

ANALYSIS OF FRICTIONALLY EXCITED THERMOELASTIC INSTABILITY AND HOT SPOTS IN AUTOMOTIVE DISK BRAKES

J. Voldřich*, Š. Morávka*

***Summary:** One of the unwanted effects during braking is non-uniform heating of the brake disks and formation of hot spots. In the present contribution, an extension of Lee and Barber's approach (1993) to the brake disks with vents and to the case of finite thickness of friction pads is used for further modelling of the transient problem of hot spots.*

1. Úvod

Jedním z nežádoucích jevů při brzdění je vznik teplotních skvrn (v angličtině tzv. hot spots) na discích automobilových brzd. Ty jsou totiž zpravidla doprovázeny nežádoucími vibracemi brzdového systému i snížením účinnosti brzd. Dokonce mohou způsobit trvalé deformace disků s jejich následným poškozením.

Ačkoliv uvedené problémy jsou známy poměrně dlouho i v souvislosti s brzděním na železnici nebo s leteckými brzdami, teprve Barber (1969) upozornil na jejich souvislost s jevem tzv. termoelastické nestability (dále jen TEN). S myšlenkou, jak vznik tohoto kritického jevu modelovat, přišli pak Dow a Burton (1972) a Burton a kol. (1973), když perturbační metodu hledání matematického řešení aplikovali na případ dvou prokluzujících polorovin. Teprve Lee a Barber (1993) pak ve své pionýrské práci aplikovali tuto metodu na komplikovaný případ diskových brzd. Nicméně jejich výsledky co se týče přesnějšího ocenění vzniku TEN nejsou ještě dostatečně uspokojivé, neboť tloušťka třecích segmentů v jimi předloženém modelu je nekonečná. Jejich přínos pro vyšetřovanou problematiku je však zásadní. Ukázali například, že technicky zajímavé jsou pouze antisymetrické tvary teplotních skvrn brzdového disku.

Poslední jmenovaná práce podnítila Hartsocka a kol. (1999) z výzkumných laboratoří Fordových závodů k provedení rozsáhlé parametrické analýzy vzniku TEN v diskových brzdách. Její autoři již uvažují konečnou tloušťku třecích segmentů a zdá se, že předložené výsledky (vliv materiálových parametrů, tloušťky disku, koeficientu tření apod. na možnost vzniku TEN) jsou kvalitativně správné. Problematické je však opět kvantitativní ohodnocení. Analytický přístup hledání řešení totiž vyžaduje, aby toto řešení bylo v obvodovém směru disku periodické. Protože však třecí destičky jsou přiloženy pouze k jeho části, je nezbytné provést další vhodné zjednodušení reálné situace. Hartsock a kol. ve svém přístupu N -krát zmenšují koeficient tření, když N značí podíl plného úhlu 2π a středového úhlu, který je

* RNDr. Josef Voldřich, CSc., Dr. Ing. Štefan Morávka: Nové technologie – Výzkumné centrum, ZČU, Univerzitní 8, 30614 Plzeň, ČR; tel. 377632801, e-mails: voldrich@ntc.zcu.cz, moravka@ntc.zcu.cz

třecími segmenty vymezen. Tím sice odpovídajícím způsobem snižují vývin tepla v důsledku tření kontaktních povrchů, avšak např. poměr tepelných kapacit disku a destiček zůstává chybný. Proto ve zprávě Voldřicha a kol. (2002) a v práci Voldřicha a Morávky (2003) je navržen způsob, jak se s tímto nepoměrem disku a třecích segmentů vhodněji vypořádat. Zároveň je v těchto citacích navržen postup, jak odhadovat vývoj amplitudy teplotních skvrn v průběhu brždění, jestliže jejich příčinou je počáteční odchylka rovinnosti třecích ploch disku.

Je vhodné také poznamenat, že již zmíněný článek Leeho a Barbera (1993) rovněž inspiroval Decuzziho a kol. (2001) k přenesení popisovaných metod na problematiku vícediskových spojek a brzd. Konečně v poslední době přichází kolektiv kolem prof. Barbera s modelováním vzniku TEN za pomoci metody konečných prvků (viz Yi a kol. 2000, Zagrodzki a kol. 2001). Tedy přichází se snahou, jak postihnout i vliv často složité geometrie brzdových disků.

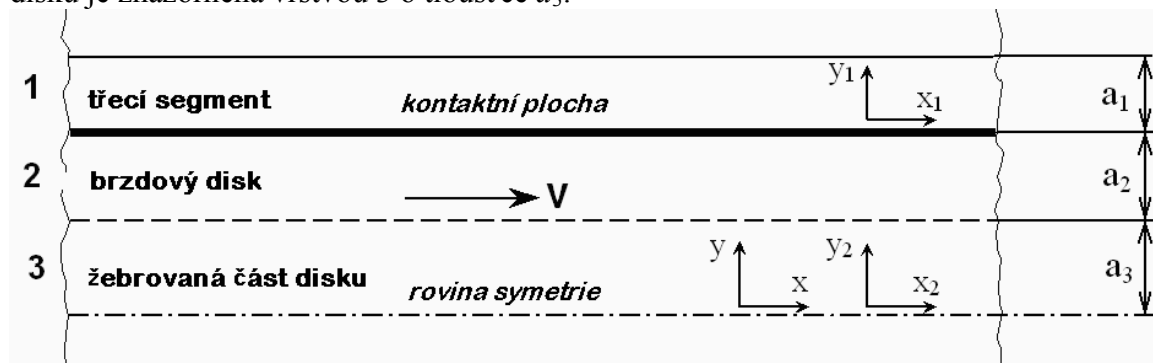
Cílem tohoto příspěvku je pomocí analytického způsobu popisu TEN modelovat vývoj teplotních skvrn při brždění, jestliže tyto skvrny jsou vyvolány počáteční odchylkou rovinnosti disku. Na rozdíl od předchozích prací jsou vzaty v úvahu i tvary teplotních perturbací „uvnitř“ disku a jejich „energetická“ náročnost.

2. Jev termoelastické nestability

Prvořadým úsilím konstruktérů diskových brzd je zajistit co nejlepší ochlazování disků zahřátých bržděním. Vzhledem k rotační symetrii disků (přehlédneme-li žebrovanou část disků pro jeho vnitřní chlazení) lze rovněž jejich teplotní pole, deformace a napjatost považovat za rotačně symetrické. Ukazuje se však, že při vysokých rychlostech prokluzu třecích ploch vzrůstá náchylnost k porušení této symetrie, což má za následek vznik teplotních skvrn, „zvlnění“ disku apod. Při překročení tzv. kritické rychlosti prokluzu totiž dojde k tomu, že nominálně stejnoměrné rozložení kontaktního tlaku třecích ploch se stane nestabilním a způsobí lokalizaci zatížení, generovaného tepla i deformací disku. V tomto příspěvku se zabýváme situací, kdy vlnová délka takovéto perturbace nepřekračuje délku třecích segmentů.

3. Matematický popis

Zjednodušený 2D model poloviny diskové brzdy je znázorněn na obrázku č. 1. Třecí segment má tloušťku a_1 , plná stěna disku odpovídá vrstvě 2 tloušťky a_2 , polovina žebrované části disku je znázorněna vrstvou 3 o tloušťce a_3 .



Obrázek č. 1

Zavedeme lokální souřadný systém (x_1, y_1) pevně spojený s třecími segmenty (s vrstvou 1) a systém (x_2, y_2) pevně spojený s diskem. Teplotní perturbaci hledáme ve tvaru

$$T_i(x, y_i, t) = T_0 \Theta_i(y_i) \exp(bt + jmx) , \quad (1)$$

kde (x, y) značí souřadný systém pohybující se s perturbovaným polem, t je čas. Index i označuje příslušnou vrstvu modelu, b je tzv. růstový parametr a $m = 2\pi/L$, kde L je vlnová délka perturbace. Obdobně pro perturbaci kontaktního tlaku mezi vrstvami 1 a 2 bude

$$p(x, t) = p_0 \exp(bt + jmx) . \quad (2)$$

V uvedených formulích značí T_0 a p_0 amplitudy počátečních nerovnoměrností (fluktuací). Obě řešení (1) a (2) budeme hledat v oboru komplexních čísel s tím, že jejich reálná část popisuje skutečné teplotní, resp. tlakové pole.

Označíme-li c_i rychlost perturbace vzhledem k vrstvě i a bude-li V rychlost prokluzu třecích povrchů, potom

$$V = c_1 - c_2 , \quad c_2 = c_3 , \quad x = x_1 - c_1 t = x_2 - c_2 t , \quad y = y_2 = y_3 = y_1 + a_2 + a_3 .$$

Růstový parametr popisuje chování perturbací, které se pro $b < 0$ tlumí, pro $b > 0$ naopak dochází k vývoji nestability. Kritická rychlost prokluzu nastává pro hodnotu $b = 0$. Jak ukázali Lee a Barber (1993), tato kritická rychlost je mnohem nižší pro antisymetrické tvary perturbací a prakticky jen ony se proto mohou při brždění vyskytnout.

4. Perturbace teplotního pole

Můžeme předpokládat, že pro žebrovanou část disku (tj. vrstvu 3) je tepelný tok ve směru osy x nulový. Označme dále $k_i = K_i/\rho_i c_{pi}$ koeficient teplotní difuze vrstvy i . Perturbace teplotního pole (lineárně komponovaná na hlavní stejnoměrné teplotní pole) pak bude splňovat rovnice

$$\xi \frac{\partial^2 T_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y_i^2} = \frac{1}{k_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} , \quad i = 1, 2, 3 ,$$

s $\xi = 1$ pro $i = 1, 2$ a $\xi = 0$ pro $i = 3$. Přidáme-li podmínku antisymetrie řešení v místě roviny geometrické symetrie disku, podmínku rovnosti teplot na rozhraní mezi vrstvami a podmínku rovnosti y -ového toku mezi vrstvami 2 a 3, obdržíme řešení

$$\begin{aligned} T_1(x, y_1, t) &= T_0 A \exp(-\lambda_1 y_1) , \\ T_2(x, y, t) &= T_0 A \{ \sinh(\lambda_3 a_3) \cosh(\lambda_2(y - a_3)) + R \cosh(\lambda_3 a_3) \sinh(\lambda_2(y - a_3)) \} / \mathfrak{S} , \\ T_3(x, y, t) &= T_0 A \sinh(\lambda_3 y) / \mathfrak{S} , \end{aligned} \quad (3)$$

kde $A = \exp(bt + jmx)$, $\mathfrak{S} = \sinh(\lambda_3 a_3) \cosh(\lambda_2 a_2) + R \cosh(\lambda_3 a_3) \sinh(\lambda_2 a_2)$, $R = K_3 \lambda_3 / K_2 \lambda_2$
a

$$\lambda_i = \sqrt{\left(m^2 + \frac{b}{k_i}\right) - j \frac{mc_i}{k_i}} , \quad i = 1, 2 , \quad \lambda_3 = \sqrt{\frac{b}{k_3} - j \frac{mc_2}{k_3}} . \quad (4)$$

5. Termoelastická napětí a deformace

Termoelastický problém je možné v každé vrstvě řešit superpozicí partikulárního řešení od teplotního pole (3) z předchozího odstavce a obecného řešení vyjádřeného harmonickými potenciály Greena a Zerna (1954) pro konstantní teplotní pole. Koeficienty u složek v těchto obecných řešení se pak stanoví z příslušných podmínek rovnosti posuvů a složek napětí mezi jednotlivými vrstvami. V našem případě to znamená řešit 10 lineárních rovnic v komplexním oboru (viz Voldřich a Morávka 2003), což je však možné provést již jen numericky. Pro perturbaci teplotního pole (3) tak obdržíme odpovídající perturbaci kontaktního tlaku p .

6. Vývin tepla spojený se třením a charakteristická rovnice

Podmínku rovnováhy mezi teplem generovaným třením v jednotkové kontaktní ploše a mezi orientovanými teplotními toky q_{y1} a q_{y2} do vrstev 1 a 2 vyjadřuje tzv. charakteristická rovnice

$$q_{y1} - q_{y2} = f V p ,$$

kde f značí koeficient tření. Jestliže vyjádříme perturbaci tlaku ve tvaru $p = T_0 \chi \exp(bt+jmx)$, můžeme tuto charakteristickou rovnici zapsat následovně

$$K_1 \lambda_1 - K_2 \lambda_2 \frac{1}{\mathfrak{S}} \{ \sinh(\lambda_3 a_3) \sinh(\lambda_2 a_2) + R \cosh(\lambda_3 a_3) \cosh(\lambda_2 a_2) \} = f V \chi ,$$

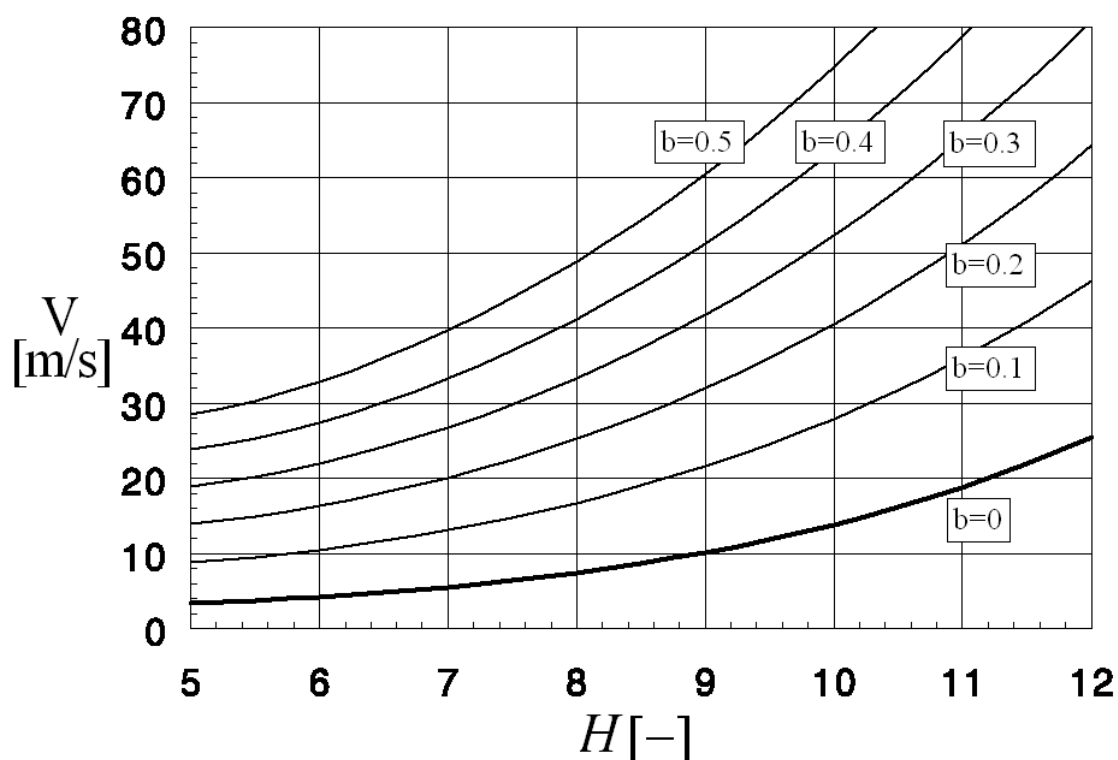
kde ovšem χ a výrazy \mathfrak{S} a R (viz (3)) závisí na hodnotách λ_1 , λ_2 , λ_3 (viz (4)). Tedy obdržíme nelineární rovnici $F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0$, kterou s využitím výrazu (4) a rovnosti $V = c_1 - c_2$ převedeme na rovnici $F(V, c_2) = 0$. Řešením této jedné nelineární rovnice v komplexním oboru s dvěma reálnými neznámými můžeme nalézt hodnotu rychlosti prokluzu V a migrační rychlosti c_2 pro zvolený růstový parametr b . (Obdobně můžeme nalézt hodnoty parametrů b , c_1 , c_2 v případě volby rychlosti V .)

7. Závislost parametru růstu na rychlosti prokluzu

Pro zvolenou hodnotu (ustálené) rychlosti prokluzu určuje charakteristická rovnice odpovídající velikost růstového parametru b . Čím vyšší je vzájemná rychlost disku a třecích segmentů, tím rychleji roste amplituda perturbace, tj. tím větší je parametr b . Pro menší rychlosti ležící pod jistou kritickou hodnotou pak již víme, že dochází dokonce k tlumení

	E modul elasticity N/m ²	α součinitel teplotní roztlačnosti 1/°C	K tepelná vodivost W/m °C	c_p měrná tepelná kapacita J/kg °C	ρ měrná hustota kg/m ³
Třecí segment	0,1E+10	0,100E-04	5,0	350,14	4000
Disk	0,1099E+12	0,123E-04	49,4	473,00	7180

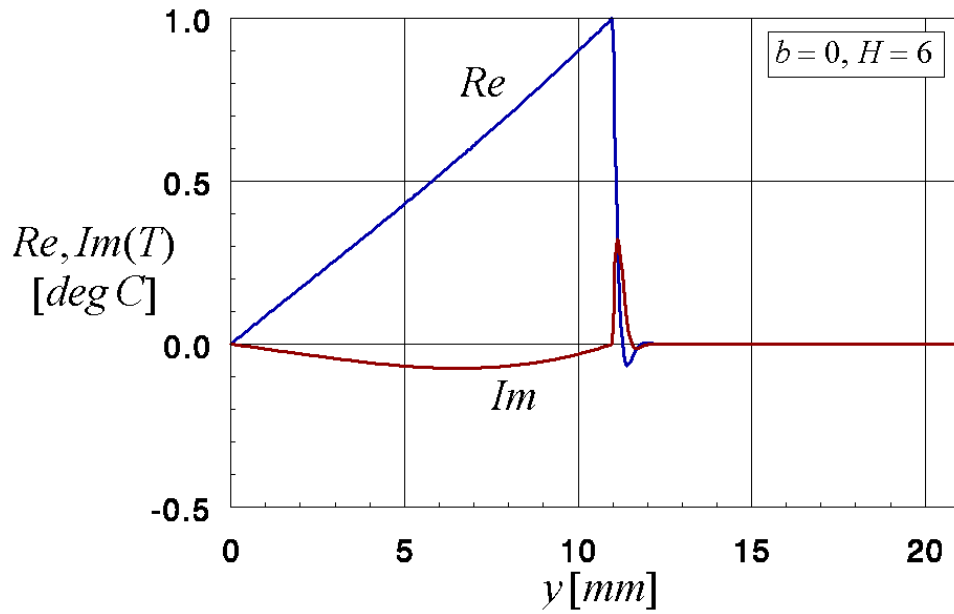
perturbace. Závislosti rychlosti V na počtu teplotních skvrn H pro různé hodnoty parametru b jsou znázorněny na obrázku č. 2. V obrázku uvedené grafy byly napočteny pro koeficient tření $f=0,4$, pro disk $\varnothing 280\text{mm}$ s celkovou tloušťkou 22 mm ($a_1 = 4\text{ mm}$, $a_2 = 7\text{ mm}$) a pro třecí segment tloušťky $a_3 = 10\text{ mm}$. Uvažované materiálové parametry jsou uvedeny v tabulce.



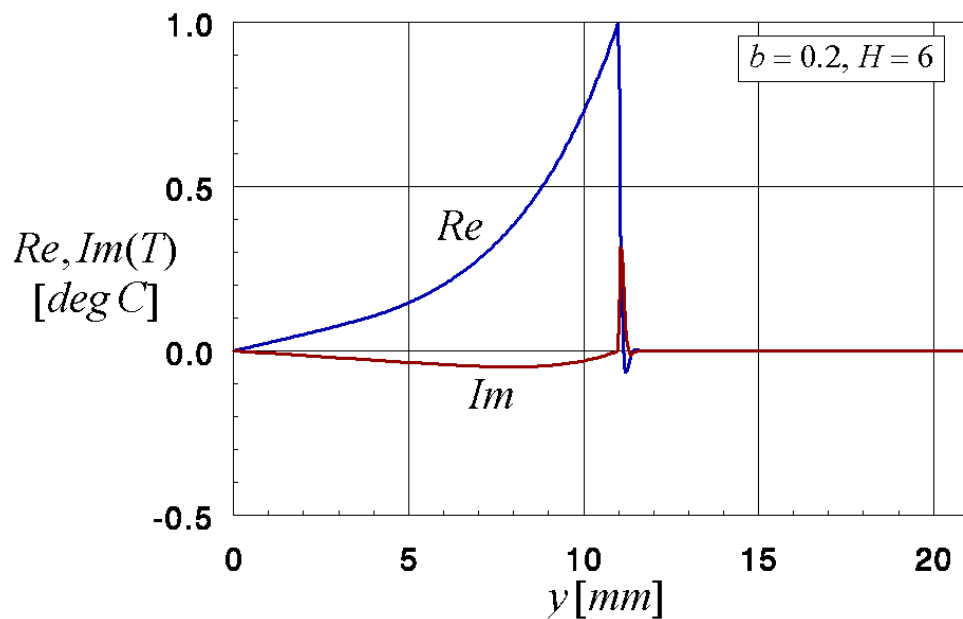
Obrázek č. 2

8. Tvary perturbací uvnitř disku a destiček

Z nalezené perturbace teplotního pole (3) je zřejmé, že funkce Θ_i ve výrazu (1) závisí na hodnotách λ_1 , λ_2 , λ_3 . Tedy tvar teplotní perturbace „uvnitř“ disku je určen rovněž hodnotou růstového parametru b a prostorovou frekvencí m , tj. počtem teplotních skvrn H po obvodu disku. Průběh funkce $\Theta(y)$ pro $H=6$ a parametry $b=0$, $b=0,2$ je znázorněn na obrázcích č.3 a 4. Je zřejmé, že perturbace odpovídající vyšší rychlosti prokluzu V , tj. většímu parametru b , jsou „povrchovější“, rychleji vytvořené a méně „energeticky náročné“.

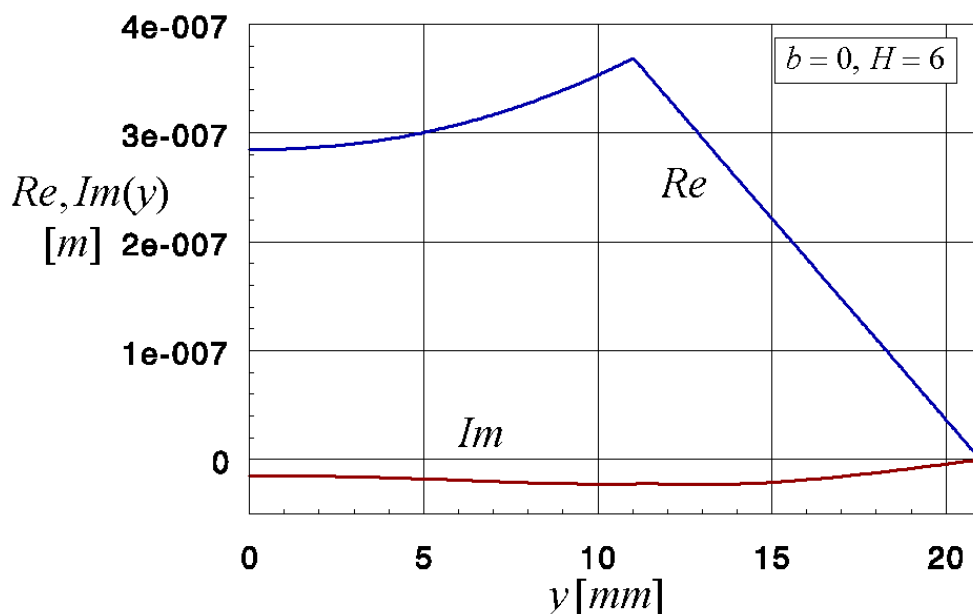


Obrázek č. 3

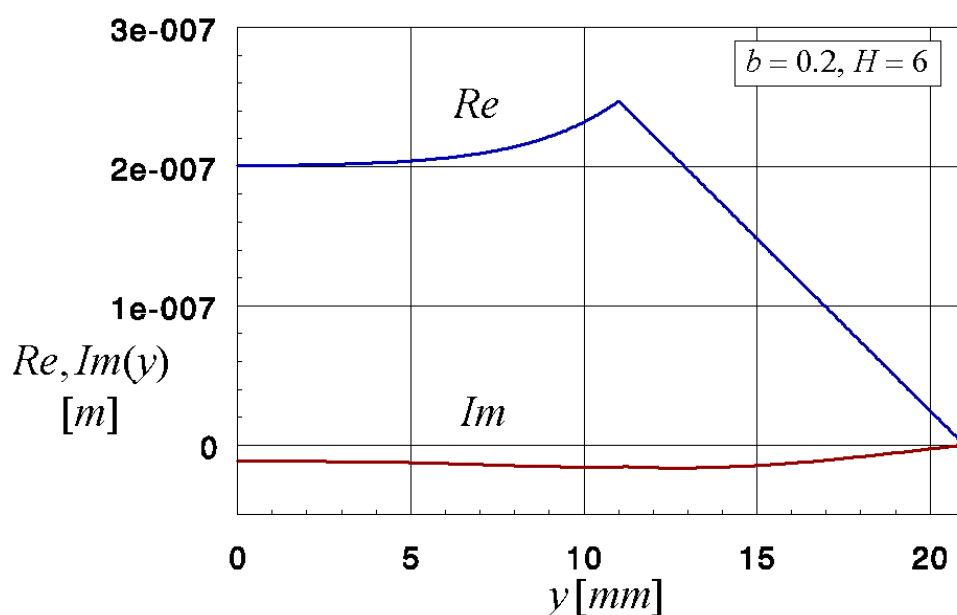


Obrázek č. 4

Řešením problému termoelasticity popsaného výše lze obdržet deformace disku a třecího segmentu, které jsou vyvolány uvažovanou teplotní perturbací. Podle očekávání jsou rovněž závislé na parametrech b a H . Posuv ve směru osy y při volbě $x = 0$ a celkové amplitudě perturbace $1\text{ }^{\circ}C$ je znázorněn na obrázcích č.5 a 6.



Obrázek č. 5



Obrázek č. 6

9. Evoluce teplotních skvrn

Matematický model užitý v tomto příspěvku vychází z předpokladu linearizace problému, lineárního skládání jednotlivých Fourierových příspěvků T_H (vlnová délka perturbace je taková, že po obvodu disku je H teplotních skvrn), což je pro malé hodnoty amplitud perturbací zřejmě přijatelný přístup. Tedy můžeme psát

$$T(x, y, t) = \sum_{H \geq H_0} T_H(x, y, t),$$

kde H_0 značí nejmenší počet skvrn popisovaný naším modelem (což souvisí s největší vlnovou délkou perturbací odpovídající velikosti třech segmentů; obvykle $H_0 = 6$ nebo 7).

Perturbace T_H teplotního pole (1), kterou jsme se zabývali v předchozích odstavcích, byla modelována za předpokladu, že rychlost prokluzu V zůstává konstantní, přičemž odpovídající růstový parametr závisí rovněž na počtu teplotních skvrn H po obvodu disku, tj. $b = b_H(V)$.

Ovšem při skutečném brždění automobilu rychlost V klesá a tedy klesá i hodnota b_H . Nabízí se proto odhadnout vývoj perturbace odpovídající integrací vztahu (1) a psát

$$T_H(x, y, t) = T_{0H} \Theta_H(y) \exp\left(\int_0^t b_H(V(\xi)) d\xi + j m x\right). \quad (5)$$

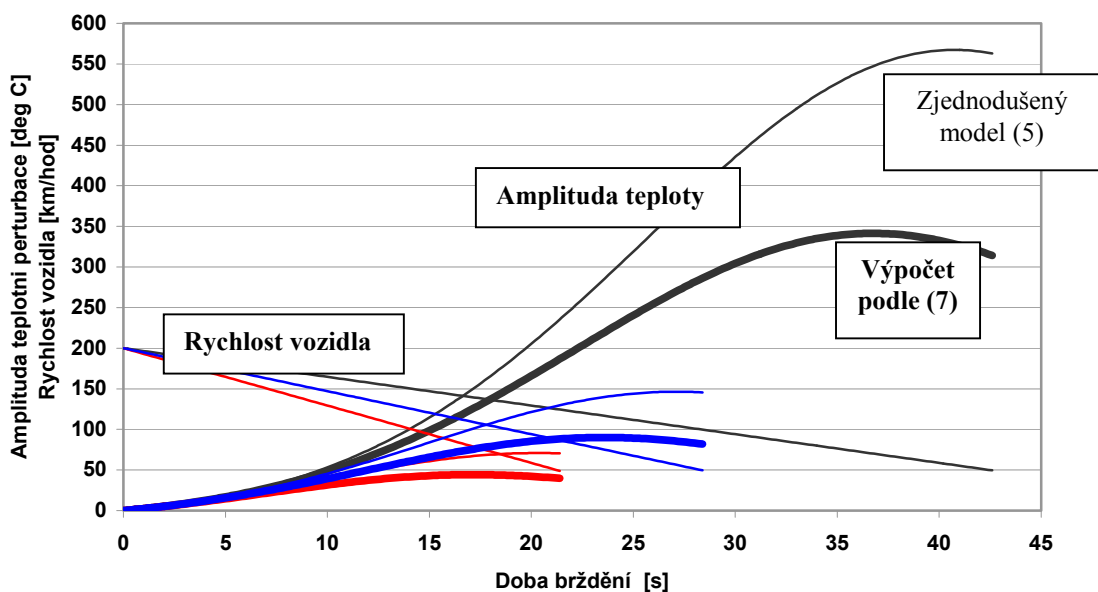
Zapišeme-li nyní T_H ve tvaru $T_H = (\Omega_H + T_{0H}) \exp(j m x)$, potom podle (5) Ω_H splňuje diferenciální rovnici

$$\frac{d\Omega_H(t)}{dt} = [\Omega_H(t) + T_{0H}] b_H(V(t)). \quad (6)$$

Teoreticky perturbace T_H může být vyvolána celou řadou příčin spojených např. s vibracemi brzd zapříčiněnými jejich konstrukčním návrhem, nepřesností výroby, opotřebením nebo i náhodnými jevy (nerovnoměrností vozovky apod.). Zjištění takové příčiny, natož odhad jí odpovídající velikosti počáteční fluktuace T_{0H} , je však velmi problematické. Je nicméně zřejmé, že jedním z hlavních vlivů je výrobní nepřesnost rovinnosti třecích ploch disku. Tuto nepřesnost lze navíc proměřovat a Fourierovým rozkladem stanovit amplitudu nepřesnosti Δ_H pro každou hodnotu H . Protože jsme schopni počítat deformace disku vyvolané teplotními perturbacemi (viz obrázky č.3, 4), umíme rovněž pro počáteční nepřesnost Δ_H stanovit odpovídající amplitudu T_{0H} fiktivní teplotní perturbace, která by ji vyvolala. Zároveň již víme, že i tento vztah závisí na hodnotě parametru b , tj. že $T_{0H} = T_{0H}(b(V(t)), \Delta_H)$. Protože tvar teplotních perturbací se dále mění s parametrem b a tedy s rychlostí V (viz obrázky č.3, 4), může být zjednodušený popis (5) vývoje amplitudy T_H poněkud nepřesný. Při klesající rychlosti V totiž narůstá „teplotní kapacita“ perturbace

$$\Psi_H(t) = \int_0^{a_2+a_3} \Theta_H(b_H(V(t)), y) dy$$

a část třením generovaného tepla proto musí být vynaložena na její dorovnání na úkor



Obrázek č. 7

rychlosti růstu samotné amplitudy perturbace Ω_H . Proto v práci Voldřicha (2003) je navržena vhodnější evoluční rovnice

$$\frac{d\Omega_H(t)}{dt} = \Omega_H(t) \left\{ b_H(V(t)) - \frac{1}{\Psi_H} \frac{d\Psi_H}{dt} \right\} + T_{0H}(b_H(V(t))) \cdot b_H(V(t)) \quad (7)$$

beroucí v úvahu reálnou závislost Θ_H i T_{0H} na růstovém parametru b .

Porovnání vývoje amplitudy Ω_H vypočteného pomocí zjednodušené (5) a reálnější (7) závislosti je znázorněno na obrázku č.7 pro hodnoty $H = 7$ a $\Delta_7 = 2,5 \mu\text{m}$. Přitom jsou uvažovány tři režimy stejnoměrného brždění automobilu z jeho počáteční rychlosti 200 km/hod na rychlost 70 km/hod při hodnotách zpomalení $-0,1g$, $-0,15g$ a $-0,2g$ ($g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$).

Je vhodné poznamenat, že grafy z obrázku č.7 byly získány za zjednodušujících předpokladů umožňujících při současných znalostech vůbec vznik kritického jevu TEN modelovat. Pro větší teplotní amplitudy např. již nelze úplně přijmout provedenou „linearizaci“ problému. Na druhé straně bude poměrně snadno možné zahrnout do výpočtů i závislost koeficientu tření a materiálových parametrů na teplotě.

10. Poděkování

Tento výsledek byl získán za finančního přispění MŠMT v rámci projektu výzkumu a vývoje LN00B084.

11. Značení

a_i	tloušťka vrstvy i [m]
b	exponenciální růstový parametr [s^{-1}]
c_i	relativní rychlost perturbace vzhledem k vrstvě i [m/s]
c_{pi}	měrná tepelná kapacita vrstvy i [J/kg °C]
E	modul elasticity [N/m^2]
f	koeficient tření [-]
H	počet teplotních skvrn po obvodu disku [-]
j	imaginární jednotka $\sqrt{-1}$
k_i	teplotní difuzivita vrstvy i [m^2/s]
K_i	tepelná vodivost vrstvy i [$\text{W/m}^\circ\text{C}$]
L	vlnová délka perturbace [m]
m	prostorová frekvence perturbace [m^{-1}]
p_o	počáteční amplituda perturbace kontaktního tlaku [N/m^2]
p	rozložení kontaktního tlaku [N/m^2]
q_{yi}	tepelný tok jednotkovým povrchem vrstvy i [W/m^2]
t	čas [s]
T_0	počáteční amplituda perturbace teplotního pole [°C]
T_i	teplotní pole vrstvy i [°C]
V	rychlost prokluzu [m/s^2]
x	souřadnice ve směru prokluzu pohybující se s perturbací [m]
x_i	lokální souřadnice v x -ovém směru spojená s vrstvou i [m]
y	souřadnice ve směru tloušťky disku pohybující se s perturbací [m]
y_i	lokální souřadnice v y -ovém směru spojená s vrstvou i [m]

Řecká písmena

- α_i součinitel teplotní roztažnosti vrstvy i [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
 λ_i parametr separace vrstvy i [m^{-1}]
 ρ_i měrná hustota vrstvy i [kg/m^3]

Dolní index

- 1 vrstva třecího segmentu (destičky)
 2 vrstva plné stěny disku
 3 vrstva žebrované části disku

12. Reference

J.R. Barber (1969) Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids. Proc. Roy. Soc., Series A, vol. 312, pp. 381-394

R.A. Burton, V. Nerlikar, S.R. Kilaparti (1973) Thermoelastic instability in a seal-like configuration. Wear, vol. 24, pp. 177-188

P. Decuzzi, M. Ciaverella, G. Monno (2001) Frictionally excited thermoelastic instability in multi-disk clutches and brakes. ASME Journal of Tribology, vol. 123, pp. 865-871

T.A. Dow, R.A. Burton (1972) Thermoelastic instability of sliding contact in the absence of wear. Wear, vol. 19, pp. 315-328

A.E. Green, W. Zerna (1954) Theoretical Elasticity. Clarendon Press, Cambridge.

D.L. Hartsock, R.L. Hecht, J.W. Fash (1999) Parametric analyses of thermoelastic instability in disc brakes. Int. J. of Vehicle Design, Vol. 21, Nos 4/5, pp. 510-526

K. Lee, J.R. Barber (1993) Frictionally excited thermoelastic instability in automotive disk brakes. ASME Journal of Tribology, vol. 115, pp. 607-614

J. Voldřich, Š. Morávka, R. Zemčík (2002) The existence of hot spots in automotive vented disc brakes caused by the frictionally excited thermoelastic instability. Research report for ŠKODA AUTO.

J. Voldřich, Š. Morávka (2003) Modelling of frictionally excited thermoelastic instability in automotive disk brakes with vents. Sborník NTC, Západočeská univerzita v Plzni.

J. Voldřich (2003) Transient problem of frictionally excited thermoelastic instability for automotive disk brakes (prepared)

Y. Yi, J.R. Barber, P. Zagrodzki (2000) Eigenvalue solution of thermoelastic instability problems using Fourier reduction. Proc. Roy. Soc., Series A, vol. 456, pp. 2799-2821

P. Zagrodzki, K.B. Lam, E. Al Bahkali, J.R. Barber (2001) Nonlinear transient behaviour of a sliding system with frictionally excited thermoelastic instability. ASME Journal of Tribology, vol. 123, pp. 699-708