

STRESS AND STRAIN CYCLE AHEAD THE CURVED FATIGUE CRACK FRONT IN THE THICK WALL

V. Oliva*, A. Materna*, T. Denk*

Summary: A 3D elastic-plastic FEM model with small strains was used for simulation of the deformation mechanics at the curved front of the planar fatigue crack growing in the thick CCP specimen. The results show that the crack front behaviour depends not only on the local effective stress intensity factor range but also on the local level of constraint. The stress and plastic strain cycle in very thin surface layer is qualitatively similar to the plane stress. The rest of the front is exactly in the plane strain state. The plane of the absolute maximum shear stress corresponds to the shear lip plane at the end of the crack front.

1. Úvod

Pro predikci šíření únavových trhlin byla až dosud vyvinuta řada metod, které vycházejí většinou z řešení dvoudimesionální (2D) rovinné úlohy lineární lomové mechaniky (LM). Předpokládá se, že pohyb trhliny je řízen rozkmitem jejího faktoru intenzity napětí ΔK . Pokud však okamžitá hodnota ΔK neodráží složitou mechaniku cyklické plastické deformace v okolí čela trhliny, není takový postup dostatečně přesný. Tak tomu bývá např. při náhlých změnách parametru asymetrie cyklu *R* nebo při provozních spektrech náhodného zatěžování, kdy dochází k neočekávaným retardacím či akceleracím trhliny v závislosti na předchozí historii zatěžování. Tato "pamět" trhliny je nejčastěji dána zavíráním a otevíráním trhliny v důsledku zbytkových plastických deformací na lomových plochách. Klasická lineární LM se plastickou deformací přímo nezabývá a problém řeší redukcí ΔK na tzv. efektivní hodnotu ΔK_{eff} , která pomíjí "uzavřenou" část cyklu. Poloempirických a fenomenologických postupů pro určení ΔK_{eff} a rychlosti šíření trhliny byla navržena řada, nejsou však vždy příliš spolehlivé. Pomoci mohou elastoplastické modely únavové trhliny založené na metodě konečných prvků (MKP), které umožňují otevírání a uzavírání trhliny exaktně posoudit.

Dvoudimensionální MKP modely únavové trhliny sestrojené původně pro studium jejího zavírání a otevírání, začaly být později využívány i pro přímou simulaci cyklické plastické deformace okolo kořene. Místo globálního LM přístupu k celé oblasti koncentrace napětí se zde uplatnil lokální pohled na namáhání a kumulaci poškození materiálu těsně před trhlinou. Tímto způsobem se simulovalo např. chování trhlin při různých typech náhlých změn

Doc. Ing. Vladislav Oliva, CSc., Ing. Aleš Materna, Ph.D., Tomáš Denk: ČVUT v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Katedra materiálů, Trojanova 13, 120 00 Praha 2, tel.: +420.224 358 505, fax: +420.224 358 523, e-mail: Vladislav.Oliva@fjfi.cvut.cz

cyklického zatěžování. Zdařily se dokonce i přímé odhady rychlosti šíření založené na Manson-Coffinově rozkmitu plastické deformace či Sihově představě o kritické hodnotě lokální hustoty deformační energie do porušení (Oliva a kol., 1997).

Další příčinou neúspěchu klasické lineární lomové mechaniky může být trojdimensionální povaha systému těleso - trhlina. 3D pohled, který je žádoucí např. u povrchových trhlin nebo u průchozích trhlin v tlustostěnných průřezech složitého tvaru je třeba teprve budovat. Formální rozšíření běžných postupů LM z 2D na 3D je sice možné a používá se, není ale spolehlivé. Volba vhodných LM parametrů, metodika jejich výpočtu i způsob určení tvaru čela ve 3D případech nejsou zatím zcela jasné. Z dílčích řešení lze uvést např. práci Oliva & Materna, 2000, kde byla testována fenomenologická metoda pro simulace růstu únavových trhlin v průřezech se složitou geometrií při provozních spektrech zatěžování. Předpokládá se, že o porušování materiálu v určitém místě čela rozhoduje nejen lokální K ale i úroveň lokálního stísnění deformace v tečném směru k čelu (out-of-plane constraint), charakterizovaná např. tzv. triaxialitou napětí H (poměr středního a von Misesova efektivního napětí). Veličiny K, H se počítaly z jednosměrného zatěžování. Metoda se však zdá být geometricky citlivá. Zkušební tělesa pro určení životnostních parametrů by pak musela být geometricky blízká vyšetřovaným nosným prvkům a obecnost výpočtového postupu by se tak ztrácela.

Popsané potíže vznikají i z neúplných poznatků o 3D mechanice deformace a porušování podél celého dlouhého čela únavové trhliny. Ke studiu této problematiky by opět mohly přispět detailní počítačové simulace. Rozšíření elastoplastických MKP modelů rostoucí únavové trhliny z 2D na 3D je však komplikované a objevuje se zatím jen sporadicky. Pokusem autorů v tomto směru byl model únavové trhliny v práci Oliva a kol., 2001. Šlo však o hypotetickou trhlinu s přímým čelem, které neodpovídalo přesně skutečnosti. V předkládané práci uvádíme prvé výsledky trojrozměrné MKP simulace cyklického pole napětí a plastické deformace podél zakřiveného čela průchozí rovinné únavové trhliny v relativně tlusté stěně. Geometrie modelu i namáhání odpovídají skutečnému experimentu. Zatěžování je pro jednoduchost periodické, velikost simulované trhliny odpovídá právě okamžiku, kdy se na okraji jejího čela začínají při experimentu vytvářet smykové okraje. Cílem simulací je přispět k obecnému pohledu na mechaniku šíření únavových trhlin.

2. Modelované experimenty

Ve VZLÚ, a.s. byly provedeny únavové zkoušky (Balášová a kol., 1998) na plochých zkušebních tělesech CCP s centrálním vrubem (délka 180 mm, šířka 58 mm, tloušťka 6 mm) z Al slitiny 2024-T42. Pro počítačovou simulaci byly vybrány únavové trhliny v tělesech P2, P6, zatěžovaných různým rozkmitem nominálního napětí $\Delta S = S_{max} - S_{min}$ při hodnotě *R* podle tabulky 1. Délka trhlin na bočním povrchu a_{sl} odpovídala okamžiku, kdy na okrajích čel začaly vznikat smykové okraje. U všech trhlin to odpovídalo prakticky stejné "globální" 2D hodnotě $\Delta K_{sl} \cong 6,7$ MPa.m^{1/2} (Kunz, 2001). V tab. 1 je uvedena i okamžitá posuvná rychlost čela trhliny v_{sl} změřená na bočním povrchu tělesa.

Fraktografickým vyhodnocením lomových ploch byl pro danou hodnotu a_{sl} určen tvar čela zakreslený na obr. 1, kde je vidět i počátek tvorby smykových okrajů.

těleso	R	ΔS [MPa]	a_{sl} [mm]	ΔK_{sl}	$v_{sl} [10^{-5} \text{mm/cykl}]$
P2	0,5	31,34	11,975	6.56	5,41
P6	0	44,96	6,525	6.72	2,04

Tab. 1 Parametry zatěžování a délka trhliny při začátku smykových okrajů.





Obr. 1 Lomová plocha tělesa P6 (vlevo) a P2 (vpravo)

3. Modely únavové trhliny

Pro simulaci trhlin z obr. 1 byl použit program MSC.Marc. Tvar jejich čel byl jednoduchým způsobem symetrizován, takže při vhodných okrajových podmínkách bylo možno analyzovat jen jednu osminu těles. Orientaci souřadného systému ukazuje obr. 1.

Tvorba sítě konečných prvků byla poměrně komplikovaná. Jako základ byla použita 2D síť, vytvořená v rovině (x,y) speciálním poloautomatickým generátorem. Výřez z nejhustší oblasti, která přiléhá k rovině (x,z) a je dlouhá 40 µm, ukazuje obr. 2. Nejmenší prvky měly rozměr 2 µm. Na konci simulace, kdy délka trhliny na bočním povrchu je právě a_{sl} , se čelo trhliny nacházelo uprostřed této nejhustší oblasti. S takovou sítí byly provedeny pomocné 2D výpočty za předpokladu rovinné napjatosti (RN) nebo deformace (RD).

Pro 3D simulace byla 2D síť vytažena do prostoru s krokem rostoucím od okraje tělesa (krok 2 μ m) ke středu jeho tloušťky (krok 500 μ m). Na bočním povrchu byla tedy síť ve směru *z* nejhustší. Vytažením vznikl model 3D tělesa, na němž by bylo možno vhodnou volbou okrajových podmínek vytvořit polovinu průchozí centrální trhliny s přímým čelem. Požadovaného zakřivení čela bylo nakonec dosaženo posunutím uzlů ve směru šíření trhliny *x* o velikost experimentálně zjištěného vyklenutí (obr. 1). 3D síť se zakřiveným čelem trhliny demonstruje opět obr. 2.

Pro 2D úlohy byly použity čtyřuzlové prvky s Gauss. integrací 2x2 a bilineárními interpolačními funkcemi. 3D síť obsahuje šestistěnné prvky s osmi uzly, Gaussovou integrací 2x2x2 v 8 bodech uvnitř elementu a trilineárními interpolačními funkcemi ve zbytku objemu. Uvedené prvky mají horší reprezentaci ve smyku, ale jsou doporučovány pro kontaktní úlohy.



Obr. 2 Nejhustší oblast základní 2D sítě (vlevo) a pohled na 3D sít

Na okraj sítě, v rovině (x,z) byla umístěna tuhá kontaktní plocha, která umožnila simulaci zavírání a otevírání trhliny při růstu a poklesu zatížení. Při kontaktu nebyl uvažován vliv tření ani drsnosti. V rovině (x,z) před čelem byly předepsány nulové posuvy uzlů ve směru zatížení y. Poskoky čela o délku jednoho elementu byly modelovány předepsaným uvolňováním této vazby a to podle našich předchozích zkušeností vždy v minimu každého druhého cyklu, tj. v tzv. aktivních cyklech. Vložené modelové cykly bez poskoku bývají označovány jako hluché. Během 30 aktivních cyklů tak čelo modelové trhliny urazilo dráhu 380 µm, během níž se cyklické napěťové a deformační pole v okolí trhliny ustálilo. Zakřivení čela bylo na tak krátké dráze považováno za neměnné.

Elastoplastické výpočty s rozsáhlou 3D sítí, kontaktem, velkým gradientem deformace na čele trhliny a velmi dlouhou zatěžovací dráhou se podařilo provést jen za předpokladu malých posuvů i deformací, který přímo na čele nemusí odpovídat skutečnosti. Kinematické zpevňování podle Zieglerovy hypotézy bylo řízeno závislostí napětí-plastická deformace z tahové zkoušky. Průběh faktoru intenzity napětí podél čela trhlin byl za předpokladu čistě elastických deformací počítán metodou hraničních prvků implementovanou v programu FRANC3D/BES (http://www.cfg.cornell.edu), při níž odpadá složitá tvorba sítě.

4. Výsledky simulací

Výsledky z posledního cyklu by měly representovat situaci u skutečných únavových trhlin o délce a_{sl} podle tab. 1. Pro stručnost jsou popsány pouze výsledky pro těleso P6.

Ve středu tloušťky (z = 3 mm) je šířka oblasti zavření trhliny za čelem při $S_{min} = 0$ pouze 50 µm a ještě v hloubce 250 až 500 µm pod povrchem se trhlina zavírá jen velmi málo - viz. obr. 3. Otevírací a uzavírací napětí je proto podél dlouhé střední části čela velmi nízké (uprostřed stěny je $\sigma_{op} = \sigma_{cl} = 0,05 \sigma_{max}$), a prakticky celý cyklus je efektivní. Vliv volného povrchu se projevuje pouze v tenké povrchové vrstvě, zhruba do hloubky 250 µm. Zde je zavírání způsobené zbytkovými plastickými deformacemi na lomových plochách mnohem intenzivnější a efektivní část cyklu menší. Na okraji čela (z = 0) je $S_{op} = 0,40 S_{max}$, $S_{cl} = 0,30$ S_{max} . Uvedené výsledky odpovídají známým experimentálním poznatkům.

Vypočítaný "elastický" rozkmit ΔK od středu k okraji čela podle obr. 4 nejprve zvolna a potom rychle roste. V obrázku je vyznačena i běžně používaná "globální" 2D hodnota, určená z délky trhliny na povrchu tělesa (ΔK_{sl} v tab. 1). Ta velmi přibližně vystihuje lokální hodnoty ΔK ve střední oblasti o délce rovné zhruba dvěma třetinám celého čela (odchylka do 8%). V okrajové části čela je však rozdíl velký a u povrchu dosahuje ΔK téměř

dvojnásobku ΔK_{sl} . Průběh ΔK_{eff} se od průběhu ΔK téměř neliší vyjma okrajové části čela s účinným zavíráním, kde ΔK_{eff} směrem k povrchu rychle poklesne.

Průběh triaxiality napětí H podél čela při S_{max} se počítal těsně před čelem i v relativně velké vzdálenosti 40 µm od čela. Podle obr. 5 H od středu čela k povrchu klesá, rychlost poklesu se však značně liší podle vzdálenosti od čela.

Popis napěťového a deformačního pole v okolí čela únavové trhliny není snadný, protože není zcela jasné, které lokální parametry těchto polí jsou z hlediska šíření trhliny relevantní. Podle nejjednodušší představy je materiál před čelem trhliny předchozí cyklickou plastickou deformací tak poškozen, že se působením tahového či smykového napětí nebo další deformace v aktuálním cyklu do jisté malé vzdálenosti (odpovídající rychlosti trhliny) poruší. S poškozením by mělo souviset rozložení hustoty celkové plastické deformační energie λ v okolí čela, které ukazují obrázky č. 11, 14, 15 (pozor – stupnice na obr. 14, 15 jsou rozdílné). V souladu s očekáváním je v okolí okrajové části čela v důsledku intenzivní plastické deformace λ mnohem větší než v části hlouběji pod povrchem. Obr. 11, 15 ukazují, že vysoké hodnoty λ na povrchu existují i v malé vzdálenosti nad a před ústím trhliny.

Rozložení maximálního tahového napětí σ_{max} v okolí trhliny při S_{max} ukazují obrázky 7, 8, 9. V dlouhé střední oblasti čela s nízkou hodnotou λ a vysokou triaxialitou je materiál v rovině trhliny namáhán vysokým tahovým napětím σ_{max} , které dosahuje zhruba trojnásobku meze kluzu. Před okrajovou částí čela s vysokou úrovní disipované energie dochází k porušování při mnohem menší hodnotě σ_{max} . Směr σ_{max} odpovídá vesměs směru zatěžování. Na volném bočním povrchu se vysoké hodnoty σ_{max} objevují i mimo rovinu trhliny (obr. 9). Podobné rozložení jako σ_{max} vykazuje i střední (hydrostatické) napětí.

Maximální smykové napětí τ_{max} (těsně před čelem a při S_{max}) je naopak největší v malé vzdálenosti pod povrchem - obr. 16. Od středu ke kraji čela stoupá τ_{max} jen pozvolna, zajímavá je však jeho orientace. Rovina τ_{max} je téměř podél celého čela kolmá na boční povrch a půlí úhel mezi směrem šíření x a směrem zatížení y. V tenké povrchové vrstvičce se však tato rovina stáčí kolem osy y o úhel menší než $\pi/2$ do roviny blízké počáteční rovině smykových okrajů. Přesná orientace této roviny nebyla na CCP tělesech změřena.

Nízké úrovni stísnění kolem okraje čela odpovídá lokální intenzivní plastická deformace. Rozložení maximálního celkového plastického relativního prodloužení, jehož směr odpovídá orientaci σ_{max} , ukazují obr. 10, 12, 13. Rozdíl ve velikosti plastické zóny (i úrovni deformace v ní) mezi okrajem a "středem" čela je markantní. Na obr. 17 je nakonec zobrazen průběh celkové maximální plastické smykové deformace podél čela, jejíž orientace odpovídá τ_{max} . Podobně vypadá i rozložení přírůstků obou deformačních veličin za zátěžnou polovinu cyklu.

5. Diskuse

Obr. 4 ukazuje slabinu běžného formálního 2D přístupu lomové mechaniky k predikci šíření únavových trhlin. Pro trhlinu v tenkostěnném CCP tělese, jinak stejném jako P6 a stejně namáhaném, by z a_{sl} a R vyšlo $\Delta K_{sl} = 6,72$ MPa a $\Delta K_{eff} = (0,5 + 0,4 R) \Delta K_{sl} = 3,36$ MPa. 2D výpočet tělesa P6 za předpokladu RD vedl k hodnotě $\sigma_{op} = 0,04 \sigma_{max}$ což dává

5



6

Obr. 3 Oblast zavírání za zakřiveným čelem únavové trhliny



Obr. 5 Průběh triaxiality napětí podél čela, ve vzdálenosti 2 μm a 40 μm před čelem



Obr. 7 Rozložení max. hlavního tahového napětí σ_{max} v řezu kolmém na střed čela, škála podle obr. 8



Obr. 4 Průběh ΔK , ΔK_{eff} podél zakřiveného čela únavové trhliny



Obr. 6 Průběh triaxiality napětí před čelem, ve středu čela a na jeho okraji



Obr. 8 Rozložení maximálního hlavního tahového napětí σ_{max} na okraji čela (povrch tělesa), škála v MPa



Obr. 9 Rozložení maximálního hlavního tahového napětí σ_{max} v řezu procházejícím čelem trhliny a kolmém na rovinu trhliny (*x*,*z*), škála podle obr. 8



Obr. 10 Rozložení maximálního plastického relativního prodloužení ε_{pmax} v řezu procházejícím čelem trhliny a kolmém na rovinu trhliny (*x*,*z*), škála podle obr. 13



Obr. 11 Rozložení hustoty plastické deformační energie λ v řezu procházejícím čelem trhliny a kolmém na rovinu trhliny (*x*,*z*), škála podle obr. 14



Obr. 12 Rozložení max. plast. relativního prodloužení ε_{pmax} v řezu kolmém na střed čela, škála podle obr.13



Obr. 14 Rozložení hustoty plastické def. energie λ v řezu kolmém na střed čela, [mJ/mm³]. Stejný stupeň šedi značí 10x menší hodnotu než na obr. 15 pro povrch tělesa



Obr. 16 Průběh maximálního smykového napětí podél čela, ve vzdálenosti 2 µm před čelem



Obr. 13 Rozložení max. plast. relativního prodloužení ε_{pmax} na povrchu



Obr. 15 Rozložení hustoty plastické deformační energie λ na povrchu tělesa, [mJ/mm³]. Stejný stupeň šedi značí 10x větší hodnotu než na obr. 14 pro střed čela



Obr. 17 Průběh maximální plast. smykové deformace podél čela, 2 µm před čelem

 $\Delta K_{eff} = 6,45$ MPa. Průměrná hodnota ΔK_{eff} z 3D simulace je ještě vyšší. Rozdíl mezi rychlostí trhliny v tenké a tlusté stěně nebývá však nijak dramatický a uvedenému vysokému rozdílu v ΔK_{eff} neodpovídá. Příčina je v odlišném typu namáhání, který na čele trhliny převažuje a který není při výpočtu respektován.

Obr. 4 ukazuje navíc, že ani detailní znalost průběhu ΔK či lépe ΔK_{eff} podél čela z 3D výpočtu nemusí sama o sobě poskytovat dostatek informace pro predikci chování trhliny. Pokud by se lokální kolmá rychlost čela v řídila jenom ΔK_{eff} , měnilo by čelo svůj tvar a nepohybovalo by se posuvným pohybem jako při experimentu. Korekčním faktorem, postihujícím charakter namáhání materiálu před čelem trhliny, by mohlo být rozložení triaxiality napětí H v procesní zóně (obr. 5). Volba vhodné charakteristiky tohoto rozložení a obecnost závislosti $v = f(\Delta K_{eff}, H)$ by měla být dále studována. Takový dvouparametrový přístup by mohl být přínosný zejména při simulaci růstu trhlin v geometricky složitých tlustostěnných průřezech, kdy 2D aproximaci nelze vůbec použít a tvar čela není předem znám.

Podle předchozích výsledků (Oliva a kol. 2001) je u okraje hypotetického přímého čela únavové trhliny cyklická plastická deformace překvapivě nízká a blíží se spíše deformačnímu cyklu za podmínek RD. Předpokládalo se, že u skutečného, dopředu vyklenutého čela je "opožděná" okrajová část značně přetížena a místní úroveň plastické deformace je bez ohledu na intenzivnější zavírání vysoká, jak je to známo z experimentů. Simulace provedené v této práci tuto hypotézu plně potvrdily. V tenké povrchové vrstvě vychází deformační a napěťový cyklus kvalitativně podobný jako při odpovídajícím 2D výpočtu za podmínek RN. Ve střední části čela je pak 3D řešení prakticky totožné s 2D řešením za podmínek RD.

Simulace růstu únavové trhliny v tělese P2 (tab. 1) nepřinesla nic zásadně nového. V důsledku vyšší hodnoty R se modelová trhlina zavírá ještě o něco méně než v tělese P6. Protože ΔK_{sl} je u obou trhlin téměř stejné a zavírání nehraje téměř na celém čele žádnou roli, vychází napěťový a deformační cyklus u obou trhlin prakticky stejný, přestože mají velmi odlišnou délku i parametry zatěžování. Určité malé rozdíly lze zaznamenat pouze na okraji čela. Při neměnném charakteru stísnění a absenci zavírání je tedy mechanika plastické deformace na velké většině čela řízena v podstatě jen rozkmitem "globálního" faktoru intenzity napětí, tak jak to předpokládá lineární LM.

Čelo trhliny se při experimentu pohybovalo celé v tahovém módu a to se stejnou posuvnou rychlostí. Podle výpočtů jsou však podmínky namáhání na okraji a v hloubce čela velmi odlišné. Ke konečnému porušení materiálu na okraji čela, vystaveného předtím intenzívní cyklické plastické deformaci, stačí malá úroveň tahového napětí. V málo "poškozené" střední části se poskoky trhliny uskutečňují při napětích podstatně vyšších. Kritické parametry v lokálních lomových kriteriích (např. kritická hodnota λ do porušení nebo parametry Manson-Coffinova vztahu – viz Oliva a kol., 1997) budou proto zřejmě závislé na povaze napěťového a deformačního cyklu.

Zajímavá je iniciace smykového okraje na okraji čela, resp. v jeho těsné blízkosti. Tam spolu "soupeří" dvě roviny s lokálně extrémním namáháním. V rovině trhliny působí (z hlediska celého čela relativně nízké) tahové napětí a přibližně v rovině smykového okraje působí smykové napětí, které je vůbec největší z celé oblasti kolem dlouhého čela. Vypočítané podmínky, za nichž k přechodu od tahového ke smykovému módu šíření došlo, zatím neumíme zobecnit. Kromě známého vlivu prostředí se zřejmě uplatňuje i vývoj charakteru napěťového a deformačního pole při růstu trhliny. Po vzniku skloněné lomové plochy se okraj trhliny šíří dál ve smíšeném módu I+II+III a použitý jednoduchý model přestává platit.

6. Závěr

Výsledky elastoplastické simulace růstu únavové trhliny s reálně zakřiveným čelem ve stěně CCP tělesa pomocí metody konečných prvků vedou k následujícím hlavním závěrům:

- 1. Při absenci vlivu zavírání trhliny a různé úrovně stísnění deformace je mechanika cyklické deformace na čele trhliny řízena rozkmitem faktoru intenzity napětí ΔK .
- 2. V obecném případě průběh ΔK a dokonce ani ΔK_{eff} podél zakřiveného čela trhliny nestačí k predikci jeho pohybu. Ten závisí i na průběhu stísnění deformace (charakteru napjatosti), který by mohl být charakterizován průběhem vhodného parametru pole triaxiality napětí.
- 3. Plastický deformační a napěťový cyklus podél reálně zakřiveného čela trhliny odpovídá na rozdíl od čela přímého vžité představě. Ve velmi tenké povrchové vrstvě je kvalitativně podobný plastickému cyklu při rovinné napjatosti a ve zbytku čela souhlasí velmi dobře s plastickým řešením za předpokladu rovinné deformace.
- 4. Užívané kritické lomové parametry pro lokální nízkocyklovou únavu materiálu na čele únavové trhliny nejsou obecně ani při stejném módu porušování konstantní pro celé čelo, ale závisí na lokálním stísnění deformace.
- 5. Iniciace smykového okraje na kraji čela může souviset s tím, že přibližně v rovině smykového okraje zde působí vůbec největší smykové napětí z okolí celého čela.

7. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantu Grantové Agentury ČR č. 101/03/0331: "Simulace šíření únavových trhlin ve složitých provozních podmínkách metodou konečných prvků".

8. Literatura

- Oliva, V., Cséplö, L., Materna, A., Bláhová, L. (1997) FEM simulation of fatigue crack growth, Materials Sci & Engineering, A234-236, pp. 517-520
- Oliva, V., Materna, A. & Michlík, P. (2001) Three-dimensional FEM model of the fatigue crack growth in a thick specimen, in: *Proc.* 3rd Int. Conf. on Materials Structure & Micromechanics of Fracture, Inst. of Physical and Mater. Engng, Brno University of Technology, Brno, pp. 368-378
- Oliva, V. & Materna, A. (2000) 3-D simulations of fatigue crack growth in: Proc. Int. Conf. Engineering Mechanics 2000, (J. Náprstek and J. Minster eds), Institute of Solid Mechanics, Brno University of Technology, Brno, pp. 13-18
- Balášová, M., Beránková, I. & Pánek, M. (1998) Charakteristiky šíření únavové trhliny v MT tělesech tloušťky 6 mm, vyrobených z leteckého konstrukčního materiálu 2024-T42. *Zkušební zpráva Z-3669/98*, VZLÚ, Praha-Letňany
- Kunz, J. (2001) Vliv smykových okrajů na rychlost šíření únavové trhliny, in: *VII. celoštát. konf. Degradácia vlastností konštrukčných materiálov únavou,* Strojnícka fakulta ŽU, Žilina-Rajecké Teplice, pp. 91-96

10 _