

## ANALYSIS OF FLOW IN A SQUARE-SECTIONED ELBOW

P. Rudolf\*

**Summary:** *Flow in a square sectioned 90 deg elbow with extremely small radius of curvature is analysed. Turbulent flow simulations with realizable  $k-\varepsilon$  model are performed and compared with PIV data. Static pressures along the channel walls are investigated to study the effect of elbow. It is concluded that elbow behaves as a throttling element which causes transformation of kinetic and pressure energy and vice versa. From comparisons of computed and measured velocity fields it can be summarized that realizable  $k - \varepsilon$  model together with non-equilibrium wall functions overpredicts secondary velocity components and underpredicts swirl diffusion.*

### 1. Úvod

Pro verifikaci výpočetních metod turbulentního proudění jsou důležité případy, ve kterých se vyskytuje odtržení mezní vrstvy, silné zakřivení proudnic a sekundární proudění. V rámci grantového projektu GAČR se spojily dvě pracoviště VUT v Brně (FSI - Odbor hydraulických strojů V. Kaplana, FAST – Ústav vodních staveb) a Ústav termomechaniky AV, aby se zabývaly ověřením výpočetních metod a zároveň lépe porozuměly mechanismu proudění v některých hydraulických prvcích. Později budou tyto výsledky použity k tvarové optimalizaci prvků.

Příspěvek se zabývá prouděním v koleně, které je vysoce třídímní, splňující předchozí požadavky, přitom snadno realizovatelné a s jasnými okrajovými podmínkami. Vývojem sekundárního proudění v zakřivených tlakových kanálech se v minulosti zabývali např. (Kim & Patel, 1994) a (Iacovides et al., 1990). Obě práce se zabývají oblouky pozvolnými, bez odtržení mezní vrstvy, protékány vzduchem.

Na pracovišti FAST byl vytvořen experimentální uzavřený hydraulický okruh s tlakovým kanálem čtvercového průřezu ( $a \times a = 200 \times 200$  mm) a kolenem o středním poloměru 200 mm. Metodou PIV byla měřena rychlostní pole v řezech kolmých k podélné ose kanálu i v oblasti odtržení. Střední průřezová rychlost je asi  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , čemuž odpovídá Reynoldsovo číslo,  $Re = 395\,700$  a značně vysoké Deanovo číslo,  $De = 279\,800$ . Více o experimentu v článku (Šulc a kol., 2002, Zubík & Šulc, IM 2003).

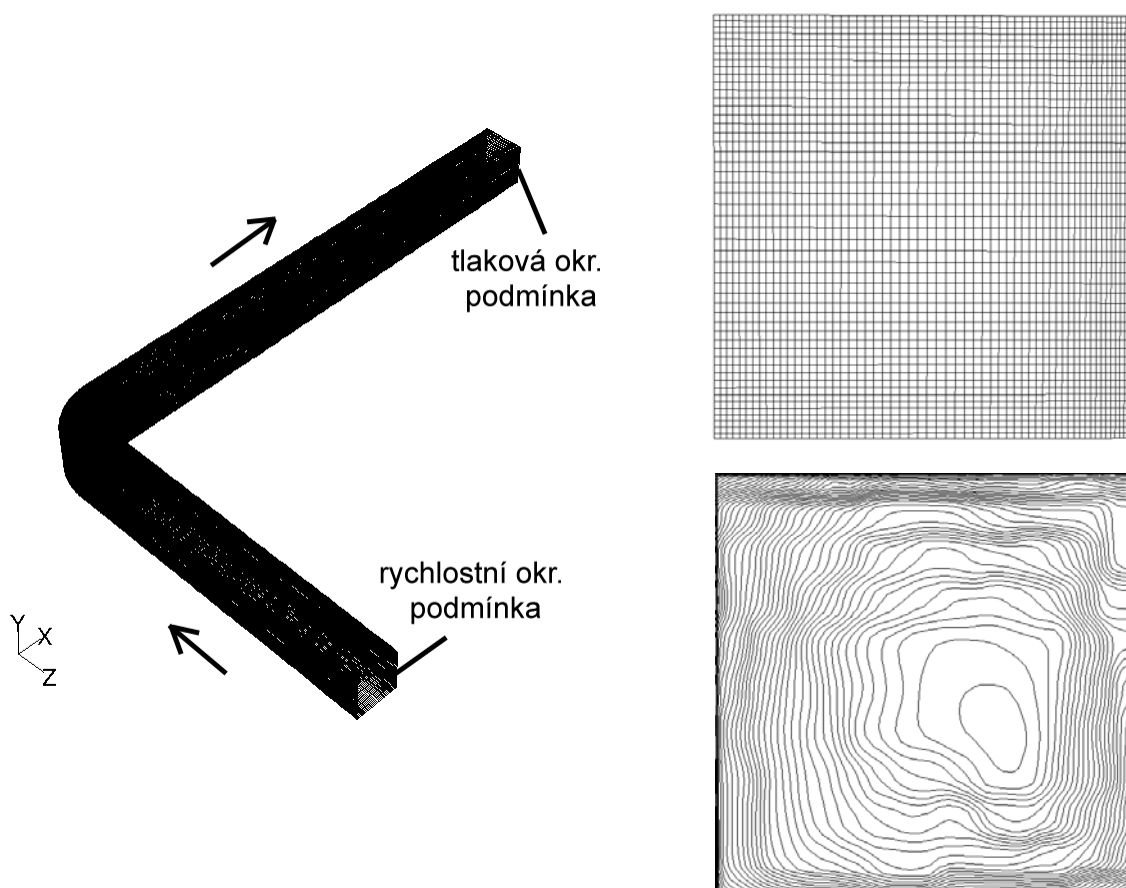
---

\* Ing. Pavel Rudolf: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav, Odbor hydraulických strojů V. Kaplana; Technická 2; 616 69 Brno; tel.: +420 541 142 336, fax: +420 541 142 329; email: rudolf@khzs.fme.vutbr.cz

## 2. Numerický model

K numerické simulaci je použit komerční program Fluent 5.7 založený na metodě konečných objemů. Na síti konečných objemů jsou řešeny časově středované Navier-Stokesovy rovnice diskretizované schématem QUICK. Turbulence je modelována dvourovnicovým realizable  $k-\varepsilon$  modelem, který na rozdíl od standardního  $k-\varepsilon$  modelu splňuje některá omezení týkající se normálových turbulentních napětí (jejich nezápornosti). Vyšší fyzikálnosti modelu bylo docíleno změnou konstanty  $C_\mu$  v Prandtl – Kolmogorově vztahu na funkci kinetické energie turbulence, disipace kinetické energie turbulence a gradientu střední rychlosti. Model je vhodný pro održené a recirkulační proudění a proudění se silným zakřivením proudnic. Proudění ve viskózní podvrstvě a logaritmické části turbulentní mezní vrstvy je aproximováno nerovnovážnými stěnovými funkcemi, které zahrnují vliv tlakového gradientu a transportu turbulentní kinetické energie (Kim & Choudhury, 1995).

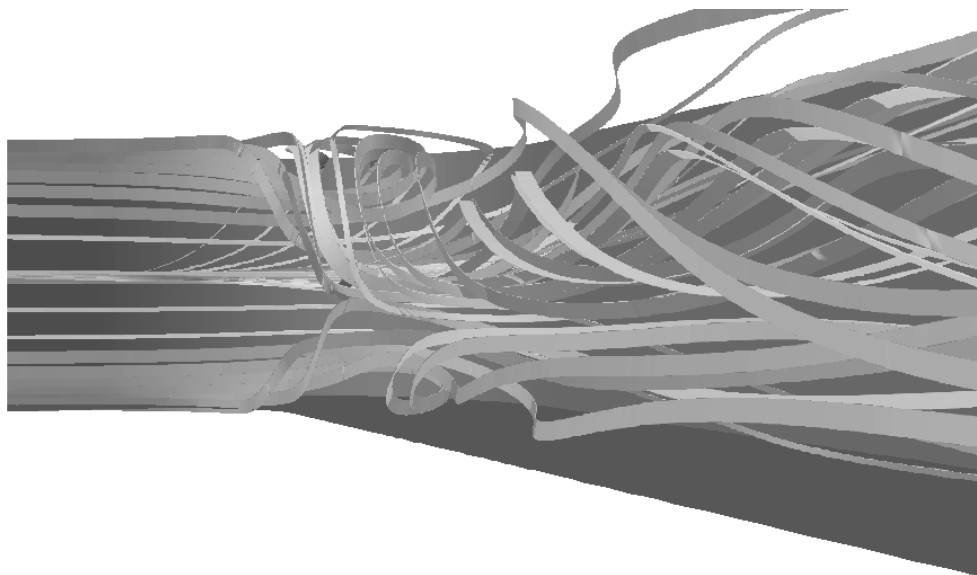
Geometrie výpočetní oblasti odpovídá experimentálnímu okruhu a je omezena vstupním a výstupním profilem ve vzdálenostech 1500 mm před, resp. 2500 mm za kolenem. Síť je vytvořena strukturovaná, skládající se z 1 140 000 kvádrových prvků. Na vstupním profilu je předepsána rychlostní okrajová podmínka dle experimentálních dat (Obrázek1), intenzita turbulence byla odhadnuta 2 %. Na výstupu je okrajová podmínka konstantního statického tlaku.



Obrázek 1 Výpočetní síť a vstupní rychlostní pole

### 3. Výsledky

Proudění v obloucích obecně je charakterizováno vytvořením silného sekundárního proudění ve formě protiběžných vírů. Tento jev byl patrný i v prezentovaném výpočtu.



Obrázek 2. Sekundární proudění

Příčinou tvorby vírové dvojice je působení odstředivé síly v oblouku a následný vznik tlakového gradientu. Tlakový gradient lze dokumentovat průběhem tlakových součinitelů (1) na konkávní a konvexní stěně oblouku (Obrázek3).

$$c_p = \frac{p - p_{\text{stř,vstup}}}{\rho \frac{c_{\text{stř,vstup}}^2}{2}} \quad (1)$$

Na obrázku je patrné, že nekonstantnost pole statického tlaku po průřezu kanálu začíná již před kolenem, tzn., že vliv kolene se propaguje asi do vzdálenosti 1,5  $a$  před kolenem. Naopak k vyrovnání tlaků po průřezu dochází až 3,5  $a$  za kolenem.

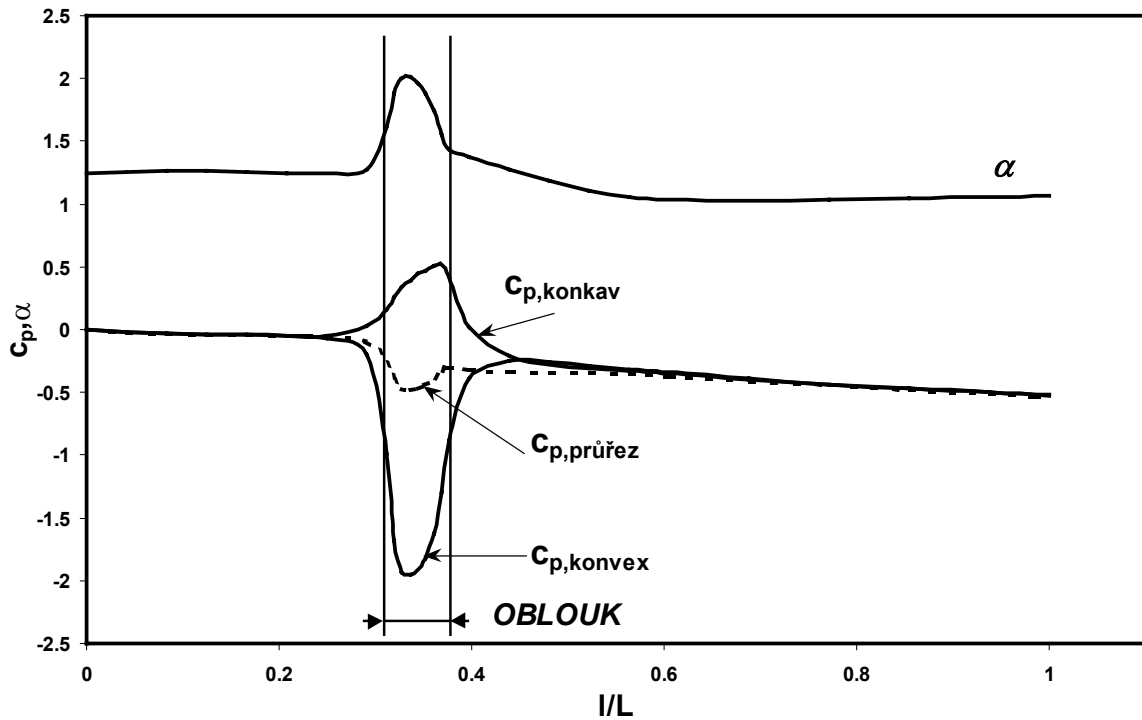
Na obr. je vynesena také tlakový součinitel středního průřezového statického tlaku vyhodnocený středěním na hmotnostní průtok (2).

$$p_{\text{stř}} = \frac{1}{Q_m} \int p dQ_m \quad (2)$$

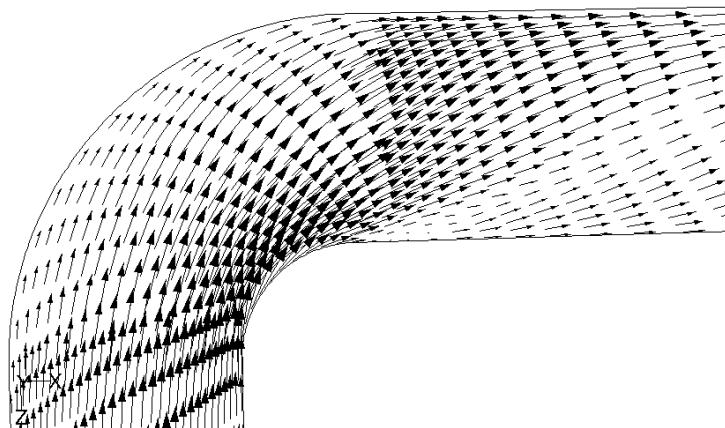
V oblasti kolene dochází k prudkému poklesu statického tlaku, dokonce pod hodnotu tlaku na výstupu do atmosféry. Věnujme se rozboru příčiny tohoto jevu. Na obrázku vektorového pole rychlosti (Obrázek4) je patrné, že největší rychlosti jsou u konvexní strany oblouku a snižují se směrem ke straně konkávní. Stupeň nerovnoměrnosti rychlostního pole definuje Coriolisovo číslo (3), které udává poměr skutečné kinetické energie proudu ke kinetické

energii dané střední průřezovou rychlostí. Jinými slovy udává míru odchýlení rychlostního profilu od „pístového“ tvaru.

$$\alpha = \frac{(C^3)_{\text{stř}}}{C_{\text{stř}}^3} \quad (3)$$

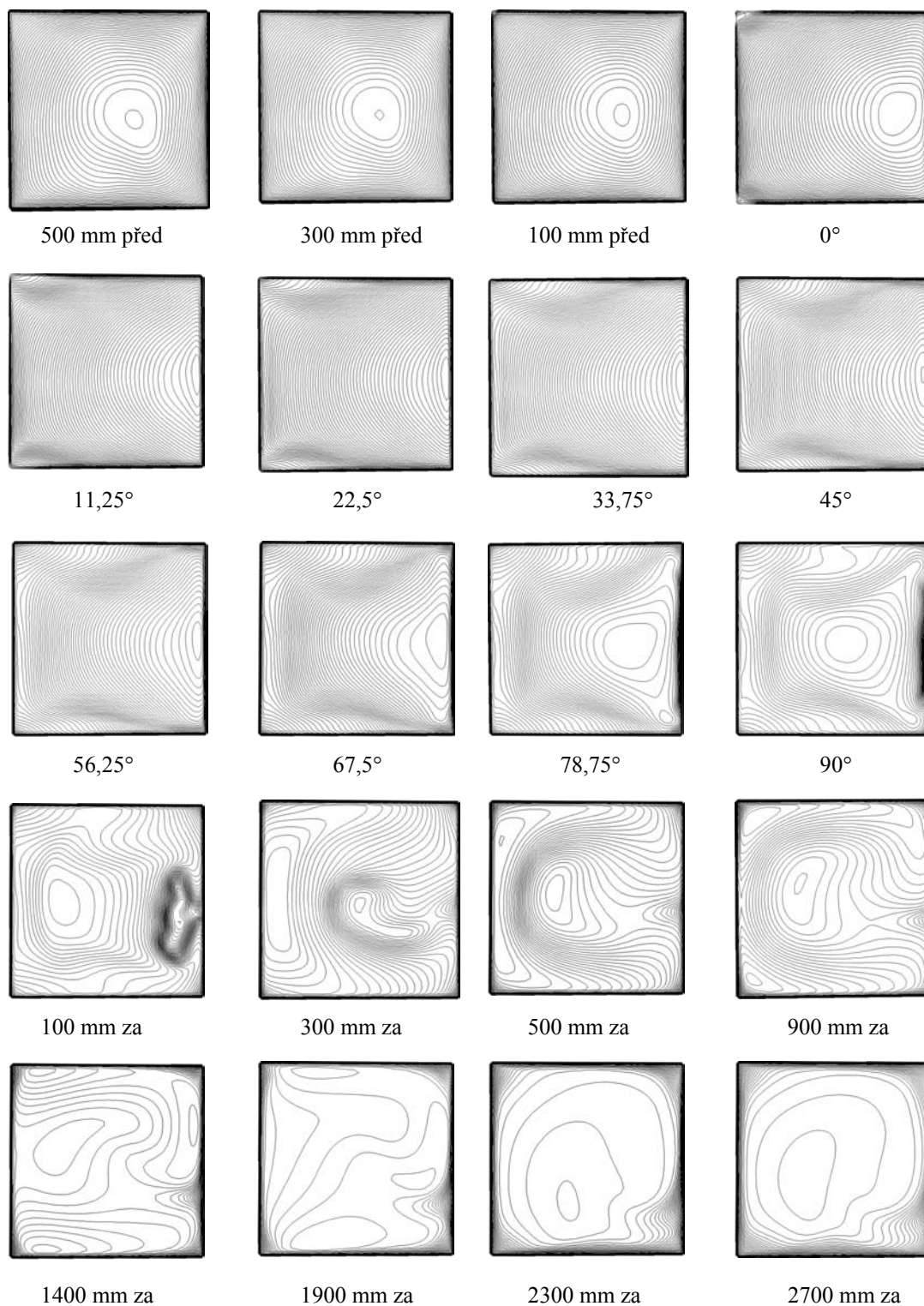


Obrázek 3. Průběhy tlakových součinitelů



Obrázek 4. Rychlostní pole v rovině symetrie

Protože dle (Obrázek3) dochází k nárůstu Coriolisovo čísla, dochází i ke zvětšování kinetické energie. V oblouku tedy nastává přeměna tlakové energie na kinetickou.



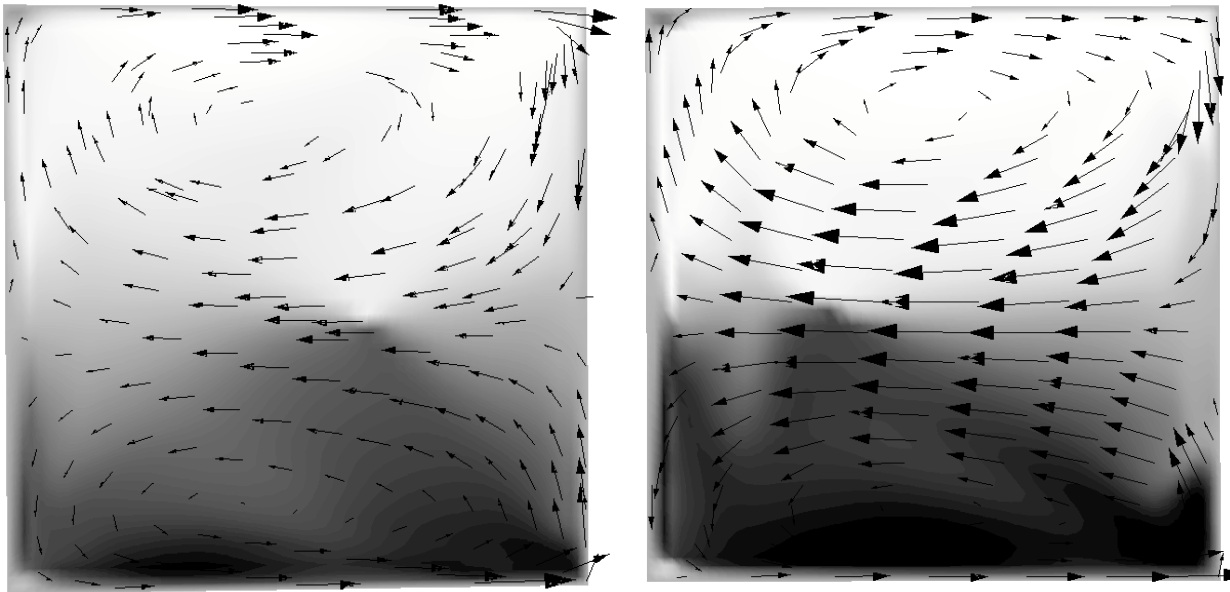
Obrázek 5. Kontury rychlostí v příčných řezech

Sledujme nyní proudění na výstupu z kolena. V blízkosti jeho výstupní hrany dochází ke vzniku menší separační bubliny a dále má proudění charakter směšovací vrstvy na hranici dvou proudů rozdílných rychlostí. Rychlostní profil se zrovnoměňuje (viz průběh  $\alpha$ ) a dochází k regeneraci statického tlaku.

Proces změny rychlostního pole je velmi dobře patrný na vývoji kontur rychlostí v příčných řezech (Obrázek5). Zajímavý je obrázek zachycující řez 100 mm za kolenem v oblasti konce separace a začátku směšování dvou vrstev proudu.

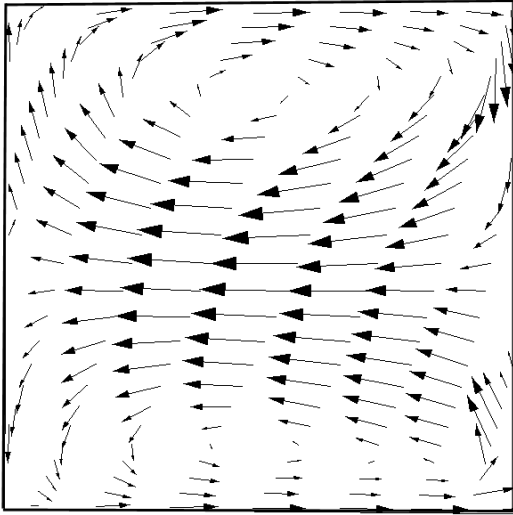
K zachycení vírové dvojice a vývoje její mohutnosti je použito normalizované helicity, která udává kosinus úhlu mezi vektorem rychlosti a vektorem vířivosti. V místě vírového jádra má normalizovaná helicity hodnotu +1 nebo -1 (tzn. , že vektory leží ne jedné nositelce) v závislosti na smyslu rotace víru. Nárůst sekundárního proudění a tedy mohutnosti víru je zachycen na (Obrázek6) v polovině kolena a na jeho výstupu.

$$H_{\text{norm}} = \frac{\mathbf{c} \cdot \boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{c}| |\boldsymbol{\omega}|} \quad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{c} \quad (4)$$

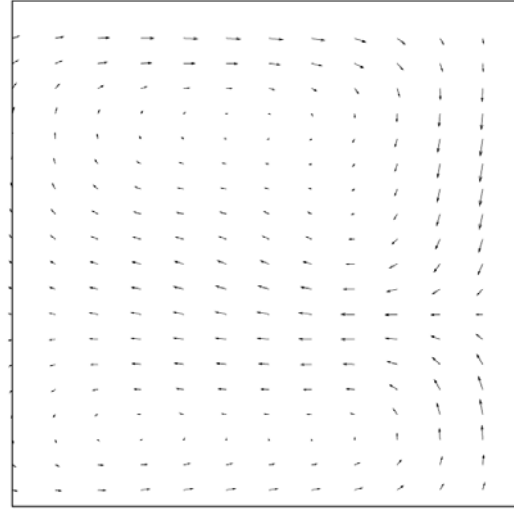


Obrázek 6. Kontury helicity a pole sekundárních rychlostí

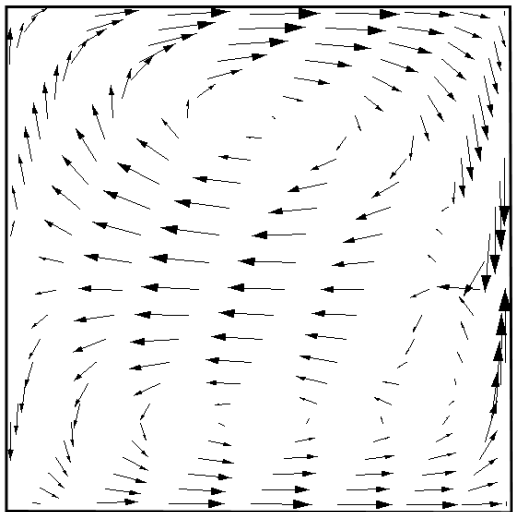
Laserové měření PIV metodou poskytlo možnost srovnání vypočtených a naměřených rychlostních polí. Na obr je ukázka výstupního řezu kolene. Výpočet i experiment dokumentují nesymetrii vírové dvojice způsobenou nesymetrickou vstupní okrajovou podmínkou. Výpočet oproti experimentu nadhodnocuje velikost sekundárních rychlostí asi o 10 %. V experimentu je mnohem výraznější difúze vírů.



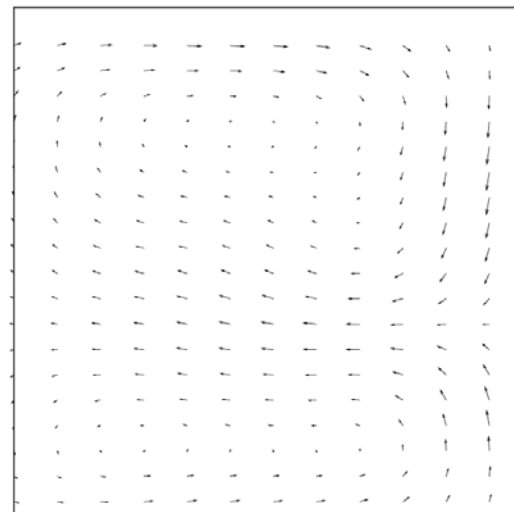
Obrázek 7. Pole sekund. rychlostí (výpočet)  
výstupní řez z kolene



Obrázek 8. Pole sekund. rychlostí (PIV)  
výstupní řez z kolene



Obrázek 9. Pole sekund. rychlostí (výpočet)  
400 mm za kolenem



Obrázek 10. Pole sekund. rychlostí (PIV)  
400 mm za kolenem

#### 4. Závěr

V oblém 90° koleně s velmi malým poloměrem křivosti vzniká výrazná nerovnoměrnost rychlostního pole provázená transformací kinetické energie na tlakovou, a v oblasti za kolenem regenerací tlaku, tedy procesem opačným. Koleno se z tohoto pohledu chová jako škrťící orgán.

Numerická simulace potvrdila možnost použití realizable  $k - \varepsilon$  pro výpočet sekundárního proudění. I když jde o model předpokládající isotropii turbulentní viskozity, předpověděl sekundární proudění projevující se charakteristickou vírovou dvojicí. Poněkud neočekávaně dokonce nadhodnotil velikost sekundární rychlosti oproti experimentu.

Právě probíhající výpočty se zaměřují na přesnější modelování oblasti mezní vrstvy využitím dvouvrstvého přístupu a aplikaci modelu Reynoldsových napětí, který uvažuje neisotropii turbulentní viskozity. Lze předpokládat, že se podaří zachytit i víry vznikající v rozích kanálu. Další výzkum se soustředí na problematiku odtržení mezní vrstvy za kolenem, tj. poloha odtržení a přilnutí a vliv sekundárního proudění na velikost separační bubliny.

#### 5. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantového projektu GAČR č.103/02/0545 „Měření struktury proudu k verifikaci matematických modelů ve vybraných hydraulických prvcích s možností jejich tvarové optimalizace“ a výzkumného záměru MŠMT CZ 330001/2001.

#### 6. Literatura

Šulc a kol.: Dílčí zpráva grantového projektu č. 103/02/0545 (2002). Brno

Kim, W.J., Patel, V.C. (1994) Origin and Decay of Longitudinal Vortices Developing in a Curved Rectangular Duct. *Journal of Fluids Engineering*, 116, pp.45-52.

Iacovides, H., Launder, B.E., Loizou, P.A., Zhao, H.H. (1990) Turbulent Boundary Layer Development Around Square – Sectioned U – Bend: Measurements and Computation. *Journal of Fluids Engineering*, 112, pp. 409-415

Kim, S.E., Choudhury, D. (1995) A Near – Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient. *FED – Vol.217, Separated and Complex Flows*, pp. 273-280