windkanal zur Bemessung von Brücken gegen Gefahr winderregter Schwingungen. Der Stahlbau, 12: 353-365.
- [8] Koloušek, V., M. Pirner, O. Fischer & J. Náprstek 1984 *Wind Effects on Civil Engineering Structures*, Elsevier, Amsterdam
- [9] Náprstek, J. 2000. Nonlinear stability of flutter-type vibration in wind. In: S. Ziada and T. Staubli (eds) Proc. 7th International Conference on Flow-Induced Vibration FIV2000 19-22 June, 2000: Lucerne, Switzerland: 445-454: Balkema, Rotterdam
- [10] Náprstek, J. & S. Pospíšil 2001. Aeroelastic instability of a system with nonconservative and gyroscopic forces. In: A.Poživilová and J. Masák (eds) *Proc. 11th Engineering Mechanics Conference 14-17 May, 2001:* Inst.Thermomechanics, Prague. 1:186-188, CD 8 pgs.
- [11] Phongkumsing S., K. Wilde, & Y. Fujino 2001. Analytical study on flutter suppression by eccentric mass method on FEM model of long-span suspension bridge, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics:* 89(6): 515-534.
- [12] Rektorys K. 1995 Survey of the applied mathematics (in Czech), Prague: Prometheus.
- [13] Simiu, E. & R.H. Scanlan 1984 Wind Effects on Structures, John Wiley, New York.