

DYNAMIC SYSTEM OF SUSPENDED AMBULANCE COUCH

J. Šklíba*, J. Prokop*, L. Pešík*, A. Mácha*

Summary: *Equation of motion of non exciting suspended ambulance couch are shown in this paper. We can state the conditions of equilibrium location and the conditions of its stability.*

1. Úvod

V práci Šklíba, Prokop (Praha 2003) bylo podrobně popsáno odvození pohybových rovnic dynamického systému pružně uloženého sanitního lehátka se třemi stupni volnosti. Systém pružného uložení je tvořen jednak paralelogramovým mechanismem (pro kompenzaci vertikální translace ložné plochy sanitního vozu), jednak dvojitém kardanovým závěsem, umístěným na horní základně paralelogramu (pro kompenzaci úhlových rotací ložné plochy kolem podélné a příčné osy automobilu).

2. Přípravné úvahy

Ve shodě s prací Šklíba, Prokop (Praha 2003) zavedeme následující souřadné systémy: Systém $O_{\xi_0\eta_0\zeta_0}$ je spojen se zemí (poledník, rovnoběžka, vertikála), $O_{\xi\eta\zeta}$ je vůči němu otočen o úhel kurzu χ kolem vertikály; $O_{\xi_1\eta_1\zeta_1}$ je posunut o $\zeta(t)$ vůči $O_{\xi\eta\zeta}$, $O_{\xi_2\eta_2\zeta_2}$ je pootočen kolem O_{ξ_1} o úhel α , $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ o úhel β kolem O_{η_2} . Souřadný systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ je pevně spojen s podvozkem automobilu a tedy s ložnou plochou sanitního vozu. V tomto systému umístíme do bodu $S[x_{S3}, y_{S3}, z_{S3}]$ střed otáčení těžiště horní základny paralelogramu, které označíme O_4 (vše viz Obr. 1). R je délka pák paralelogramu. Platí :

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\zeta(t) \sin \beta(t) \cos \alpha(t) \\ \zeta(t) \sin \alpha(t) \\ \zeta(t) \cos \beta(t) \cos \alpha(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_{O4} &= x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) \\ y_{O4} &= y_{S3} \\ z_{O4} &= z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) \end{aligned} \quad (2)$$

velikost základního pootočení, odpovídající rovnovážné poloze. Pro těžiště ramen platí (předpokládejme je v polovině délky ramen):

$$\begin{pmatrix} x_{3Ti} \\ y_{3Ti} \\ z_{3T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{3Ci} + \frac{R}{2} \cos(\vartheta + \vartheta_0) \\ y_{3Ci} \\ z_{3C} + \frac{R}{2} \sin(\vartheta + \vartheta_0) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Systém $O_{\xi_5 \eta_5 \zeta_5}$, pevně spojený s prvním (vnějším) kardanovým rámem, je posunut o z_{45} ve vertikálním směru a pootočen o úhel ψ kolem podélné osy O_{ξ_5} , systém $O_{\xi_6 \eta_6 \zeta_6}$ je posunut o z_{56} ve vertikálním směru a otočen kolem příčné osy o úhel φ . Pro souřadnice středu prvního rámu platí:

$$\begin{pmatrix} x_{O5} \\ y_{O5} \\ z_{O5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{O4} \\ y_{O4} \\ z_{O4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{45} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) \\ y_{S3} \\ z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) + z_{45} \end{pmatrix} \quad (4)$$

a pro souřadnice středu druhého rámu:

$$\begin{pmatrix} x_{O6} \\ y_{O6} \\ z_{O6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) \\ y_{S3} - z_{56} \cdot \sin \psi \\ z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) + z_{45} + z_{56} \cdot \cos \psi \end{pmatrix} \quad (5)$$

Jsou-li v této soustavě x_T, y_T, z_T souřadnice těžiště hmot na vnitřním rámu (včetně jeho vlastní hmotnosti), platí pro souřadnice těžiště v soustavě $O_{\xi_3 \eta_3 \zeta_3}$:

$$\begin{pmatrix} x_{6T} \\ y_{6T} \\ z_{6T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos(\vartheta + \vartheta_0) + x_T \cos \varphi - z_T \sin \varphi \\ z_{56} \sin \psi + x_T \sin \varphi \cdot \sin \psi + y_T \cos \psi + z_T \cos \varphi \cdot \sin \psi \\ R \sin(\vartheta + \vartheta_0) + \zeta(t) + z_{45} + z_{56} \cos \psi + x_T \sin \varphi \cdot \cos \psi - y_T \sin \psi + z_T \cos \varphi \cdot \cos \psi \end{pmatrix} \quad (6)$$

Označme dále u_{3x}, u_{3y}, u_{3z} souřadnice vektoru unášivé rychlosti středu S_3 v systému $O_{\xi_3 \eta_3 \zeta_3}$, pevně spojeném s podvozkem automobilu a $\Omega_{3x}, \Omega_{3y}, \Omega_{3z}$ souřadnice vektoru jeho unášivé úhlové rychlosti. Platí:

$$\begin{pmatrix} \Omega_{3x} \\ \Omega_{3y} \\ \Omega_{3z} \end{pmatrix} = M_\beta \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \sin \beta \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{3z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\zeta} \sin \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(z_s + \zeta \cos \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(-y_s \sin \beta - \zeta \sin \beta \sin \alpha) \\ \dot{\zeta} \sin \alpha + x_s \dot{\alpha} \sin \beta - z_s \dot{\alpha} \cos \beta + \zeta \dot{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{\zeta} \cos \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(-x_s - \zeta \sin \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(y_s \cos \beta - \zeta \cos \beta \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (8)$$

Zavedme dále označení:

m_4	hmotnost horní základny paralelogramu
$m_5, J_{5x}, J_{5y}, J_{5z}$	hmotnost a momenty setrvačnosti vnějšího rámu
$m_6, J_{6x}, J_{6y}, J_{6z}, D_{6xy}, D_{6xz}, D_{6yz}$	hmotnost, momenty setrvačnosti a deviační momenty ke středu vnitřního rámu.

Respektujeme obecné umístění těla na lehátku a při výpočtu jeho hmotnostních charakteristik vycházíme z práce Polach (Nečtiny 2002). V práci Šklíba, Prokop (Praha 2003) jsou odvozeny výrazy pro kinetickou a potenciální energii tohoto systému a je odvozena jeho matice hmotnosti.

3. Pohybové rovnice volného (kinematicky nebuzeného) systému

V případě kinematicky nebuzeného systému je $u_{3x} = u_{3y} = u_{3z} = 0$, $\Omega_{3x} = \Omega_{3y} = \Omega_{3z} = 0$ a příslušné Lagrangeovy rovnice pro obecné souřadnice (ϑ, ψ, ϕ) po úpravách jsou rozepsány podle schematu, uvedeného v práci Šklíba, Prokop (Praha 2003).

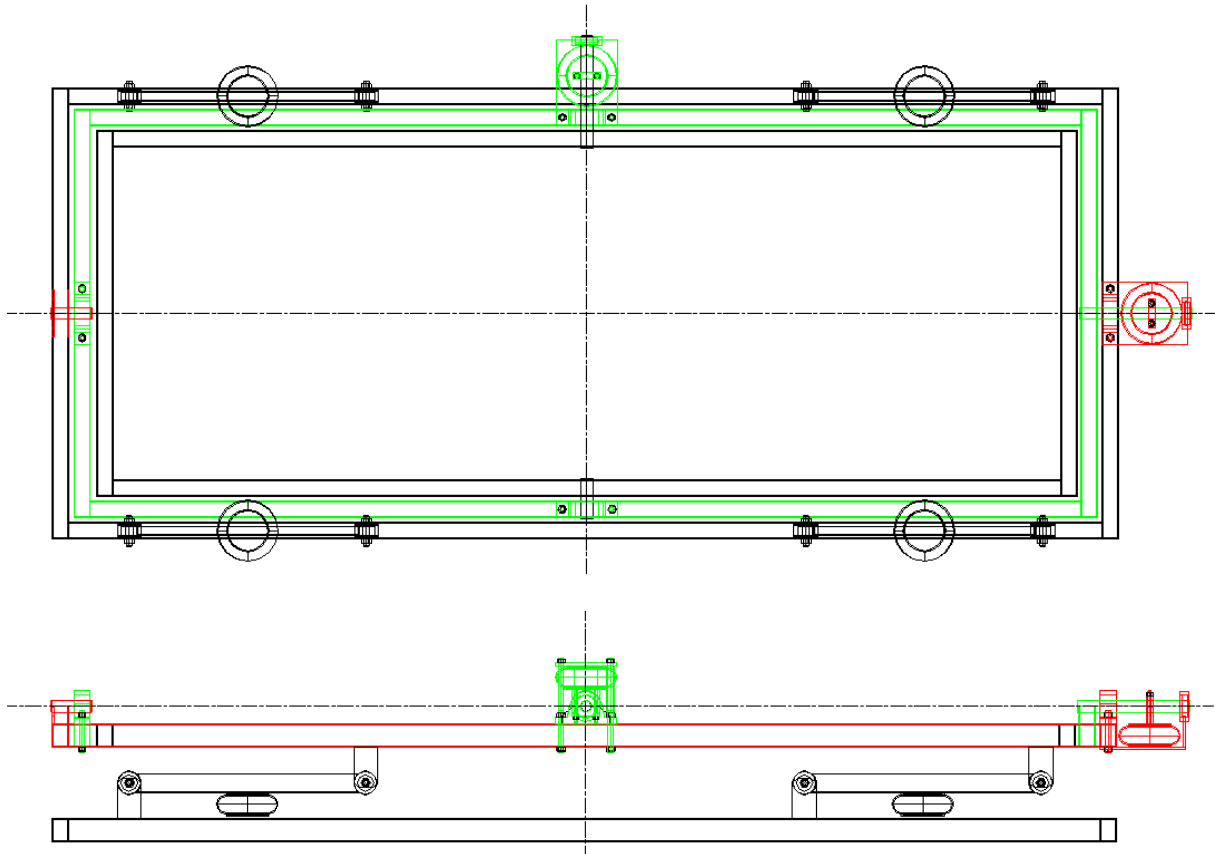
$$\begin{aligned} & \left\{ (m_4 + m_5 + m_6)R^2 \ddot{\vartheta} + J_{Ry} \ddot{\vartheta} + m_6 R \cos(\vartheta + \vartheta_0) [z_{56} \sin \psi + x_T \sin \phi \sin \psi + y_T \cos \psi - \right. \\ & \left. - z_T \cos \phi \sin \psi] \ddot{\psi} + m_6 R [(x_T \sin \phi - z_T \cos \phi) \sin(\vartheta + \vartheta_0) + (-x_T \cos \phi \cos \psi - z_T \sin \phi \cos \psi) \right. \\ & \left. \cos(\vartheta + \vartheta_0)] \ddot{\phi} \right\} + m_6 R \left\{ z_{56} \dot{\psi}^2 \sin \psi \cos(\vartheta + \vartheta_0) + \dot{\phi}^2 \sin(\vartheta + \vartheta_0) (x_T \cos \phi + z_T \sin \phi) - \right. \\ & \left. - \cos(\vartheta + \vartheta_0) [\dot{\phi}^2 (x_T \sin \phi \cos \psi + z_T \cos \phi \cos \psi) + \dot{\psi}^2 (x_T \sin \phi \cos \psi + y_T \sin \psi + \right. \\ & \left. + z_T \cos \phi \cos \psi) + 2\dot{\phi}\dot{\psi} (x_T \cos \phi \sin \psi + z_T \sin \phi \sin \psi)] \right\} = -\frac{\partial U}{\partial \vartheta} + M_{nk\vartheta} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_6 R \cos(\vartheta + \vartheta_0) [x_T \sin \phi \sin \psi + y_T \cos \psi - z_T \cos \phi \sin \psi - z_{56} \sin \psi] \ddot{\vartheta} + \\ & + [J_{5x} + 2m_6 z_{56} \cos 2\psi (x_T \sin \phi - z_T \cos \phi) + J_{6x} \cos^2 \phi + J_{6z} \sin^2 \phi - D_{6xz} \sin 2\phi] \ddot{\psi} + \\ & + m_6 z_{56} [(x_T \cos \phi + z_T \sin \phi) \sin 2\psi - D_{6xy} \cos \phi - D_{6yz} \sin \phi] \ddot{\phi} + R z_{56} \dot{\vartheta}^2 \sin \psi \sin(\vartheta + \vartheta_0) - \\ & - z_{56} \dot{\psi}^2 \cos \psi (x_T \sin \phi \sin \psi + y_T \cos \psi - z_T \cos \phi \sin \psi) + z_{56} \left\{ x_T [\sin \phi \sin 2\psi (\dot{\phi}^2 - \dot{\psi}^2) + \right. \\ & \left. + 2 \cos \phi \cos 2\psi \dot{\phi}\dot{\psi}] + y_T \cos 2\psi \dot{\psi}^2 + z_T [\cos \phi \sin 2\psi (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) + 2 \sin \phi \cos 2\psi \dot{\phi}\dot{\psi}] \right\} - \\ & - R \sin(\vartheta + \vartheta_0) \dot{\vartheta}^2 (x_T \sin \phi \sin \psi + y_T \cos \psi - z_T \cos \phi \sin \psi) - J_{6x} \dot{\psi} \dot{\phi} \sin 2\phi - \\ & - J_{6z} \dot{\psi} \dot{\phi} \sin 2\phi + \dot{\phi}^2 (D_{6xy} \sin \phi - D_{6yz} \cos \phi) - 2D_{6xz} \cos 2\phi \dot{\psi} \dot{\phi} = -\frac{\partial U}{\partial \psi} + M_{nk\psi} \quad (10) \end{aligned}$$

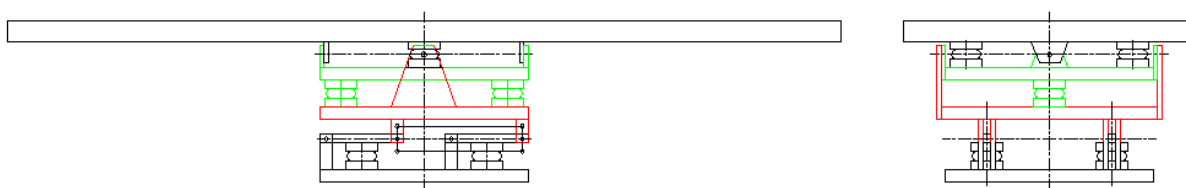
$$\begin{aligned}
& m_6 R \ddot{\vartheta} [(x_T \sin \varphi - z_T \cos \varphi) \sin(\vartheta + \vartheta_0) + (-x_T \cos \varphi \cos \psi - z_T \sin \varphi \cos \psi) \cos(\vartheta + \vartheta_0)] + \\
& + \ddot{\psi} [m_6 z_{56} (x_T \cos \varphi + z_T \sin \varphi) \sin 2\psi - D_{6xy} \cos \varphi - D_{6yz} \sin \varphi] + J_{6y} \ddot{\phi} + \\
& m_6 R \dot{\vartheta}^2 [\cos(\vartheta + \vartheta_0) (x_T \sin \varphi - z_T \cos \varphi) + \sin(\vartheta + \vartheta_0) \cos \psi (x_T \cos \varphi + z_T \sin \varphi)] - \\
& - m_6 z_{56} \cos 2\psi (x_T \cos \varphi + y_T \sin \varphi) \dot{\psi}^2 - (D_{6xy} \sin \varphi + D_{6yz} \cos \varphi) \dot{\phi} \dot{\psi} = -\frac{\partial U}{\partial \varphi} + M_{nk\varphi} \quad (11)
\end{aligned}$$

kde U značí potenciální energii tíhových sil a $M_{nk\vartheta}, M_{nk\psi}, M_{nk\phi}$ zahrnují obecně momenty nekonzervativních sil (pružin, tlumičů a pasivních odporů). Prozatím se omezíme pouze na síly pneumatických pružin.

Uvedme dále, že kinematické schéma na Obr. 1 a 2 zahrnuje obě možná řešení kardanova závěsu, viz Obr. 3 a 4 a obecně situované pružiny.



Obr. 3: První koncepce konstrukce sanitního lehátka



Obr. 4: Druhé konstrukční řešení sanitního lehátka

4. Rovnovážná poloha systému

Musíme především zdůraznit, že rovnovážnou polohu vibroizolačního systému lehátka seřizujeme při vodorovné poloze ložní plochy sanitního vozu ($\alpha = 0, \beta = 0$). V tomto případě nabývají momenty tíhových sil těla k osám kardanova závěsu a paralelogramu hodnot:

$$M_{g\vartheta} = -\left. \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right|_{\alpha=0, \beta=0} = -(m_4 + m_5 + m_6)gR \cos(\vartheta + \vartheta_0) \quad (12)$$

$$M_{g\psi} = -\left. \frac{\partial U}{\partial \psi} \right|_{\alpha=0, \beta=0} = -m_6 g (-z_{56} \sin \psi - x_T \sin \varphi \sin \psi + y_T \cos \psi - z_T \cos \varphi \sin \psi) \quad (13)$$

$$M_{g\varphi} = -\left. \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right|_{\alpha=0, \beta=0} = -m_6 g (x_T \cos \varphi \cos \psi - z_T \sin \varphi \cos \psi) \quad (14)$$

Rozvineme-li tyto výrazy v Taylorovu řadu v rovnovážné poloze ($\vartheta = 0, \psi = 0, \varphi = 0$) a omezíme-li se na členy nultého a prvního řádu v proměnných ϑ, ψ, φ , obdržíme:

$$M_{g\vartheta} = -\frac{\partial U}{\partial \vartheta} = -(m_4 + m_5 + m_6)gR[\cos \vartheta_0 - \vartheta \sin \vartheta_0] \quad (15)$$

$$M_{g\psi} = -\frac{\partial U}{\partial \psi} = -m_6 g (-z_{56} \psi - z_T \psi + y_T) \quad (16)$$

$$M_{g\varphi} = -\frac{\partial U}{\partial \varphi} = -m_6 g (x_T - z_T \varphi) \quad (17)$$

Stejným způsobem rozvineme v mocninné řady příslušné momenty sil pneumatických pružin, odvozené na základě principu virtuálních prací v práci Šklíba, Prokop (Praha 2003)

$$M_{p\vartheta} = \sum_{j=0}^{n_4} K_{4j} (p_{4k}) \vartheta^j \quad (18)$$

$$M_{p\psi} = \sum_{j=0}^{n_5} K_{5j}(p_{5k})\psi^j \quad (19)$$

$$M_{p\varphi} = \sum_{j=0}^{n_6} K_{6j}(p_{6k})\varphi^j \quad (20)$$

kde koeficienty mocninných rozvoju jsou funkcemi tlaků v příslušných pneumatických pružinách ($k \leq 4$).

Rovnovážná poloha je definována tak, že statické složky tíhového momentu – dané nultými členy v Taylorově rozvoji, jsou vyrovnávány za pomoci příslušných polohových regulátorů nultými členy v mocninných rozvojiích podpůrných momentů pneumatických pružin, tedy

$$K_{40}(p_j) = (m_4 + m_5 + m_6)gR \cos \vartheta_0 \quad (21)$$

$$K_{50}(p_j) = m_6 g \cdot y_T \quad (22)$$

$$K_{60}(p_j) = m_6 g \cdot x_T \quad (23)$$

Tím jsou jednak nastaveny hodnoty rovnovážných tlaků, jednak je určena strmost výsledného direkčního momentu, který je součtem momentu tíhových sil a momentu sil pneumatických pružin.

Přitom je třeba zdůraznit, že strmost momentu pneumatických pružin závisí na několika faktorech: průběhu závislosti efektivní plochy na délce pružiny v pracovním bodě, na umístění (převodování) pružiny a na velikosti nastaveného tlaku.

$$k_{d\vartheta} = -(m_4 + m_5 + m_6)gR \sin \vartheta_0 + K_{41}(p_{4k}) \quad (24)$$

$$k_{d\psi} = -m_6 g (z_{56} + z_T) + K_{51}(p_{5k}) \quad (25)$$

$$k_{d\varphi} = -m_6 g \cdot z_T + K_{61}(p_{6k}) \quad (26)$$

Nutnou podmínkou pro stabilitu rovnovážné polohy bude $k_{d\vartheta} > 0$, $k_{d\psi} > 0$, $k_{d\varphi} > 0$.

5. Závěr

Z provedeného rozboru podmínek pro rovnovážnou polohu a její stabilitu vyplývá:

1. Dosažení rovnováhy na paralelogramu a zajištění její stability nebude tvořit zásadní problém a bude řešeno analogicky jako u sedačky řidiče.
2. Dosažení stabilní rovnováhy na rámech kardanova závěsu představuje vážný problém: Rozsah velikosti momentu nevyvážku je velký (prakticky od nuly až po vysunutí těžiště o desítky cm) a je mu možné vyhovět jen aplikací vlnovcových pružin, u nichž není omezen minimální pracovní tlak; naproti tomu je nabídka velikostí těchto pružin značně omezena.

3. Strmost charakteristiky výsledných direkčních momentů musí splňovat podmínku, aby všechny tři vlastní frekvence systému byly menší než první vlastní frekvence podvozku sanitního vozu.

6. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory výzkumného záměru VZ 1453: „Interakce vibroizolačního systému s okolním prostředím“, který je součástí výzkumného záměru MSM 242100001.

7. Literatura

Polach, P : *Jednoduchý parametrický multibody model člověka*. Článek konference Výpočtová mechanika 2002, Nečtiny 2002.

Prokop, J.: *Určování charakteristik jednovlnovcových pneumatických pružin na základě experimentálních měření*. Dílčí výzkumná zpráva VZ 1453/2002/03, Liberec, 2002.

Šklíba, J. – Prokop, J.: *Základní kinematický a dynamický rozbor pružně uloženého sanitního lehátka*. Článek Colloquium Dynamics of machines, Praha 2003.