



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**ROZVOJ METODY POČÍTAČOVÉHO MODELOVÁNÍ V
OBLASTI DYNAMIKY ROTORŮ S NELINEÁRNÍMI
VAZBOVÝMI ELEMENTY**

Jaroslav ZAPOMĚL

Summary Rotors belong to the most frequently used components of machine devices. In a number of cases they are coupled with the stationary part through hydrodynamical bearings or squeeze film dampers. Even if technical utilization of these constraint elements started only several decades ago, beginnings of their research go back till to the first half of the 19th century. An important instrument for their investigation is a computer modelling method. Contemporary requirements put on the technical level of rotor systems (increase of the speed of rotation, work in extremal conditions - high or low temperature, vacuum, aggressive environment, ecological reasons, etc.) arrive at needs to accommodate new properties and phenomena (compliance of the bearing, cavitation in the oil film, inertia effects of the lubricant, turbulent flow in the oil layer, roughness of the surfaces, etc) in their computational models. Development in this field (approaches to calculation of a pressure function taking into account inertia of the lubricant and cavitation in the oil film, procedures for analysis of a transient response, steady-state response, stability, bifurcations and character of the vibration) has been also contributed by several research projects supported by the Grant Agency and Ministry of Education of the Czech Republic.

Keywords : rotor systems, hydrodynamical bearings, squeeze film dampers

1. ÚVOD

Rotorové soustavy jsou jedny z nejčastěji používaných komponent strojních zařízení. K jejich hlavním částem patří :

- rotor, který se skládá z hřídele a kol, kotoučů nebo disků na něm nasazených,
- stacionární (t.j. nerotující) část,
- konstrukční prvky tvořící vazbu mezi nimi (ložiska, ucpávky, tlumiče, těsnění).

Spojení rotující a nerotující části je nejčastěji realizováno pomocí valivých nebo kapalinných hydrodynamických ložisek, ale existují i jiné způsoby.

Valivá ložiska se vyznačují ortotropní lineární nebo nelineární tuhostí a velmi malým nebo téměř žádným tlumením. Každá jejich porucha nebo nadměrné opotřebení se projeví zvýšenou hlučností a vysokofrekvenčním kmitáním, což lze identifikovat a poškozené ložisko včas vyměnit. Proto se používají u turbin leteckých motorů a v dalších technických zařízeních, jejichž nečekané selhání by mělo závažné následky.

Nevýhodou valivých ložisek je jejich malé tlumení, což může zapříčinit velké amplitudy vynuceného kmitání.

Hydrodynamická ložiska se nejčastěji používají ve stacionárních průmyslových zařízeních (např. v uložení opěrných a pracovních válců válcovacích stolic). Vyznačují se velkým tlumením, dlouhou životností a menšími energetickými ztrátami, než mají valivá ložiska o stejné únosnosti. Jsou-li slabě zatížená, mohou vyvolat samobuzené nebo chaotické kmitání rotoru a to je nežádoucí jak z hlediska mezního stavu deformace, tak i řízení. Jejich poruchy jsou předem obtížně identifikovatelné a to může způsobit jejich náhlé selhání.

Spojení valivých a hydrodynamických ložisek vedlo ke vzniku squeeze filmových tlumičů. Vlastní silový přenos mezi rotující a stacionární částí soustavy je realizován pomocí valivého ložiska a zvýšeného tlumení se dosahuje přítomností olejového filmu. Pro jejich příznivé mechanické vlastnosti nacházejí své uplatnění zejména v leteckých motorech.

2. HISTORICKÝ PŘEHLED VÝZKUMU HYDRODYNAMIC- KÝCH LOŽISEK A SQUEEZE FILMOVÝCH TLUMIČŮ

I když k technickému využití hydrodynamických ložisek a squeeze filmových tlumičů dochází až v relativně nedávné době, počátky jejich zkoumání spadají už do první poloviny předminulého století. K významným mezníkům procesu poznání v této oblasti patří :

- 1821 Odvození Navier-Stokesových rovnic Navierem.
- 1845 Odvození Navier-Stokesových rovnic Stokesem.
- 1883 Pokusy Beauchampa Towera s radiálním hydrodynamickým ložiskem mazaným olivovým olejem.
- 1886 Osborn Reynolds publikoval ucelenou teorii hydrodynamického mazání. Její součástí je i transformace rovnic Navier-Stokesových na rovnici Reynoldsovu.
- 1898 Kingsbury vyzkoušel v USA první axiální ložisko s naklápěcími segmenty.
- 1904 Michell nechal patentovat v Austrálii axiální ložisko s pevnými segmenty.
- 1925 Newkirk a Taylor poprvé dokázali, že samobuzené kmitání hydrodynamického ložiska je způsobeno hydraulickými silami, kterými působí olejový film na rotující a stacionární část ložiska.

K soustavnému zkoumání hydrodynamických ložisek dochází až po druhé světové válce, zhruba od přelomu 50-tých a 60-tých let.

3. APLIKACE METODY POČÍTAČOVÉHO MODELOVÁNÍ V OBLASTI DYNAMIKY ROTORŮ

Jedním z nástrojů pro zkoumání chování rotorových soustav je metoda počítačového modelování. Její použití spočívá v provedení několika kroků.

- Proveďte se analýza reálné (primární) rotorové soustavy a přiřadí se jí systém vlastností a vztahů mezi nimi, které jsou podstatné z hlediska řešeného problému.
- K primární soustavě se vytvoří soustava modelová a to tak, aby zobrazovala všechny vlastnosti soustavy reálné, které jsou podstatné z hlediska řešeného problému.
- Proveďte se transformace technického problému vztaženého k soustavě reálné na problém vztažený k soustavě modelové.

- Zvolí se metoda řešení technického problému transformovaného na soustavu modelovou a podle ní se zajistí potřebné softwareové a hardwareové prostředky (v případě metody počítačového modelování je tato metoda vždy výpočetní a její realizace není možná bez použití počítače).
- Provede se řešení technického problému na soustavě modelové.
- Výsledky řešení se transformují na řešení technického problému vztaženého k soustavě reálné.
- Provede se verifikace výsledků, při čemž se zkoumá, dochází-li ke shodě mezi chováním soustavy modelové a reálné na požadované úrovni rozlišení.

V případě metody počítačového modelování je modelová soustava tvořena různými teoriemi nebo jejich částmi. Jednotlivé teorie se od sebe odlišují předpoklady, na kterých jsou postaveny, a tudíž i rozsahem jejich platnosti a stupněm složitosti. Proto je nutné, aby měl řešitel vždy k dispozici několik teorií a výpočetních metod, z nichž by mohl vybrat tu, která by byla z jistého hlediska optimální vzhledem k řešenému problému.

Aby se dosáhlo uceleného poznání dynamických vlastností reálných rotorových soustav a to s dostatečnou mírou spolehlivosti i při řešení složitých technických problémů, je nutná kombinace dvou postupů :

- počítačových simulací,
- experimentálního výzkumu a měření na reálné soustavě.

Toto spojení je přínosné, neboť :

- vypracované teorie podpořené počítačovými simulacemi umožňují vysvětlení jevů pozorovaných u reálných rotorových soustav, odhalení jejich fyzikální podstaty a poznání jejich souvislosti s konstrukčními a provozními parametry soustavy,
- provedená měření umožňují naladění a verifikaci výpočtových modelů.

4. ROZVOJ V OBLASTI DYNAMIKY ROTORŮ S HYDRODYNAMICKÝMI LOŽISKY A SQUEEZE FILMOVÝMI TLUMIČI

Společenský vývoj doprovázený rozvojem techniky vede ke stále se zvyšujícím nárokům kladeným na provozní a konstrukční parametry rotačních strojů, jako jsou např. dosažení větších rychlostí otáčení, dosažení větší výkonnosti, snížení výrobních nákladů, dosažení vyšší bezpečnosti, snížení hlučnosti a vibrací, možnost práce v extrémních podmínkách (vysoké teploty, nízké teploty, vakuum, agresivní prostředí) nebo požadavky na používání ekologicky šetrných maziv.

To vše vyžaduje provedení konstrukčních úprav a použití nových materiálů. Zároveň tyto požadavky způsobují, že řada jevů nebo vlastností rotorových soustav, které byly dosud nepodstatné, začínají významně ovlivňovat jejich chování, a proto musejí být uváženy ve výpočtových modelech. Z hlediska hydrodynamických ložisek a squeeze filmových tlumičů k nim patří :

- nekruhový tvar příčného průřezu ložiskového otvoru (případně čepu hřídele),
- poddajnost ložiskového pouzdra,
- samomazná ložiska (ložiska z porézních materiálů),
- kavitace v olejovém filmu,
- setrvačné účinky maziva,
- turbulentní proudění v olejovém filmu,

- drsnost povrchů ložiska nebo tlumiče,
- závislost viskozity maziva na tlaku a teplotě a některé další.

4.1 KAVITACE U HYDRODYNAMICKÝCH LOŽISEK A TLUMIČŮ

Kavitace je významným faktorem, který ovlivňuje chování hydrodynamických ložisek a squeeze filmových tlumičů. Pod tímto pojmem se rozumí nasávání vzduchu z okolního prostoru, var oleje a uvolňování plynů v něm rozpuštěných. Kavitační jevy vedou ke vzniku dvojfázového média a projeví se jako přetržení olejového filmu.

Přítomnost kavitace byla pravděpodobně tušena už na počátku 20. století, kdy pro výpočet tlakové funkce z Reynoldsovy rovnice byly zavedeny Sommerfeldovy (tzv. poloviční) okrajové podmínky. Ty vyjadřují, že k silovému působení olejového filmu na čep hřídele a stacionární část dochází jen na polovině jejich obvodu. Experimentálně byla kavitace prokázána až na přelomu 50-tých a 60-tých let minulého století.

Cole a Hughes [12] publikovali v roce 1957 výsledky své experimentální práce s ložiskem buzeným rotujícím zatížením. Zjistili při nich přítomnost kavitační oblasti, která se pohybovala spolu s čepem hřídele. Tato oblast byla podobná jako v případě ložiska staticky zatíženého a z toho usoudili, že analogicky lze definovat i okrajové podmínky nutné k výpočtu tlakové funkce z řešení Reynoldsovy rovnice.

Naproti tomu přišel roku 1970 White [13] s důkazy, které tento závěr vyvracely. Navíc objevil kavitační bubliny, které přetrvávaly i v oblasti vysokého tlaku při poměrně excentricitě čepu hřídele větší než 0,3.

Hibner a Bansal v článku [14] publikovaném v roce 1979 vysvětlovali odchylku mezi naměřenými výsledky a výsledky získanými podle klasické teorie hydrodynamického mazání stlačitelností maziva, což je způsobeno uvolňováním plynů v něm rozpuštěných a vznikem dvoufázové směsi.

Feng a Hahn publikovali [15] přístup pro stanovení hustoty a viskozity dvoufázové homogenní tekutiny. Zároveň poukázali na neadekvátnost použití Reynoldsovy rovnice platné pro nestlačitelnou kapalinu u ložisek a tlumičů pracujících při vysokých rychlostech a za podmínek kavitace.

Podstatou vzniku a typem kavitačního jevu u kapalinných ložisek a squeeze filmových tlumičů se zabývali Zeidan a Vance [16], [17]. Výsledky svého experimentálního výzkumu na zkušebním zařízení publikovali na přelomu 80-tých a 90-tých let. Použili tlumič, který byl na svých čelech těsněn pístními kroužky a jehož mezera byla poměrně velká (0,6 mm). Měření tlaku prováděli pomocí piezoelektrických snímačů. Výsledkem práce bylo odhalení 5 kavitačních režimů.

První režim odpovídá stavu, kdy ke kavitaci nedochází. To nastává při nízkých otáčkách a malé excentricitě čepu hřídele a lze ho také dosáhnout zvýšením tlaku oleje dodávaného do ložiska nebo tlumiče.

Druhý režim je charakterizován přítomností kavitační bubliny, která se vytváří za čepem hřídele, pohybuje se za ním a neovlivňuje oblast vysokého tlaku. Tento stav byl pozorován u ložisek dynamicky zatížených při malých rychlostech otáčení a u squeeze filmových tlumičů navíc při zrychlování rotoru. Po dosažení ustáleného stavu se bublina rozpadla.

Ve třetím režimu se vytváří směs oleje a vzduchu. Vzduch je nasáván z okolního prostoru do mezery ložiska nebo tlumiče a to zejména v těch místech, v nichž dochází ke snížení tlaku. V oblasti vysokého tlaku se bubliny rozpadají na menší, stlačují se a

částečně se i v oleji rozpouštějí, takže médium v těchto místech se blíží mlhové směsi. V místě sníženého tlaku vzduchové bubliny expandují, snižují tlakový pokles a zmenšují rozsah této oblasti. Podstatnou vlastností směsi oleje a vzduchu je její stačitelnost. Podle obou autorů většina současných squeeze filmových tlumičů pracuje v tomto režimu.

Při čtvrtém režimu dochází k párové kavitaci. Tlumiče v něm mohou pracovat, je-li těsnění na jejich čelech dostatečně účinné, takže zabraňuje pronikání vzduchu z okolí do mezery. Jakmile tlak oleje poklesne pod určitou hodnotu, dojde k jeho varu. Oblast párové kavitace se vyznačuje konstantní tlakovou úrovní. Jakmile dojde ke zvýšení tlaku, párové bubliny se rozpadají a fáze plynná přechází ihned ve fázi kapalnou. Tento druh kavitace je spojen s jevem zvaným pitting. Přechod plynné fáze v kapalnou je doprovázen náhlým tlakovým poklesem, který vede k vytrhávání částeczek materiálu z vnějšího a vnitřního kroužku ložiska nebo tlumiče a tím k poškozování jejich povrchů.

Pátý režim spočívá v kombinaci plynové a párové kavitace. Nejprve nastane kavitace párová, pak dojde k nasátí vzduchu do mezery. Vzduchové a párové bubliny spolu reagují, čímž se snižuje vliv imploze. Toho lze využít i řízeně připouštěním vzduchu do olejové mezery, čímž se potlačí vznik párové kavitace a pátý režim přechází na režim třetí.

Typ kavitace závisí na mnoha parametrech: druhu těsnění na čelech, jeho účinnosti, rychlosti otáčení, excentricitě čepu hřídele a tlaku oleje, pod kterým je dodáván do ložiska nebo tlumiče. Zvýšený tlak zabraňuje vnikání vzduchu do oleje z okolí a rovněž snižuje i rozsah oblasti, při níž dochází ke vzniku párové kavitace. Vliv tlaku dodávaného oleje na snížení rozsahu kavitované oblasti je významnější při větších rychlostech otáčení a excentricitách čepu hřídele.

Z výsledků výzkumu provedeného oběma autory vyplynulo, že párová kavitace značně snižuje únosnost ložiska a tlumicí vlastnosti tlumiče, významně se projevuje stlačitelnost média (olejo-plynové směsi) a předpoklad π -filmového ložiska nebo tlumiče platí jen omezeně (zejména pro malé excentricity a úhlové rychlosti rotace).

4.2 TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ V MEZEŘE U HYDRODYNAMICKÝCH LOŽISEK A TLUMIČŮ

Při vysokých otáčkách rotačních strojů nebo při použití maziv o nízké viskozitě jako jsou syntetické oleje, voda, tekuté kovy nebo zkapalněné plyny může dojít v úzké mezeře hydrodynamického ložiska nebo squeeze filmového tlumiče k přechodu od laminárního k turbulentnímu proudění buď v celém objemu olejového filmu, nebo alespoň lokálně.

Lahmar, Haddad a Nicolas vypracovali postup umožňující zkoumání vlivu turbulence na stabilitu rotoru uloženého v krátkých ložiskách [18]. Vyšli z Reynoldsovy rovnice pro neustálené turbulentní proudění nestlačitelné kapaliny. Turbulentní proudění bylo vyjádřeno pomocí koeficientů turbulence, jejichž hodnoty počítali z empirických vztahů. Podle Constantinescuovy teorie z roku 1970 jsou funkcí lokálního Reynoldsova čísla. O charakteru proudění v určitém místě mezery rozhoduje velikost lokálního Taylorova čísla. Je-li jeho hodnota menší než kritická, pak proudění v mezeře zůstává laminární. Překročí-li hodnota lokálního Taylorova čísla dvojnásobek hodnoty kritické, pak je proudění turbulentní. V ostatních případech má charakter proudění přechodového.

K řešení Reynoldsovy rovnice použili autoři tzv. optimalizovanou metodu, která je založena na dvou předpokladech :

- tlaková funkce, která závisí na dvou proměnných (obvodové souřadnici ϑ a axiální souřadnici Z), může být vyjádřena jako součin dvou funkcí o jedné proměnné (ϑ , Z).
- tlakový profil v axiálním směru je parabolický.

4.3 VLIV DRSNOSTI POVRCHŮ NA ROZLOŽENÍ TLAKU OLEJE V MEZEŘE HYDRODYNAMICKÝCH LOŽISEK A TLUMIČŮ

Počátky zkoumání vlivu drsnosti povrchů na rozložení tlaku oleje v mezeře hydrodynamických ložisek a squeeze filmových tlumičů lze spatřovat v práci Tzinga a Saibela [19] z roku 1967. Oba autoři se v ní zabývali teorií hydrodynamického mazání v mezeře s drsnými povrchy, přičemž k popisu drsnosti použili stochastického přístupu. Christensen a Tonder [20] analyzovali vliv příčné a podélné drsnosti na ustálené kmitání kluzného ložiska. Patir a Cheng [21], [22] odvodili koncem 70-tých let průměrnou Reynoldsovu rovnici a zavedli tzv. smykový a tlakový faktor proudění. Majumdar a Hamrock [23] zkoumali hydrodynamickou únosnost kapalinného ložiska konečné délky, k čemuž použili kromě faktorů proudění i odhadu kontaktní únosnosti povrchových mikronerovností.

Faktory proudění zavedené Patirem a Chengem se však nesetkaly se všeobecným souhlasem a řada autorů se vůči nim kriticky vyjádřila.

V polovině 90-tých let se Ramesh a Majumdar [24] zabývali vlivem drsnosti na stabilitu kmitání absolutně tuhého rotoru uloženého v jednom hydrodynamickém ložisku. Vyšli z Reynoldsovy rovnice odvozené Patirem a Changem a k jejímu řešení použili metodu centrálních diferencí. Stabilitu posuzovali podle tvaru trajektorie přechodové odezvy. Soustavu (dvou) pohybových rovnic řešili přímou integrační metodou Runge-Kutta čtvrtého řádu.

Z výsledků jejich analýzy vyplynulo několik závěrů :

- Má-li čep hřídele a ložiskového tělesa stejnou isotropní povrchovou strukturu, pak s rostoucí drsností vzrůstá i mez stability ustálené složky vynuceného kmitání.
- Je-li čep hladký a ložiskové těleso isotropně drsné nebo s převládající orientací povrchových nerovností v příčném směru, vykazuje soustava při větších excentricitách větší stabilitu než u ložisek s povrchy hladkými.
- Orientace povrchových mikronerovností v podélném směru zvyšuje hranici stability u ložisek krátkých, zatímco u ložisek dlouhých ji snižuje.
- Stabilita kmitání závisí i na poměru délky k průměru ložiska. Rostoucí hodnota tohoto poměru zvyšuje hranici stability u ložisek s isotropní drsností nebo s povrchovými nerovnostmi orientovanými příčně. Naproti tomu u ložisek s mikronerovnostmi orientovanými podélně se stabilita zvyšuje s klesající hodnotou poměru délky k průměru.

4.4 VLIV SETRVAČNÝCH ÚČINKŮ OLEJE NA ROZLOŽENÍ TLAKU V MEZEŘE HYDRODYNAMICKÝCH LOŽISEK A TLUMIČŮ

Jedním z předpokladů klasické teorie hydrodynamického mazání je, že setrvačné účinky oleje jsou nevýznamné. V případě maziv o nízké viskozitě (např. syntetické oleje, zkapalněné plyny), které se v poslední době se začínají používat, je však velikost

setrvačných sil stejného řádu jako sil viskózních, a proto musejí být ve výpočtovém modelu uváženy.

Jeden z prvních pokusů o studium setrvačných účinků oleje provedl Smith [25] v polovině 60-tých let. Jeho přístup spočíval v zavedení přídavných hmotností a ukázal se vhodným zejména pro analýzu krátkých tuhých rotorů uložených v dlouhých hydrodynamických ložiskách. Zároveň prokázal, že složky rychlosti proudění závisejí na setrvačných účincích maziva pouze nevýznamně. Tento závěr byl experimentálně potvrzen v pracích Constantinescu [26] v polovině 70-tých let a Ticheho [27] na počátku let 80-tých. Tichy rovněž dokázal na základě měření, že setrvačnost oleje je důležitým faktorem ovlivňujícím činnost squeeze filmových tlumičů a to urychlilo další výzkum v této oblasti.

Počátky rozvoje výpočetních metod umožňujících uvážení setrvačných účinků maziva při stanovení tlakové funkce spadají přibližně do 80-tých let 20. století. El-Shafei [28], [29] odvodil pomocí kinetické koenergie a Reynoldsova přenosového teorému matici přídavné hmotnosti olejového filmu krátkého a dlouhého squeeze filmového tlumiče pro případ centrického kruhového pohybu středu čepu hřídele. Jeho práce v této oblasti byla završena analytickým vyjádřením tlakové funkce pro případ krátkého ložiska a tlumiče [30]. Jeho postup je založen na pronásobení Navier-Stokesovy rovnice odpovídající směru převládajícího tlakového spádu složkou rychlosti v axiálním směru a na následném zprůměrování setrvačných členů po šířce mezery. Jednotlivé členy takto upravené Navier-Stokesovy rovnice mají fyzikální význam výkonů. K provedení integrací bylo použito rychlostních průběhů získaných z řešení Reynoldsovy rovnice. Výhodou tohoto postupu je, vede k vyjádření tlakové funkce v uzavřeném tvaru.

5. PŘÍNOS GRANTOVÝCH ÚKOLŮ K ROZVOJI VÝPOČETNÍCH METOD ANALÝZY SQUEEZE FILMOVÝCH TLUMIČŮ

Rozvoj výpočetních metod určených pro analýzu squeeze filmových tlumičů byl součástí grantového úkolu GAČR 101/99/1327. V rámci jeho řešení byly vytvořeny a na řadě testovacích úloh ověřeny počítačové algoritmy pro stanovení :

- rozložení tlaku v mezeře krátkého tlumiče s uvážením vlivu setrvačnosti maziva a vzniku kavitace v olejovém filmu,
- rovnovážné polohy,
- vlastních čísel a vlastních tvarů soustavy linearizované v okolí rovnovážné polohy,
- přechodové odezvy na silové buzení obecného časového průběhu,
- ustálené složky odezvy na silové buzení periodického časového průběhu,
- posouzení charakteru, stability a bifurkací ustálené složky vynuceného kmitání.

5.1 POHYBOVÁ ROVNICE ROTORU SE SQUEEZE FILMOVÝMI TLUMIČI

O modelových rotorových soustavách se předpokládá, že mají následující vlastnosti

- hřídel je poddajný, lineárně pružný a ve výpočtovém modelu je nahrazen prutem, který je pro účely výpočtu diskretizován na konečné prvky,
- stacionární část je absolutně tuhá a nepohyblivá,
- kotouče jsou absolutně tuhá rotačně symetrická tělesa,
- jsou uváženy setrvačné a gyroskopické účinky rotující části,

- materiálové tlumení hřídele je viskózní, ostatní druhy tlumení (kromě tlumičů) jsou považovány za lineární,
- hřídel je spojen se stacionární částí pomocí squeeze filmových tlumičů,
- rotor se otáčí konstantní úhlovou rychlostí,
- rotor je zatížen osamělými a rozloženými silami konstantního, periodického a obecného časového průběhu.

Chování takovéto rotorové soustavy je popsáno pohybovou rovnicí a vztahy pro okrajové podmínky

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{B} + \eta_V \mathbf{K}_{SH} + \Omega \mathbf{G}) \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} + \Omega \mathbf{K}_C) \mathbf{x} = \mathbf{f}_A + \mathbf{f}_V + \mathbf{f}_H(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) \quad (1)$$

- \mathbf{M}, \mathbf{K} - matice hmotnosti, tuhosti rotorové soustavy,
 \mathbf{G}, \mathbf{K}_C - matice gyroskopických účinků, matice cirkulační,
 \mathbf{B} - matice tlumení (vnějšího, materiálového stacionární části),
 \mathbf{K}_{SH} - matice tuhosti hřídele,
 $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}$ - vektory zobecněných posuvů, rychlostí, zrychlení,
 $\mathbf{f}_A, \mathbf{f}_V, \mathbf{f}_H$ - vektory zobecněných sil (vnějších, vazbových, hydraulických),
 Ω - úhlová rychlost otáčení hřídele,
 η_V - součinitel viskózního tlumení materiálu hřídele.

Prvky vektoru \mathbf{f}_H představují hydraulické tlumicí síly, kterými působí vrstvičky maziva na čepy hřídele a ložiskových těles.

5.2 STANOVENÍ SLOŽEK HYDRAULICKÝCH TLUMICÍCH SIL

Squeeze filmové tlumiče jsou ve výpočtovém modelu uváženy pomocí nelineárních silových vazeb. Předpokládá se, že mají následující vlastnosti :

- vnější i vnitřní kroužek tlumiče jsou absolutně tuhé a jejich povrchy (na straně mezery) jsou absolutně hladké,
- příčný průřez mezery tlumiče má tvar mezikruží a jeho rozměry v axiálním směru se nemění,
- mazivo je nestlačitelná Newtonovská kapalina,
- mazivo dokonale přilíná k povrchům vnějšího a vnitřního kroužku,
- fyzikální parametry maziva (hustota, viskozita) zůstávají konstantní.

Rychlostní a tlakové pole v mezeře je popsáno Navier-Stokesovými rovnicemi a rovnicí kontinuity. Protože jejich řešení je časově značně náročné, je žádoucí hledat jiný způsob, který by stanovení tlakové funkce urychlil. Po zavedení dalších předpokladů

- setrvačné účinky maziva jsou nevýznamné,
- tlak oleje v radiálním směru je konstantní,
- rychlostní gradient proudění maziva v radiálním směru je mnohem větší než jsou rychlostní spády ve směrech obvodovém a axiálním,

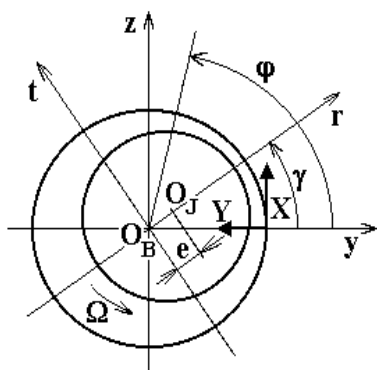
lze tlakovou funkci vypočítat (bez uvážení setrvačných účinků oleje) z řešení Reynoldsovy rovnice

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = \frac{6\eta}{R} \frac{\partial}{\partial \vartheta} [h \cdot (u_1 + u_2)] + 12\eta \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

kde

$$h = h_0 - e \cdot \cos \vartheta \quad (3)$$

- φ, ϑ, Z - souřadnice v obvodovém a axiálním směru (obr.2),
 γ - polohový úhel spojnice středů (obr.2),
 e - excentricita středu vnitřního kroužku (obr.2),
 h_0, h - tloušťka mezery při centrické, excentrické poloze vnitřního a vnějšího kroužku,
 R - poloměr vnitřního kroužku tlumiče,
 p_R - tlak oleje, tlaková funkce (z řešení Reynoldsovy rovnice),
 η - dynamická viskozita oleje,
 u_1, u_2 - obvodová rychlost bodů na povrchu vnějšího a vnitřního kroužku,



Obr.1 Schéma ložiska

a následně pak (s přihlédnutím ke splnění rovnice kontinuity) i složky rychlosti proudění.

Jestliže geometrické a konstrukční parametry tlumiče dovolí považovat ho za krátký (poměr délky k průměru je menší než asi 0,25, žádné nebo velmi malé těsnění na čelech tlumiče), pak první člen na levé straně Reynoldsovy rovnice (2) lze zanedbat. Pro obvykle přijímané okrajové podmínky

$$u_1 = 0 \quad (4)$$

$$u_2 = 0 \quad (5)$$

pro složky rychlosti v obvodovém, radiálním a axiálním směru platí

$$u = 0 \quad (6)$$

$$w = \frac{6Z}{h} \left(\frac{Y}{h} - \frac{Y^2}{h^2} \right) (\dot{e} \cos \vartheta + e \dot{\gamma} \sin \vartheta) \quad (7)$$

$$v = 6 \left(\frac{Y^3}{3h^3} - \frac{Y^2}{2h^2} \right) (\dot{e} \cos \vartheta + e \dot{\gamma} \sin \vartheta) \quad (8)$$

- ϑ, Y, Z - souřadnice v obvodovém, radiálním, axiálním směru (obr.2),
 u, v, w - složky rychlosti proudění v obvodovém, radiálním, axiálním směru,
 $\dot{e}, \dot{\gamma}$ - derivace excentricity, polohového úhlu spojnice středů podle času.

Vliv setrvačných účinků maziva na tlakový spád v axiálním směru se získá (na určité rozlišovací úrovni) zprůměrováním všech členů příslušné Navier-Stokesovy rovnice přes celou šířku olejového filmu

$$\frac{\partial p}{\partial Z} = -\frac{\rho}{h} \left(\int_0^h \frac{\partial w}{\partial t} dY + \int_0^h \frac{u}{R} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} dY + \int_0^h v \frac{\partial w}{\partial Y} dY + \int_0^h w \frac{\partial w}{\partial Z} dY \right) + \frac{\eta}{h} \int_0^h \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} dY \quad (9)$$

p, ρ - tlak oleje (tlaková funkce), hustota oleje.

Za složky rychlosti proudění u, v a w se dosadí ze vztahů (6) až (8) získaných z řešení Reynoldsovy rovnice (t.j. bez uvážení setrvačných účinků oleje). Po provedení příslušných integrací s uvážením okrajových podmínek

$$p = p_a \quad \text{pro} \quad Z = \pm \frac{L}{2} \quad (10)$$

p_a - tlak na čelech vnějšího prostředí,
 L - délka tlumiče.

pak pro tlakovou funkci platí

$$p = p_a + \frac{1}{2} \left(\frac{L^2}{4} - Z^2 \right) A \quad (11)$$

$$A = \frac{12\eta}{h^3} (\dot{\epsilon} \cos \vartheta + e\dot{\gamma} \sin \vartheta) + \frac{12\rho}{5h^2} (e^2 \dot{\gamma}^2 \sin^2 \vartheta + 2e\dot{\epsilon}\dot{\gamma} \sin \vartheta \cos \vartheta + \dot{\epsilon}^2 \cos^2 \vartheta) + \frac{\rho}{h} [(\ddot{\epsilon} - e\dot{\gamma}^2) \cos \vartheta + (e\ddot{\gamma} + 2\dot{\epsilon}\dot{\gamma}) \sin \vartheta] \quad (12)$$

V kavitovaných oblastech se předpokládá, že tlak média zůstává konstantní. Rozložení tlaku oleje v mezeře tlumiče je pak popsáno těmito vztahy

$$p_t = p \quad \text{pro} \quad p \geq p_{cav} \quad (13)$$

$$p_t = p_{cav} \quad \text{pro} \quad p < p_{cav} \quad (14)$$

p_{cav} - tlak média v oblasti kavitace,

p_t - tlak v mezeře tlumiče s uvážením vlivu kavitace.

Pro zavedení střední hodnotu tlaku v axiálním směru

$$p_m = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} p_t dZ \quad (15)$$

jsou radiální a tangenciální složka hydraulické síly, kterou působí olejový film na vnitřní kroužek tlumiče, dány vztahy

$$F_r = -RL \int_0^{2\pi} p_m \cos \vartheta d\vartheta, \quad F_t = -RL \int_0^{2\pi} p_m \sin \vartheta d\vartheta \quad (16)$$

F_r, F_t - radiální a tečná složka tlumicí síly.

5.3 STANOVENÍ USTÁLENÉ SLOŽKY ODEZVY NA PERIODICKÉ BUZENÍ

Aby byly splněny okrajové podmínky, transformuje se pohybová rovnice (1) na tvar

$$\mathbf{A}_2 \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_1 \cdot \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (17)$$

Matice $\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_0$ a vektory $\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ddot{\mathbf{y}}$ a \mathbf{b} se získají z $\mathbf{A}_2^*, \mathbf{A}_1^*, \mathbf{A}_0^*$ a $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}, \mathbf{b}$ vynecháním těch jejich řádků a sloupců, které odpovídají stupňům volnosti, pro které jsou předepsány okrajové podmínky

$$\mathbf{A}_2^* = \mathbf{M} \quad (18)$$

$$\mathbf{A}_1^* = \mathbf{B} + \eta_v \cdot \mathbf{K}_{SH} + \Omega \cdot \mathbf{G} \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_0^* = \mathbf{K} + \Omega \cdot \mathbf{K}_C \quad (20)$$

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{f}_A + \mathbf{f}_H - \mathbf{A}_0^* \cdot \mathbf{x}_{BC} \quad (21)$$

\mathbf{x}_{BC} - vektor okrajových podmínek.

Odezva rotorové soustavy na buzení silou periodického časového průběhu po utlumení počáteční přechodové složky kmitání může být získána pro jistou třídu úloh pomocí metody trigonometrické kolokace. Tento postup předpokládá, že (i) ustálená složka odezvy je periodickou funkcí času, (ii) její perioda je odvozena z periody buzení a (iii) může být aproximována pomocí konečného počtu členů Fourierovy řady

$$\mathbf{y} = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^{N_H} \mathbf{a}_j \cdot \cos\left(j \frac{2\pi}{T} t\right) + \mathbf{b}_j \cdot \sin\left(j \frac{2\pi}{T} t\right) \quad (22)$$

$\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_j, \mathbf{b}_j$ - vectors of Fourier coefficients ($j = 1, 2, \dots, N_H$).

Metoda trigonometrické kolokace vyžaduje stanovení kolokačních bodů. Dosazení předpokládaného řešení (22) do modifikované pohybové rovnice (17) pro všechny kolokační body vede k soustavě nelineárních algebraických rovnic

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{g} = \mathbf{r}(\mathbf{g}) \quad (23)$$

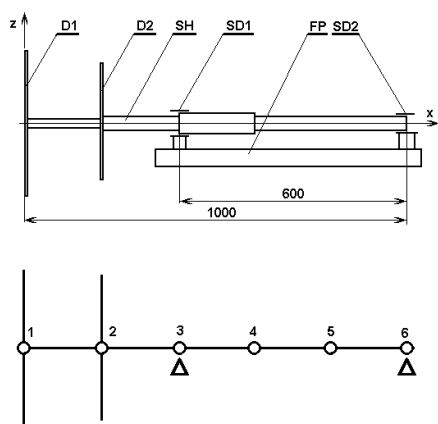
$\mathbf{S}, \mathbf{g}, \mathbf{r}$ - matice soustavy, vektor neznámých, vektor pravé strany.

Prvky vektoru neznámých \mathbf{g} jsou Fourierovy koeficienty všech deformačních posuvů, pro které nejsou předepsány okrajové podmínky.

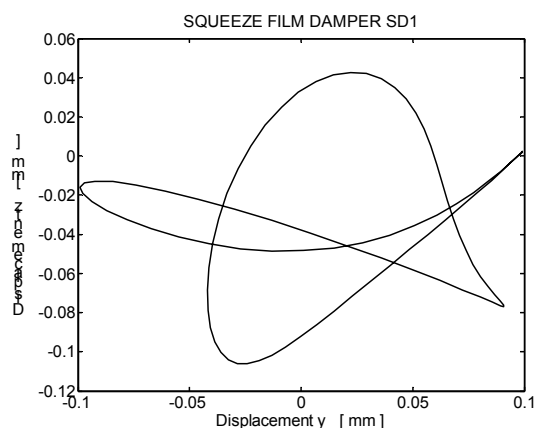
5.5 PŘÍKLAD

Rotor zkoumané rotorové soustavy se skládá z hřídele (SH), na jehož převislém konci jsou nasazeny dva kotouče (D1, D2). Rotor je spojen s tuhou základovou deskou (FP) pomocí dvou valivých ložisek a squeeze filmových tlumičů (SD1, SD2, šířka mezery 0,2 mm). Hřídel se otáčel konstantní úhlovou rychlostí (400 rad/s) a byl zatížen dvěma osamělými silami harmonického časového průběhu působícími na něj v radiálním směru v místech kotočů (D1 : 2000 N, 200 rad/s, D2 : 4000 N, 300 rad/s). I když jejich frekvence jsou různé, je výsledné buzení periodickou funkcí času. Úkolem bylo posoudit stabilitu ustálené složky vynuceného kmitání.

Ve výpočtovém modelu byl hřídel uvážen pomocí prutového tělesa, které bylo diskretizováno na konečné prvky. Oba tlumiče byly považovány za krátké a kavitované.

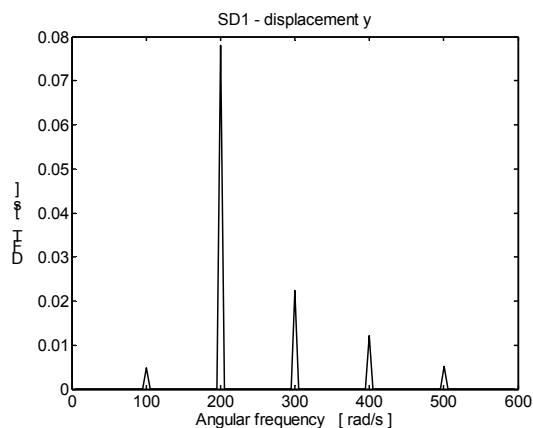


Obr.2 Schéma zkoumané rotorové soustavy

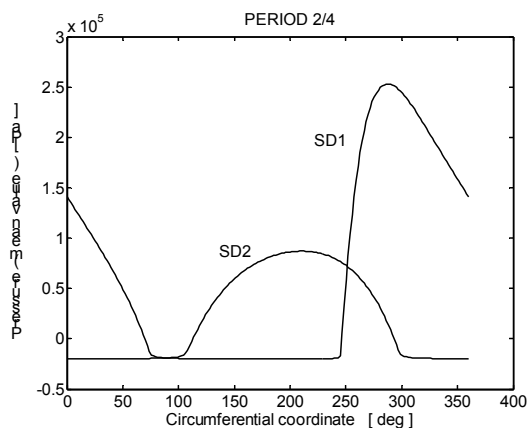


Obr.3 Trajektorie středu čepu hřídele v SD1

Na obr.3 je nakreslen tvar trajektorie stredy vnitřního kroužku tlumiče SD1. Z výsledků vyplývá, že nedochází k nárazům mezi rotující a stacionární částí. Obr.4 ukazuje obraz Fourierovy transformace časového průběhu deformačního posuvu y stredy čepu hřídele v tlumiči SD1. Je z něj patrné, že dominantní podíl na výsledné odezvě má harmonická složka s úhlovou frekvencí 200 rad/s. Průběhy střední hodnoty tlaku po obvodu tlumičů SD1 a SD2 v určitém časovém okamžiku jsou na obr.5. Výsledky ukazují, že u obou dochází k přetržení olejového filmu (ke kavitaci).



Obr.4 Obraz Fourierovy transformace (deformační posuv y , tlumič SD1)



Obr.5 Rozložení tlaku v mezeře tlumičů SD1, SD2

6. ZÁVĚR

Zkoumání chování rotorových soustav s hydrodynamickými ložisky a squeeze filmovými tlumiči je důležitý, ale i obtížný technický problém. Důležitým nástrojem k jejich zkoumání je metoda počítačového modelování. Rostoucí nároky na technické a provozní parametry rotorových soustav vedou k novým konstrukčním provedením a k použití nových materiálů a maziv. Protože toto významně ovlivňuje jejich dynamické chování, je třeba vypracovat nové postupy a metody řešení, by umožnily jejich zahrnutí do výpočtových modelů.

Tato práce byla vypracována za podpory Grantové agentury a Ministerstva školství České republiky v rámci řešení grantových projektů vedených pod čísly 101/99/1327, 101/02/0011 a výzkumného záměru CEZ:J17/98:2724019.

REFERENCE A LITERATURA

- [1] Zapoměl J.: Calculation of the pressure function at long hydrodynamical bearings. Mathematical Research, 2001, no.8, pp.189-192.
- [2] Zapoměl J.: Calculation of the oil pressure distribution around the circumference of a long hydrodynamical bearings, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, 2001, no.16, pp.155-160.
- [3] Zapoměl J.: Transient response of a rotor supported by fluid film bearings of non-circular on kinematic excitation, Proceedings of Dynamics of Machines 2002, Prague, 2002, pp.197-204
- [4] Zapoměl J.: The judgement of stability of non-linear rotor systems with a flexible shaft and a stationary part, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, nr.17, 2001, Politechnika Śląska, Gliwice 2001, str. 237-244

- [5] Zapoměl J.: Stability judgement of periodically excited rotors supported by short squeeze film dampers taking into account inertia effects and rupture of the oil film, Proceedings of 14th Nordic Seminar on Computational Mechanics, Lund, Sweden, 19-20 October, 2001, pp.235-238
- [6] Zapoměl J.: Posuzování stability rotorů s krátkými squeeze filmovými tlumiči buzenými nevyváhou rotujících částí, Sborník jednodenního semináře Výpočty 2001 (Výpočty konstrukcí metodou konečných prvků), ÚT AVČR, VAMET s.r.o., Praha, 15. listopadu 2001, str. 61-72
- [7] Zapoměl J., Malenovský E.: Approaches to numerical investigation of the character and stability of forced and self-excited vibration of flexible rotors with non-linear supports, IMechE Conference Transactions, 7th International Conference on Rotating Machinery, University of Nottingham, 12–14 September 2000, pp.691-699
- [8] Zapoměl J., Malenovský E.: Numerical methods for the stability investigation of flexural vibration of rotor systems supported by fluid-film bearings, Proceedings of the 5th International Conference on Rotor Dynamics, 7-10 September, 1998, Darmstadt, Germany, pp.212-223
- [9] Zapoměl J., Malenovský E.: Investigation of the steady-state flexural nonlinear vibration of rotors supported by fluid-film bearings harmonically and polyharmonically excited, Proceedings of the Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, vol. 4, University of Oulu, Finland, June 20-24, 1999, pp. 1704-1709
- [10] Malenovský E., Pochylý F.: (2001) Some results of computational modelling of dynamic behaviour of journal bearings using the Bézier body. Strojnícky časopis, vol.52, 2001, no.4, pp.235-258.
- [11] J. Dupal. Stability of non-symmetrical rotating 1D continuum with non-isotropic supports. Proc. of UWB, vol.2, 1998, str.39-48
- [12] Cole J.A., Hughes C.J.: Visual study of film extent in dynamically loaded complete journal bearings, Proc. Lub. Wear Conf., (I.Mech.E.), 1957, pp.147-149
- [13] White D.C.: Squeeze film journal bearings, Ph.D. dissertation, Cambridge University, December 1970
- [14] Hibner D.H., Bansal P.N.: Effects of compressibility on viscous damper characteristics, Proceedings of the Conference on the Stability and Dynamic Response of Rotors with Squeeze Film Bearings, University of Virginia, 1979
- [15] Feng N.S., Hahn E.: Density and viscosity models for two-phase homogeneous hydrodynamic damper fluids, ASLE Transactions, vol.29, no.3, pp.361-369
- [16] Zeidan F.Y., Vance J.M.: Cavitation leading to a two-phase fluid in squeeze film damper bearing. STLE Tribology Transactions, vol.32, 1989, no.1, pp.100-104.
- [17] Zeidan F.Y., Vance J.M.: Cavitation regimes in squeeze film dampers and their effect on the pressure distribution. STLE Tribology Transactions, vol.33, 1990, no.3, pp.447-453.
- [18] Lahmar M., Haddad A., Nicolas D.: An optimised short bearing theory for nonlinear dynamic analysis of turbulent journal bearing, Eur.J.Mech. A/Solids, vol.19, 2000, pp.151-177
- [19] Tzeng S.T., Saibel E.: Surface roughness effect on slider bearing lubrication, ASLE Transactions, vol.10, 1967, pp.334
- [20] Christensen H., Tonder K.: The hydrodynamic lubrication of rough journal bearings, ASME Journal of Lubrication Technology, 1973, pp.166-171

- [21] Patir N., Cheng H.S.: An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication, ASME Journal of Lubrication Technology, vol.100, 1978, no.1, pp.12-17
- [22] Patir N., Cheng H.S.: Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces, ASME Journal of Lubrication Technology, vol.121, 1979, no.2, pp.220-230
- [23] Majumdar B., Hamrock B.J.: Surface roughness effect on finite oil journal bearings, NASA Technical Memo. 82639, 1981
- [24] Ramesh J., Majumdar B.: Stability of rough journal bearing using nonlinear transient method, ASME Journal of Tribology, vol.117, 1995, pp.691-695
- [25] Smith D.M.: Journal bearing dynamic characteristics-effect of inertia of lubricant, Proceedings I.Mech.E., vol.179, 1964-1965, pp.37-44
- [26] Constantinescu V.N.: On the influence of inertia forces in turbulent and laminar self-acting films, ASME Journal of Lubrication Technology, vol.92, 1970, no.3, pp.473-481
- [27] Tichy J.A.: The effect of fluid inertia in squeeze film damper bearings : a heuristic and physical description, ASME Paper 83-GT-177, 1983
- [28] El-Shafei A.: Unbalance response of a Jeffcott rotor incorporating short squeeze film dampers, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol.112, 1990, pp.445-453
- [29] El-Shafei A.: Unbalance response of a Jeffcott rotor incorporating long squeeze film dampers, ASME Journal of Vibration and Acoustics, vol.113, 1991, pp.85-94
- [30] El-Shafei A.: Modeling fluid inertia forces of short rotordynamic applications, ASME Journal of Vibration and Acoustics, vol.117, 1995, pp.462-469