

INTEGRITY OF PIPING SYSTEMS WITH RANDOM NUMBER OF DEFECTS EXPOSED TO INTERNAL PRESSURE

V. Bína*, O. Bielak*, J. Korouš*

Summary: *Paper is focused on comprehensive solution of probabilistic integrity assessment of pressure vessels. Engineering criteria was fully respected during solution, however fracture properties, fracture quantities (stress intensity factor, J -integral) were random quantities or stochastic processes (time-depending degradation of fracture properties, crack size and growth). Using these principles, relations for risk calculations were derived assuming presence a single defect (crack) and the relations were developed both for elastic and for elasto-plastic behaviour of material. A calculation of integral fracture initiation risk is proposed in the second part of the paper. The procedure took into consideration a random number of possible defects in a structure. A description of crack size using two-dimensional Gauss distribution was used in calculations.*

1. Úvod

Při posuzování integrity jsou aplikovány různé postupy. Z pohledu lomové mechaniky je problematika ve značné míře podrobně zpracována. Co se týče výpočtových postupů, jsou v podstatě uplatňovány konvenční metody založené na koeficientech bezpečnosti. Tyto metody nemohou poskytnout odpověď na otázku, jaké je riziko poruchy té které kritické části nebo dokonce celku. Tato problematika je řešena s použitím teorie pravděpodobnosti. Veličiny lomové mechaniky, materiálové vlastnosti, růst trhlin jsou považovány za náhodné nebo i stochastické procesy. Z toho resultuje postup výpočtu rizika vzniku poruchy v defektu (trhlině), posouzení výskytu možného počtu defektů a zohlednění při komplexním posouzení integrity.

2. Inženýrská kritéria integrity

Pro pravděpodobnostní posuzování vyjdeme ze základních principů lomové mechaniky, kde za rozhodující veličinu je považován faktor intenzity napětí K (FIN) nebo J -integrál (Milne a další, 1988). Vznik náhlého lomu (iniciace lomu) při stálém zatížení je podmíněn existencí trhliny určité velikosti a velikostí kritické hodnoty lomové charakteristiky K_c nebo J_c materiálu. Jestliže veličina K nebo J dosáhne kritických hodnot K_c , J_c , nastává porušení materiálu. Integrální stav je tudíž charakterizován podmínkou:

$$K(a, \sigma) < K_c \quad \text{nebo} \quad J(a, \sigma) < J_c, \quad (1)$$

kde $K(a, \sigma)$, $J(a, \sigma)$ jsou FIN a J -integrál jako funkce hloubky trhliny a a napětí σ . V případě elasticko-plastického stavu se používá dvou veličin K_r a S_r (Provan, 1987)

$$K_r = \frac{K(a, \sigma)}{K_c}, \quad S_r = \frac{J(a, \sigma)}{J_c}. \quad (2)$$

*Ing. Ondřej Bielak CSc., Ing. Vladimír Bína CSc., Ing. Jan Korouš, BiSAFE s.r.o., Malebná 2, 149 00 Praha 4; tel. +420 267 913 335, e-mail: bisafe@login.cz

Materiálovou charakteristikou je mezní křivka $K_{rc} = C(S_r)$ v souřadnicích S_r, K_r . Integrální stav je potom charakterizován lokalizací bodu o souřadnicích (S_r, K_r) , odpovídající provoznímu stavu, pod mezní křivkou $C(S_r)$ (Wallin, 1993; Wallin, 1994; Wilson a Ainsworth, 1993; Wilson a Ainsworth, 1991; Bína a Bielak, 1994), tj.

$$K_r < C(S_r). \quad (3)$$

3. Praviděpodobnostní hodnocení integrity

3.1. Riziko iniciace lomu materiálu v elastickém stavu

Uvažujeme-li, že konstrukční prvek je v elastickém stavu, jako kritérium platí vztah (1). Potom pravděpodobnost, že prvek se bude nacházet v integrálním stavu, bude dána pravděpodobnostmi podle vztahů (1), tj.

$$P(K(a, \sigma) < K_c) \quad \text{nebo} \quad P(J(a, \sigma) < J_c). \quad (4)$$

Lomovou houževnatost K_c (nebo J -integrál J_c) můžeme považovat za náhodnou veličinu, protože materiálové vlastnosti jistě vykazují určitou variabilitu. Rovněž druhou veličinu $K(a, \sigma)$ (nebo $J(a, \sigma)$) lze považovat za náhodnou v důsledku nahodilosti hloubek trhlin a . Řešení relace (4) je relativně jednoduché. Zavedeme novou náhodnou veličinu Z

$$Z = K_c - K(a, \sigma) \quad \text{nebo} \quad Z = J_c - J(a, \sigma). \quad (5)$$

Její pravděpodobnostní distribuční funkce $P(Z < z)$ je (za předpokladu stochastické nezávislosti obou náhodných veličin K_c a $K(a, \sigma)$, což je jistě akceptovatelné) dána vztahem (Kampen, 1993)

$$P(Z \leq z) = \int_0^{\infty} P[K_c \leq z + k] dF(k) = \int_0^{\infty} H(z + k) dF(k), \quad (6)$$

kde $H(c) = P[K_c \leq c]$ je rozdělení pravděpodobností lomové houževnatosti K_c , $F(k) = P[K(a, \sigma) \leq k]$ je distribuční funkce faktoru intenzity napětí $K(a, \sigma)$.

Distribuční funkce veličiny $K(a, \sigma)$ plyne z distribuční funkce $G(x)$ hloubky trhliny a

$$F(k) = P[K(a, \sigma) \leq k] = P[a \leq K^{-1}(k)] = P[a \leq x] = G(x), \quad (7)$$

kde K^{-1} je inverzní funkce k funkci $K(x, \sigma)$ vzhledem k veličině x ($\sigma = \text{konst.}$), $G(x) = P[a \leq x]$ je distribuční funkce hloubky trhliny a jako náhodné veličiny.

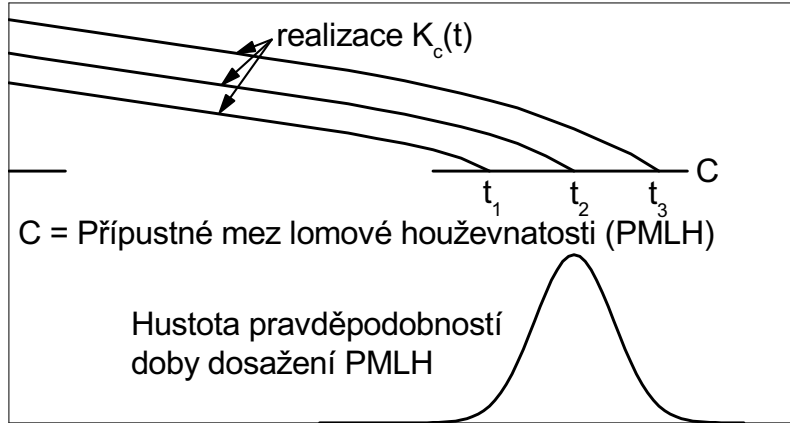
Kritérium provozuschopnosti podle vztahu (1) je ekvivalentní kritériu podle vztahu (5) pro veličinu $Z > 0$. S použitím vztahů (6) a (7) pro výpočet rizika iniciace lomu platí

$$P(R = 1|\sigma) = 1 - P(Z > 0) = \int_0^{\infty} H(k) dF(k) = \int_0^{s_0} H[K(x, \sigma)] dG(x), \quad (8)$$

kde $P(R = 1|\sigma)$ je riziko iniciace lomu při konstantním napětí σ , s_0 je jmenovitá (provedená) tloušťka stěny prvku.

Během provozu však může docházet k degradaci lomových vlastností a rovněž k propagaci trhliny v čase. Proto budeme pohlížet na tyto veličiny jako na stochastické procesy – náhodné veličiny, které jsou funkcí časového parametru.

Nejprve budeme uvažovat problém, kdy dochází ke stochastické degradaci materiálu. Potom, sníží-li se kritické hodnoty natolik, že poklesnou na hodnotu lomové veličiny (FIN, J -integrálu), dojde k iniciaci lomu. Při degradaci lomových vlastností $K_c(t)$ můžeme předpokládat jejich



Obrázek 1: Hustota pravděpodobností doby dosažení přípustné meze lomové houževnatosti – jev \mathbf{C}

monotónní pokles (Bína a další, 1995). S ohledem na tuto vlastnost všimněme si dvou náhodných jevů $\mathbf{C} = \{K_c(t) > c\}$ a $\mathbf{D} = \{\tau > t|c\}$ (viz obr. 1). První jev \mathbf{C} vyjadřuje, že v čase t je hodnota lomové veličiny nad hladinou c , což znamená, že k iniciaci lomu dojde v čase τ , který je větší než doba t . Toto rovněž vyjadřuje druhý jev \mathbf{D} . Z ekvivalence obou jevů plyne

$$P(\mathbf{C}) = P(\mathbf{D}) \quad \text{neboli} \quad P\{K_c(t) > c\} = P\{\tau > t|c\}. \quad (9)$$

A riziko iniciace lomu před dobou t při konstantní hodnotě faktoru intenzity napětí

$$P(R = 1|x, \sigma) = P(\tau \leq t|c) = 1 - P(\mathbf{D}) = 1 - P(\mathbf{C}) = H(c; t),$$

kde $P(R = 1|x, \sigma)$ je riziko iniciace lomu při konstantní hloubce trhliny x a napětí σ , $H(c; t) = P(K_c(t) < c)$ označuje pravděpodobnostní distribuční funkci lomových vlastností $K_c(t)$.

V praxi ale navíc může docházet k růstu trhlin a připojit se i působení koroze. Korozní vlivy se mohou projevit úbytky tloušťek stěn a tím zvyšovat napětí a spolu s rostoucí trhlinou zvyšovat hladinu lomové veličiny. Proto kromě změn lomových charakteristik s časem – náhodný proces $K_c(t)$ – budeme uvažovat další náhodný proces $K[a(t), \sigma(t)]$ – FIN, který je determinován náhodnými procesy:

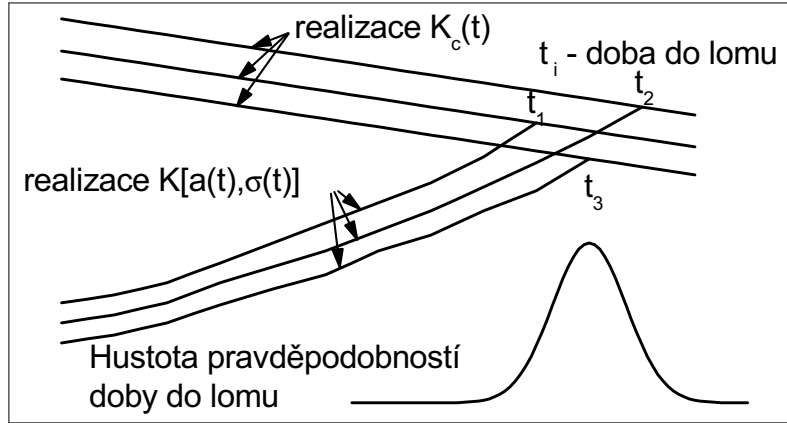
- $\sigma(t)$ – vzrůst napětí v důsledku růstu trhliny nebo korozního zeslabování tloušťek stěn
- $a(t)$ – růst trhliny v důsledku poškozování materiálu tečením a únavou.

Zavedeme opět náhodnou funkci (Kampen, 1993) $Z(t) = Z[a(t), \sigma(t)] = K_c(t) - K[a(t), \sigma(t)]$. Protože $K[a(t), \sigma(t)]$ je monotónně rostoucí funkcí hloubky trhliny i napětí (které jsou opět rostoucími funkcemi času), lom nastává v okamžiku setkání obou procesů nebo opačně k lomu nedochází, pokud náhodná funkce $Z[a(t), \sigma(t)] > 0$, (viz obr. 2), t.j.

$$\text{jev } \mathbf{C} = \{Z[a(t), \sigma(t)] > 0\} \text{ implikuje jev } \mathbf{D} = \{t_c > t\}.$$

Proto riziko, pravděpodobnost poruchy, že k iniciaci lomu dojde před dobou t , bude

$$P(\tau \leq t) = P(Z[a(t), \sigma(t)] \leq z) = \int_0^{\infty} H(z + k; t) dF(k; t), \quad (10)$$



Obrázek 2: Hustota pravděpodobností doby do lomu pro elastický materiál

kde $H(c; t) = P[K_c(t) \leq c]$ je distribuční funkce lomové charakteristiky – procesu $K_c(t)$, $F(k; t) = P(K[a(t), \sigma(t)] \leq k)$ je distribuční funkce stochastického procesu $K[a(t), \sigma(t)]$.

O distribuční funkci lomové charakteristiky $H(c; t)$ procesu $K_c(t)$ můžeme předpokládat, že je k dispozici jako materiálová charakteristika. Co se týče distribuční funkce lomové charakteristiky $F(k; t)$, lze ji odvodit s použitím distribučních funkcí $G(x; t)$ a $D(\sigma; t)$ stochastických procesů $a(t)$ a $\sigma(t)$ (Feller, 1987)

$$F(k; t) = P(K[a(t), \sigma(t)] \leq k) = \iint_{\Psi} g(x; t) d(\sigma; t) dx d\sigma, \quad (11)$$

kde Ψ je množina bodů $x(t)$ a $\sigma(t)$, pro které platí $\Psi = \{x(t), \sigma(t) : K[x(t), \sigma(t)] \leq k\}$.

Po dosazení do vztahu (10) a úpravách ($z = 0$) lze výslednou formuli pro výpočet životnosti a rizika iniciace lomu zapsat ve tvaru

$$P(\tau \leq t) = \int_0^{\sigma_0} \int_0^{s_0} H[K(x, \sigma); t] g(x; t) d(\sigma; t) dx d\sigma = \int_0^{\sigma_0} \int_0^{s_0} H[K(x, \sigma); t] dG(x; t) dD(\sigma; t), \quad (12)$$

kde $H[K(x, \sigma); t]$ je rozdělení pravděpodobností lomové charakteristiky – procesu $K_c(t)$, $g(x; t)$ je hustota distribuční funkce $G(x; t)$ procesu $a(t)$, $d(\sigma; t)$ je hustota distribuční funkce $D(\sigma; t)$ procesu $\sigma(t)$.

3.2. Riziko iniciace lomu materiálu v elasticko-plastickém stavu

Budeme-li nyní uvažovat elasticko-plastický stavu materiálu, je kritériem integrálního stavu vztah (3). Potom pravděpodobnost, že prvek se bude nacházet v tomto stavu, je dáno pravděpodobnostmi

$$P\left(\frac{K(a, \sigma)}{C(S_r)} < K_c\right) \quad \text{nebo} \quad P\left(\frac{J(a, \sigma)}{C(S_r)} < J_c\right), \quad \text{kde} \quad S_r = \frac{S(a, \sigma)}{\sigma_f} \quad (13)$$

Nejprve budeme předpokládat, že hloubka trhliny a , flow stress σ_f i napětí s jsou konstantní, a náhodnou veličinou jsou lomové vlastnosti. Stav integrity lze vyjádřit jevem \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \left\{ \frac{K(a, \sigma)}{C(S_r)} < K_c | x, \sigma_f, \sigma \right\}, \quad S_r = \frac{S(a, \sigma)}{\sigma_f}, \quad \text{kde} \quad x, \sigma_f, \sigma = \text{konst.} \quad (14)$$

Riziko poruchy bude dáno pravděpodobností

$$P(R = 1|x, \sigma_f, \sigma) = 1 - P(\mathbf{B}) = H(c), \quad (15)$$

kde $c = K(x, \sigma)/C(S_r)$ pro konstantní hodnoty veličin x , σ_f a σ .

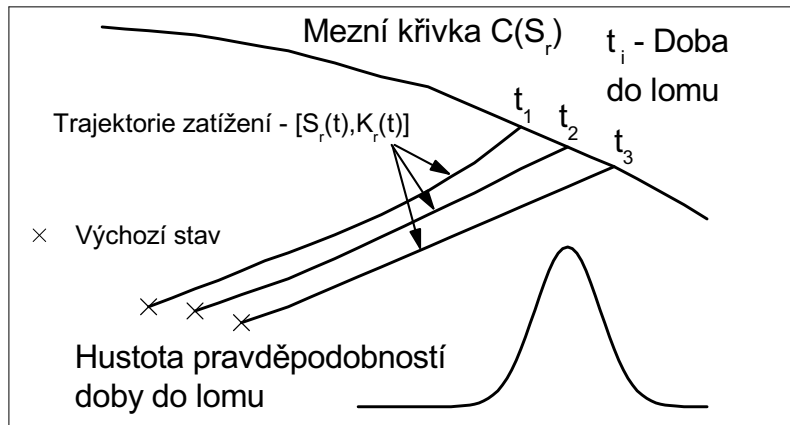
Další postup založíme na aplikaci podmíněných pravděpodobností (Kolmogorov, 1933)

$$P((Y \in \mathbf{Y}) \cap (Z \in \mathbf{Z})) = \int_{\mathbf{Z}} P(Y \in \mathbf{Y}|z) dF(z), \quad (16)$$

kde $P(Y \in \mathbf{Y}|z)$ je pravděpodobnost, že náhodná veličina Y nabývá hodnot z množiny \mathbf{Y} za podmínky, že náhodná veličina $Z = z$, $F(z)$ je distribuční funkce veličiny Z . Nyní budeme považovat za náhodnou veličinu velikost trhliny i flow stress. K výpočtu rizika iniciace lomu budeme aplikovat vztah (16) na vztah (15)

$$P(R = 1|\sigma) = \int_0^{\sigma_{fm}} \int_0^{s_0} P(R = 1|x, \sigma_f, \sigma) dG(x) dS(\sigma_f) = \int_0^{s_0} H(c) dG(x) dS(\sigma_f), \quad (17)$$

kde $S(\sigma_f)$ je pravděpodobnostní distribuční funkce flow stress, c viz vztah (15), s_0 je jmenovitá (provedená) tloušťka stěny prvku.



Obrázek 3: Hustota pravděpodobností doby do lomu pro elasticko-plastický materiál

Dále budeme ještě uvažovat, že materiálové vlastnosti K_c , σ_f s časem degradují, tj. jsou klesající funkcí času $K_c(t)$, $\sigma_f(t)$. Dále vezmeme v úvahu růst trhlin $a(t)$ (v důsledku únavových procesů) a růst napětí $\sigma(t)$ (např. jako důsledek korozního zeslabování tlouštěk stěn). Za uvedených předpokladů bude trajektorie bodu $(S_r(t), K_r(t))$ monotónně rostoucí křivka – viz obr. 3. Mezní křivka $C(S_r)$ je klesající funkce. Z toho plyne, že obě křivky mají pouze jeden průsečík. Potom lze pro výpočet rizika téměř beze změn aplikovat předchozí postupy a riziko iniciace lomu před dobou t se stanoví integrací podle vztahu

$$P(\tau \leq t) = \int_0^{\sigma_m} \int_0^{\sigma_{fm}} \int_0^{s_0} P\left(K_c(t) \leq \frac{K(x, \sigma)}{C(S_r)}\right) dG(x; t) dS(\sigma_f; t) dD(\sigma; t), \quad (18)$$

kde $P(K_c(t) \leq c)$ je rozdělení pravděpodobností lomových vlastností – procesu $K_c(t)$, $K_{rc} = C(S_r)$ je mezní křivka podvojného kritéria v souřadnicích S_r a K_r , $c = K(x, \sigma)$, $S_r = S(x, \sigma)$, $G(x; t)$, $S(\sigma_f; t)$, $D(\sigma; t)$ jsou rozdělení pravděpodobností hloubky trhliny, flow stress a efektivního napětí v čase t . Poslední uvedený vztah komplexně vyjadřuje riziko iniciace lomu při použití podvojného kritéria při řešení v elasticko-plastické oblasti.

4. Stochastický popis geometrie iniciačních trhlin

Trhlinu lze charakterizovat jako geometrický útvar. Je možné uvažovat, že délky i hloubky budou považovány za stochasticky nezávislé veličiny. Potom je možné kombinovat různé typy distribučních funkcí – exponenciální, Weibullovo, Gaussovo rozdělení a pod. Lze však spíše usuzovat, že rozměry trhliny jsou spolu korelovány. Pro tento případ dosud nebyl navržen žádný typ distribuční funkce. Proto jsme obrátili pozornost na useknuté dvojrozměrné normální rozdělení, jehož hustota je popsána vztahem (Feller, 1987), při jehož aplikaci lze vzít v úvahu i korelaci mezi hloubkou a délkou trhliny

$$h(x_1, x_2) = \frac{C}{2\pi\delta_1\delta_2\sqrt{1-r^2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\delta_1} \right)^2 + \frac{2r(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)}{\delta_1\delta_2} + \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\delta_2} \right)^2 \right] \right\}, \quad (19)$$

kde x_1, x_2 jsou hloubka a délka trhliny, μ_1, δ_1 a μ_2, δ_2 jsou parametry distribuční funkce, r je koeficient korelace náhodných veličin X_1 a X_2 , $C^{-1} = p\{\{X_1 \leq x_{1max}, X_2 \leq x_{1max}\} \cap \{X_1 \geq x_{1min}, X_2 \geq x_{1min}\}\}$ je korekční faktor, P označuje pravděpodobnost.

5. Riziko iniciace lomu v potrubním systému

Stanovení rizika poruchy (nepřípustného stavu) obecně sestává ze dvou částí: výpočtu rizik jednotlivých kritických lokalit a výpočtu rizika poruchy konstrukce jako celku (integrální riziko). Jedná-li se o přesně vymezený počet kritických lokalit, je možné aplikovat klasické pravděpodobnostní postupy. V praxi však se lze setkat s případy, kde počet kritických míst není přesně známý, jako je počet defektů (trhlin) v konstrukci (svarový spoj), kde můžeme jejich počet pouze odhadovat. Proto se nejprve budeme věnovat tomuto problému.

5.1. Pravděpodobnosti výskytu defektů

Počet defektů bude jistě souviset s velikostí (objemem) – např. svaru (Wallin, 1993). Můžeme proto předpokládat, že pravděpodobnost výskytu defektu v přírůstku objemu ΔV bude přímo úměrná tomuto přírůstku. Dále, výskyt defektu nesouvisí s výskytem ostatních defektů a pravděpodobnost výskytu více než jednoho defektu v objemu ΔV je veličina nekonečně malá druhého řádu (jedná se o izolované defekty). Potom platí

$$P(\Delta V) = \psi \cdot \Delta V + o(\Delta V),$$

kde $o(\Delta V)$ je pravděpodobnost současného výskytu více defektů. Výskyt m defektů v objemu $V + \Delta V$ se potom může realizovat pouze třemi způsoby (Feller, 1987). Potom pravděpodobnost $P(m, V + \Delta V)$ výskytu m defektů v objemu $V + \Delta V$ bude

$$P(m, V + \Delta V) = P_1 + P_2 + P_3 = P(m, V) \cdot [1 - \psi \cdot \Delta V] + P(m - 1, V) \cdot \psi \cdot \Delta V + o(\Delta V).$$

Po úpravách dostaneme diferenční rovnici a přechodem k limitě $\Delta V \rightarrow 0$ diferenciální rovnici, z níž plyne Poissonovo rozdělení pravděpodobností (Feller, 1987), které udává pravděpodobnost výskytu m defektů v objemu V

$$P(m, V) = P(M = m|V) = \frac{(\psi \cdot V)^m}{m!} \exp(-\psi \cdot V), \quad (20)$$

kde ψ je intenzita výskytu defektů a má význam středního počtu defektů v jednotce objemu.

5.2. Komplexní posouzení integrity systému

Vydeme ze vztahu vyjadřující spolehlivost systému, který sestává z m kritických lokalit (defektů, trhlin) a který lze formálně vyjádřit ve tvaru (Feller, 1987)

$$P[\mathbf{B}(m)] = \prod_{j=0}^m P(\mathbf{A}_j), P(\mathbf{A}_0), \mathbf{A}_j = \{R_j = 0\} \text{ nebo } \{\tau_j \geq t\}, \quad (21)$$

kde $P[\mathbf{B}(m)]$ je pravděpodobnost (celková spolehlivost) pro m lokalit (defektů, trhlin), \mathbf{A}_j je jev reprezentující bezporuchový stav, $P(\mathbf{A}_j)$ je spolehlivost j -té kritické lokality (defekt, trhlina).

Vztah (21) lze považovat za pravděpodobnost náhodného jevu (stav integrity) pro případ m kritických lokalit. Jestliže jejich počet m je náhodnou veličinou, lze aplikovat vztahy (16) a (21) a po substituci (20) dostaneme výsledný vztah zohledňující jejich náhodný počet

$$P(\mathbf{B}) = \sum_{m=0}^{\infty} \prod_{j=0}^m P(\mathbf{A}_j) \cdot P(m, V) = \sum_{m=0}^{\infty} P(\mathbf{A})^m P(m, V) = \exp[-\psi \cdot V \cdot P(\mathbf{R})], \quad (22)$$

kde $P(\mathbf{R}) = 1 - P(\mathbf{A})$ je pravděpodobnost iniciace lomu.

Vztah (22) pro výpočet spolehlivosti systému můžeme ještě upravit, jestliže zařízení bude sestávat z několika homogenních částí jak z hlediska distribuce defektů, tak i z hlediska namáhání a identických provozních podmínek

$$P(\mathbf{B}) = \prod_{i=1}^n \exp[-\psi_i \cdot V_i \cdot P(\mathbf{R}_i)] = \exp \left[- \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot V_i \cdot P(\mathbf{R}_i) \right], \quad (23)$$

kde $P(\mathbf{R}_i) = 1 - P(\mathbf{A}_i)$, $P(\mathbf{B})$ je spolehlivost (pravděpodobnost) celého systému, tj. $P(\mathbf{B}) = P(\min \tau_i \geq t)$ nebo $P(\mathbf{B}) = P(R_i = 0)$, $P(\mathbf{R}_i)$ je riziko iniciace lomu v defektu v i -té homogenní lokalitě, ψ_i je střední počet defektů v jednotce objemu v i -té homogenní části konstrukce, V_i je objem i -té homogenní části, n je počet homogenních částí konstrukce.

6. Aplikace pravděpodobnostního modelu

Jako příklad uvedeme výpočet rizika poruchy jmenovitě obvodových a osových svarových spojů potrubního systému. K výpočtům budeme aplikovat vztah (12). Avšak nejprve musíme z hlediska výpočtů rozčlenit potrubní systém na homogenní části $i = 1, 2, \dots, n$, jak je uvedeno na tab. 1. Toto členění nepředstavuje nic jiného, než rozčlenění na části s výpočtově identickými faktory.

Konstrukční homogenní části	Napjatost nominální	Technologie svaru	Distribuční funkce $K_c(t)$ lomové charakteristiky vztah (10)	Distribuční funkce rozměrů defektu $a(t)$ (19)	Distribuce počtu defektů $P(m, V)$ vztah (20)
Osový svar	σ_1	dílenský	$H(c; t)$	$h_1(x_1, x_2)$	ψ_1, V_1
Obvodový svar 1	σ_2	dílenský	$H(c; t)$	$h_2(x_1, x_2)$	$\psi_2 = \psi_1, V_2$
Obvodový svar 2	$\sigma_3 = \sigma_2$	montážní	$H(c; t)$	$h_3(x_1, x_2)$	ψ_3, V_3

Tabulka 1: Členění potrubního systému

Po vyhodnocení příslušných parametrů distribučních funkcí v tab. 1, stanovíme rizika poruch $P(\mathbf{R}_i) = P(\tau_i \leq t)$. Výpočet integrálního rizika $P(\min \tau_i \leq t)$ potrubního systému podle

vztahu (23)

$$P(\min \tau_i \leq t) = 1 - \exp \left[- \sum_{i=1}^3 \psi_i \cdot V_i \cdot P(\tau_i \leq t) \right] \quad (24)$$

je již snadný a výpočty pro různá t obdržíme závislost rizika poruchy na době provozu.

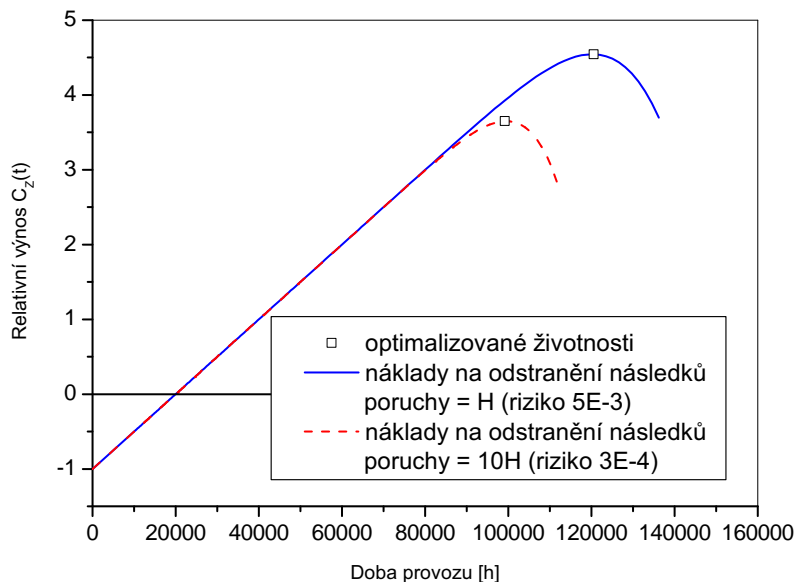
7. Závěr

Studie byla zaměřena na vytvoření koncepce pravděpodobnostního modelu, který by výpočtové veličiny (chápané jako náhodné proměnné nebo stochastické procesy) integroval do jednotného kontextu. Výchozími principy jsou inženýrská kritéria integrity, tj. elastické i podvojně kritérium. Za základní výpočtové veličiny byly vzaty: materiálové vlastnosti – lomová houževnatost a flow stress, rozměry trhliny, které jsou uvažovány jako náhodné veličiny nebo stochastické procesy s parametrem času. Kromě toho byla věnována i pozornost stochastickému popisu rozměrů trhliny, tj. vícerozměrná charakterizace trhliny s ohledem na korelaci jejich rozměrů. V poslední části byla rozpracována problematika výpočtu rizika poruchy s respektováním nahodilého výskytu defektů typu trhliny.

K posouzení životnosti konstrukce lze v případě aplikace pravděpodobnostních metod využít ekonometrické postupy k optimalizaci životnosti a rizika poruchy. Princip řešení vychází z nákladů na výstavbu zařízení, provozních nákladů a výnosů, z nákladů spojených se vznikem poruchy nebo poruch. Je-li pravděpodobnost poruchy $R(t)$, můžeme vyjádřit výsledný zisk (výnosy) $C(t)$ následovně

$$C(t) = A + I(t) - O(t) - H \cdot R(t), \quad (25)$$

kde Z jsou základní investice na výstavbu zařízení, $I(t)$ jsou výnosy z provozu zařízení za dobu provozu t , $O(t)$ jsou provozní náklady za dobu provozu t , $R(t)$ je pravděpodobnost vzniku poruchy během doby t , H jsou náklady vzniklé v důsledku poruchy, $H \cdot R(t)$ reprezentuje finanční riziko.



Obrázek 4: Optimalizované relativní výnos C_z podle vztahu (27)

Po detailnějším rozboru lze vztah (25) vyjádřit ve tvaru

$$C(t) = A + (I - O) \int_0^t P(\tau > z) dz - H \cdot P(\tau \leq t), \quad P(\tau > z) = 1 - P(\tau \leq z). \quad (26)$$

Optimalizace funkcionálu $C(t)$ (maximum) vzhledem k času t je objektivizovaným ukazatelem pro volbu velikosti rizika. Abychom mohli bez obsáhlých kalkulací demonstrovat vztah (26), upravíme jej do tvaru

$$C_Z(t) = \frac{C(t)}{|Z|} = -1 + \frac{I - O}{|Z|} \int_0^t P(\tau > z) dz - \frac{H}{|Z|} P(\tau \leq t). \quad (27)$$

Všimněme si zejména vlivu nákladů na odstranění následků poruchy. Dva případy výpočtů podle vztahu (27), které se liší v řádové velikosti těchto nákladů, jsou uvedeny na obr. 4. Rozdíl v životnostech je zcela evidentní, rizika poruch jsou rovněž řádově odlišná. Obdobně lze ukázat na vliv i ostatních faktorů. Chtěli jsme tím poukázat na další, širší použití pravděpodobnostních metod.

Literatura

- Bína, V. a Bielak, O. (1994). Probabilistic approach to structural integrity assessment and life-time prediction. *10th European Conference on Fracture – Structural Integrity*, strany 1369–1378, Berlin.
- Bína, V., Bielak, O., a Hakl, J. (1995). Prediction of Material properties Degradation for Integrity and Life-Time Assessment. *Proceedings of the Conference on Material Ageing and Components Life Extension*, strany 397–406. CISE. Milano.
- Feller, W. (1987). *An Introduction to the Probability Theory and its Applications*. John Wiley and Sons. Inc., London. Chapman and Hall Limited, New York.
- Kampen, N. G. (1993). *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. North-Holland Publishing Company. Amsterdam – New York – Oxford.
- Kolmogorov, A. N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Springer Verlag, Berlin.
- Milne, I., Ainsworth, R. A., a Stewart, A. T. (1988). Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects. *Int. Pres. Ves. Piping*, 32:3–104.
- Provan, J. W. (1987). *Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability*. Martinus Nijhoff Publisher, Dordrecht.
- Wallin, K. (1993). Microscopic nature of brittle fracture. *Journal de Physique IV*, 3:575–584.
- Wallin, K. (1994). *Statistical Modeling of Fracture in the Ductile-to-Brittle Transition Region*. Technical Research Centre of Finland (VTT), Metals Laboratory.
- Wilson, R. a Ainsworth, R. A. (1991). A Probabilistic Fracture Mechanics Assessment Procedure. *SMiRT 11 Transactions*, G. Tokyo.
- Wilson, R. a Ainsworth, R. A. (1993). Application of Probabilistic Fracture Mechanics to Pressure Vessels. *Conferec PSA/PRA for the Nuclear Industry*, London.