

RELIABILITY ASSESSMENT OF STRUCTURE EXPRESSED TO IMPACT

P. Janas*, **M. Krejsa***, **I. Kološ***

Summary: The paper briefly reviews one of the proposed probabilistic assessment concepts. The potential of the proposed concept and of the corresponding software is emphasized. The new edition of the Czech specification for structural design, ČSN 73 1401 (1998), already contains provisions allowing for application of probabilistic concept, using criterion $P_f < P_d$, where P_f is the probability of failure and P_d is the target probability defined in specifications. The reliability referring to carrying capacity of a steel beam exposed to an impact is expressed by probability of failure.

1. Úvod

Při posuzování spolehlivosti konstrukcí je patrná snaha používat ve stále větší míře plně pravděpodobnostních metod na úkor metod deterministických, i když i tyto metody dle našeho názoru budou hrát stále svou oprávněnou úlohu. Plně pravděpodobnostní metody jsou schopny podstatně věrohodněji a přirozeněji simulovat vstupy mající nezanedbatelný vliv pro posuzování chování stavebního objektu a jeho spolehlivosti. Tyto mají totiž většinou do značné míry náhodný charakter, který jediná deterministicky určená reprezentativní hodnota nemůže často plně charakterizovat. Plně pravděpodobnostní posuzování spolehlivosti stavebních objektů je úloha nelehká nejen z hlediska zajištění souborů potřebných vstupních údajů, ale také z hlediska jejich zpracování. Značně se však urychluje a umožňuje rozvojem výpočetní techniky. Rozvíjí se celá řada metod uvedených např. v [7] nebo [8], většinou založených na využití simulační techniky Monte Carlo. Stále větší možnost je věnovaná původní plně pravděpodobnostní metodě SBRA ([6] a [7]), která rovněž využívá simulační techniku Monte Carlo. Předložený příspěvek využívá alternativní postup plně pravděpodobnostního výpočtu spolehlivosti konstrukce namáhané nárazem, využívající přímý numerický pravděpodobnostní výpočet bez využití této simulační techniky. Byl prezentován např. v [1]. Vychází ze základních pojmů a postupů teorie pravděpodobnosti.

2. Numerické řešení průhybu nosníků a jeho přetvárná energie

Při výpočtu přetvoření ohýbaného nosného prvku s uvažováním pružno-plastického chování materiálu je nutno vyjádřit závislost mezi napětím a poměrným pružno-plastickým přetvořením. Jedna z alternativ (viz [4] a [5]) vychází z rovnice Ramberg – Osgood, která má

* Doc. Ing. Petr Janas, CSc., Ing. Martin Krejsa, Ph.D., Ing. Ivan Kološ: Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB – TU Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, 708 00 Ostrava; tel.: +420 59 699 1308, fax: +420.59 699 1558; e-mail: petr.janas@vsb.cz

tvar:

$$\varepsilon_{el,pl}(x) = \frac{M(x)}{W_{el} \cdot E} + \frac{F_y \cdot \alpha}{E} \cdot \left(\frac{M(x)}{F_y \cdot W_{pl}} \right)^m \quad (1)$$

kde $\varepsilon_{el,pl}$ je poměrná pružno-plastická deformace v průřezu x , W_{el} a W_{pl} pružný a plastický průřezový modul [m^3], F_y napětí na mezi kluzu [Pa], α je materiálová konstanta a m je součinitel zpevnění. Při výpočtu pružno-plastické deformace nosníku jsou zavedeny tyto zjednodušující předpoklady: je uvažováno s Navier-Bernoulliho hypotézou o zachování rovinnosti průřezů, průřez nosníku je dvouose symetrický z hlediska geometrie a zatížení působí v ose symetrie nosníku, vliv posouvajících sil je zanedbán, je zanedbán vliv vlastních pnutí, lokální ztráta stability a klopení. Ve výpočtu je zaveden součinitel β , který je funkcí ohybového momentu, materiálových a geometrických charakteristik nosníku a který vyjadřuje fiktivní zvětšení ohybového momentu tak, aby odpovídající přetvoření ohybem v pružném stavu ε_{el} bylo stejné jako přetvoření skutečného nosníku v pružno-plastické oblasti působení $\varepsilon_{el,pl}$, což vyjadřují následující vztahy:

$$M_{fik}(x) = \beta(x) \cdot M(x) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{el,pl}(x) = \varepsilon_{fik}(x) = \frac{\beta(x) \cdot M(x)}{W_{el} \cdot E} = \frac{M(x)}{W_{el} \cdot E} + \frac{F_y \cdot \alpha}{E} \cdot \left(\frac{M(x)}{F_y \cdot W_{pl}} \right)^m \quad (3)$$

Po matematické úpravě lze získat konečný tvar funkce β :

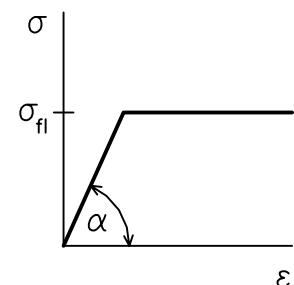
$$\beta(x) = 1 + \frac{\alpha \cdot M(x)^{m-1} \cdot W_{el}}{F_y^{m-1} \cdot W_{pl}^m} \quad (4)$$

Funkcí β násobíme skutečný ohybový moment v průřezu dle (2) a výpočet přetvoření ohýbaného prvku pak provádíme s tímto fiktivním ohybovým momentem, který přímo vyjadřuje pružno-plastické chování materiálu a vznik trvalých deformací v nosníku.

Způsob převodu plasticitní úlohy na úlohu pružnosti, použitý v tomto příspěvku, však sleduje záměr zachovat všechny veličiny, jež způsobují změnu přetvárné vlastnosti nosníku, beze změny. Za neměnné veličiny jsou považovány vnější síly, ohybový moment (popř. ostatní vnitřní síly) a průřezové charakteristiky nosníku (plocha, moment setrvačnosti, modul průřezu). Změna přetvárné vlastnosti se vyjádří změnou ohybové tuhosti. V průřezech nosníku, které působí pružně, se ponechává skutečná ohybová tuhost průřezu EI a v průřezech plastizujících se zavádí tzv. *náhradní ohybová tuhost E^*I* (viz také [2], [3]).

Vzhledem k výpočetní náročnosti posudku spolehlivosti, kdy bylo nutno získat velké množství výsledků, které se statisticky zpracovaly, byl přijat kromě výše uvedených předpokladů také předpoklad o ideálně pružnoplastickém materiálu. To, že pracovní diagram materiálu uvažujeme jako ideálně pružnoplastický, který má obdobný tvar v tahu i tlaku (obr. 1), úlohu do jisté míry zjednodušuje a umožňuje vyjádřit náhradní ohybovou tuhost průřezu explicitně.

Po provedení analýzy napjatosti průřezu, jenž je vystaven



Obr. 1 Pracovní diagram ideálně pružnoplastického materiálu pro namáhání tahem

působení ohybového momentu M , lze vyjádřit náhradní ohybovou tuhost $E \cdot I$ jako funkci ohybového momentu M , modulu pružnosti E , meze kluzu σ_{fl} a vzdálenosti mezi pružnou a plastickou částí průřezu měřenou od neutrální osy y_{el} (výraz 5).

$$(E \cdot I) = \frac{M \cdot E \cdot y_{el}}{\sigma_{fl}} \quad (5)$$

Výpočet vzdálenosti y_{el} se liší podle toho, zda rozhraní mezi pružnou a plastickou částí průřezu leží v pásnici nebo ve stojině. Kritériem pro určení polohy rozhraní y_{el} je velikost ohybového momentu M . Přesáhne-li jeho hodnota hraniční hodnotu M_{hran} určenou podle (6), pak leží rozhraní mezi pružnou a plastickou částí průřezu ve stojině a y_{el} se určí podle (7). Je-li M menší než M_{hran} , pak leží rozhraní v pásnici a y_{el} se určí podle (8).

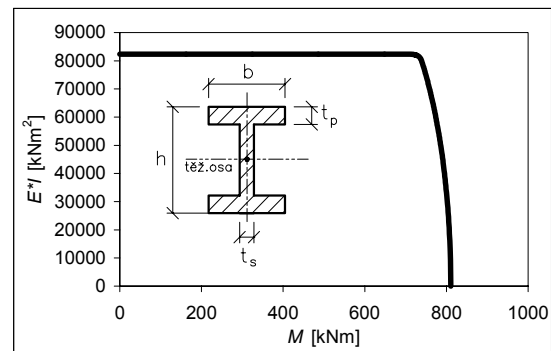
$$M_{hran} = 2\sigma_{fl} \left(\frac{b}{2} t_p (h - t_p) + \frac{t_s}{8} (h - 2t_p)^2 - \frac{t_s}{24} (h - 2t_p)^2 \right) \quad (6)$$

$$y_{el} = \sqrt{\frac{3}{t_s} b \cdot t_p (h - t_p) + \frac{3}{4} (h - 2t_p)^2 - \frac{3M}{\sigma_{fl} \cdot t_s}} \quad (\text{pro } M \geq M_{hran}) \quad (7)$$

$$y_{el} = \sqrt{\frac{\sigma_{fl} \cdot b \cdot h^2 - 4M}{\sigma_{fl} \cdot b}} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{\sigma_{fl}^2 \cdot b \cdot (b - t_s) (2t_p - h)^3 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{fl} \cdot b \cdot h^2 - 4M}{\sigma_{fl} \cdot b}}}{(4M - \sigma_{fl} \cdot b \cdot h^2)^2} \right) \right) / 3 \quad (8)$$

Ve vzorcích (6) až (7) označují proměnné b , h , t_p a t_s charakteristiky tvaru I-profilu podle nákresu u grafu na obr. 2.

Hodnoty náhradní ohybové tuhosti lze sestavit do tzv. *křivky tuhosti* (obr. 2), která vyjadřuje závislost ohybové tuhosti na velikosti ohybového momentu M . Z křivky tuhosti je zřejmé, že dokud v průřezu nevznikají nevratné plastické deformace (napětí po celé výšce průřezu je menší než mez kluzu σ_{fl}), náhradní ohybová tuhost ($E \cdot I$) je konstantní a rovná se součinu modulu pružnosti E a momentu setrvačnosti I . Jakmile však dosáhnou krajní vlákna průřezu meze kluzu a v průřezu se začne rozvíjet plastická zóna, náhradní ohybová tuhost klesá. Když je plastická kapacita průřezu vyčerpána, vzniká v průřezu plastický kloub a jeho náhradní ohybová tuhost je rovna 0. Při výpočtu v tomto konkrétním případě však nebyl za mezní stav únosnosti, při němž dochází ke vzniku plastického kloubu, považován okamžik, kdy ohybová tuhost dosahuje hodnoty 0, nýbrž byla ponechána zanedbatelně malá plastická rezerva ve výši 5% hodnoty tuhosti v pružném stavu EI . Prakticky to tedy znamená, že ohybový moment na nosníku mohl dosáhnout maximálně takové velikosti, při níž měla náhradní ohybová tuhost velikost $0,05EI$.

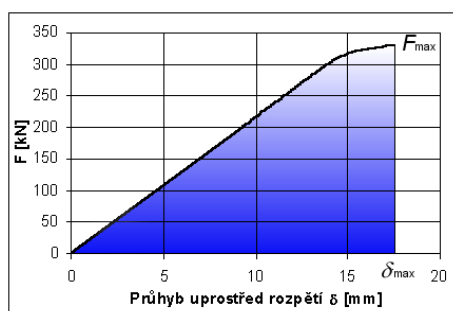


Obr. 2 Závislost tuhosti I-průřezu na velikosti ohybového momentu M

Samotné určení průhybu nosníku v pružnoplastickém stavu je provedeno pomocí metody jednotkových sil. Vzhledem k nelinearitě úlohy bylo nutno provést řešení numericky. Délka nosníku L se nejprve rozdělí na n dostatečně malých částí L_i , $i = 1 \dots n$. Každé části L_i je přiřazena odpovídající náhradní tuhost $(E^*I)_i$, kterou lze odečíst z grafu. Pomocí principu virtuálních prací se pak určí průhyb δ_x v libovolném místě x nosníku podle vztahu (9)

$$\delta_x = \sum_{i=1}^n \frac{M_i m_{xi}}{(E^*I)_i} L_i \quad (9)$$

kde M_i je ohybový moment v části L_i nosníku od zatížení, m_{xi} je ohybový moment v části L_i nosníku od jednotkové síly působící v místě x , L_i je délka části L_i nosníku a $(E^*I)_i$ je náhradní ohybová tuhost části L_i nosníku. V našem případě byl nosník rozdělen na 200 dílků a průhyb se určoval uprostřed rozpětí.



Obr. 3 Křivka závislosti síly F na deformaci δ , která je silou způsobena. Plocha pod křivkou je rovna přetvárné energii.

Nosník jsme zatěžovali uprostřed rozpětí osamělým břemenem F , jehož hodnota neustále rostla. Zároveň se silou F rostl průhyb δ a jejich růst se zastavil při vyčerpání plastické kapacity nejnamáhanějšího průřezu (tzn. náhradní ohybová tuhost v průřezu má hodnotu $0,05EI$). Osamělé břemeno dosáhlo své maximální hodnoty F_{\max} a tomu odpovídá přetvoření δ_{\max} (obr. 3). Celková přetvárná energie U potřebná k dosažení průhybu δ_{\max} je rovna ploše pod křivkou vyjadřující závislost síly F na deformaci δ (viz obr. 3) a

lze ji určit podle (10). Vzhledem k tomu, že máme k dispozici pouze funkční hodnoty funkce $F(\delta)$, provedli jsme integraci numericky.

$$U = \int_0^{\delta_{\max}} F(\delta) d\delta \quad (10)$$

Graf na obr. 3 byl sestaven s těmito vstupními parametry: $b=200$ mm, $h=500$ mm, $t_p=16$ mm, $t_s=10,2$ mm, $E=210$ GPa, $\sigma_{fl}=235$ MPa, $L=6$ m, $n=200$.

3. Přímý pravděpodobnostní výpočet

Náhodný charakter veličin vstupujících do pravděpodobnostního výpočtu při posuzování spolehlivosti konstrukcí se často vyjadřuje histogramy vycházejícími z pozorování a měření často i dlouhodobých. Ve vlastním výpočtu se pak dostáváme do situace, kdy se jednotlivé náhodné veličiny vzájemně násobí, dělí, sčítají a odčítají, pokud nejsou potřebné složitější početní úkony. Vzniká tedy potřeba početních operací s náhodnými veličinami, které jsou vyjádřeny histogramy.

Nechť histogram B je libovolnou funkcí f histogramů A_j , kde j nabývá hodnot od 1 do n . Platí tedy:

$$B = f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_j, \dots, A_n) \quad (11)$$

Každý histogram A_j má i_j intervalů, přičemž každý interval je omezen hodnotou $a_{j,i}$ zdola a hodnotou $a_{j,i+1}$ shora. Znamená to například, že v intervalu $i_j=1$ budou hodnoty:

$$a_{j,1} \leq a_j < a_{j,2}, \quad (12)$$

příčemž

$$a_{j,2} = a_{j,1} + \Delta a_j, \quad (13)$$

kde

$$\Delta a_j = \frac{a_{j,\max} - a_{j,\min}}{i_j} \quad (14)$$

V intervalu i_j bude tedy obecně:

$$a_{j,i} \leq a_j < a_{j,i+1} \quad (15)$$

Hodnoty a_j v tomto intervalu označme dále $a_j^{(ij)}$. Obdobné platí pro histogram B . Je-li zde počet intervalů i , pak v i -tém intervalu nabývá histogram hodnot b_i až b_{i+1} , (dále označované $b^{(i)}$), které jsou dány funkcí

$$b^{(i)} = f(a_1^{(i1)}, a_2^{(i2)}, \dots, a_j^{(ij)}, \dots, a_n^{(in)}) \quad (16)$$

pro danou kombinaci argumentů $a_1^{(i1)}, a_2^{(i2)}, \dots, a_j^{(ij)}, \dots, a_n^{(in)}$. Stejně hodnoty $b^{(i)}$ však může být dosaženo i při jiných hodnotách (nebo alespoň některých) $a_j^{(ij)}$. Označíme-li možnou kombinaci l hodnot $a_j^{(ij)}$, pak lze obecně psát

$$b^{(i)} = f(a_1^{(i1)}, a_2^{(i2)}, \dots, a_j^{(ij)}, \dots, a_n^{(in)})_l \quad (17)$$

Pravděpodobnost $p_{bl}^{(i)}$ výskytu $b^{(i)}$ je dána součinem pravděpodobnosti $p_{aj}^{(ij)}$ výskytu hodnot $a_j^{(ij)}$. Platí tedy:

$$p_{bl}^{(i)} = (p_{aj}^{(i1)} \cdot p_{aj}^{(i2)} \cdot p_{aj}^{(i3)} \cdot \dots \cdot p_{aj}^{(ij)} \cdot \dots \cdot p_{aj}^{(in)}) \quad (18)$$

Pravděpodobnost výskytu všech možných kombinací $(a_1^{i1}, a_2^{i2}, \dots, a_j^{ij}, \dots, a_n^{in})_l$, funkce f jejichž výsledkem je $b^{(i)}$ je pak:

$$p_b^{(i)} = \sum_{l=1}^l p_{pl}^{(i)} \quad (19)$$

Uvedený princip je graficky zobrazen na obr.4.

Počet intervalů i_j v každém histogramu A_j může být různý stejně jako počet intervalů i v histogramu B . Pro počet potřebných početních operací a potřebnou dobu výpočtu je přitom rozhodující a také podstatně ovlivňuje přesnost výpočtu.

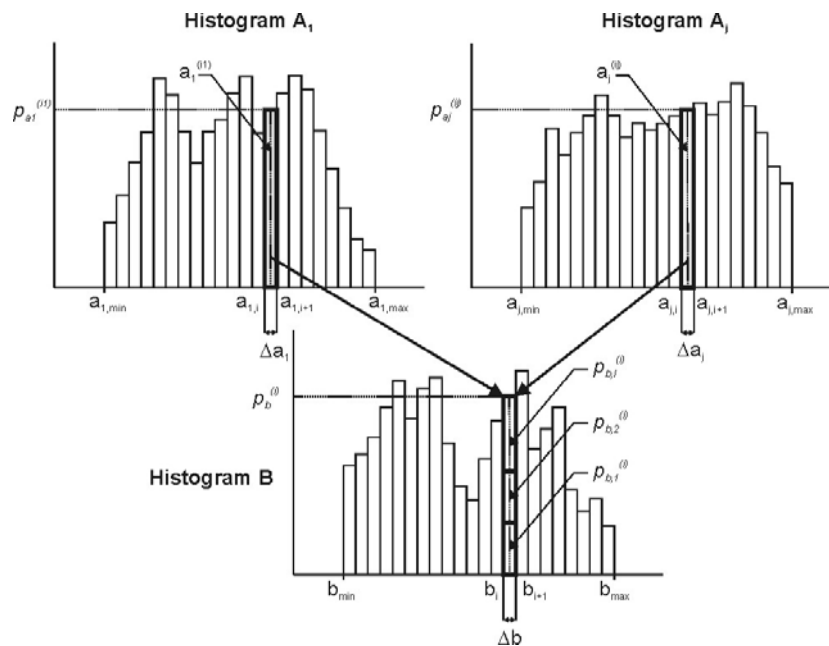
Výpočetní modul daného posudku spolehlivosti, jehož algoritmus je založen na výše uvedených základech teorie pravděpodobnosti, byl vytvořen v programovacím jazyce Borland Delphi 6.0 a zatím byl použit pro řešení několika poměrně jednoduchých příkladů.

4. Náhodný charakter vstupních veličin a praktický výpočet

Při řešení dané úlohy předpokládáme, že do výpočtu vstupují tyto náhodné veličiny:

- průřezové charakteristiky nosníku, tj. jeho všechny rozměry včetně plochy, průřezového modulu a momentu setrvačnosti
- mez kluzu použitého materiálu
- energie nárazu

Jestliže v daném výpočtu můžeme předpokládat, že mez kluzu a energie nárazu jsou v daném výpočtu charakterizovány vždy jediným histogramem pro danou hodnotu, tak u



Obr. 4 Princip provádění numerických operací se dvěma useknutými histogramy.

průřezové charakteristiky to je poněkud složitější. Průřezová plocha, moment setrvačnosti, průřezový modul atd. jsou přesnou funkcí geometrických rozměrů. Jsou funkčně závislé na geometrických rozměrech. Průřezové charakteristiky mají tedy náhodný charakter odpovídající náhodnému charakteru geometrických rozměrů, vzájemně jsou však závislé. Pravděpodobnosti geometrických rozměrů profilu odpovídají pravděpodobnosti pro plochu, moment setrvačnosti a průřezový modul. Takovéto náhodné veličiny by do pravděpodobnostního výpočtu měly vstupovat vzájemně vázaně a ne jako nezávislé vzájemně izolované náhodné veličiny. Lze-li nepřesnost profilu charakterizovat jedinou relativní délkovou chybou profilu ε (viz [1]), pak přibližně platí:

$$l_{var} = l_N (1 - \varepsilon) \quad (20)$$

$$A_{var} = A_N (1 - \varepsilon)^2 = A_N (1 - 2\varepsilon), \quad (21)$$

$$W_{var} = W_N (1 - 3\varepsilon), \quad (22)$$

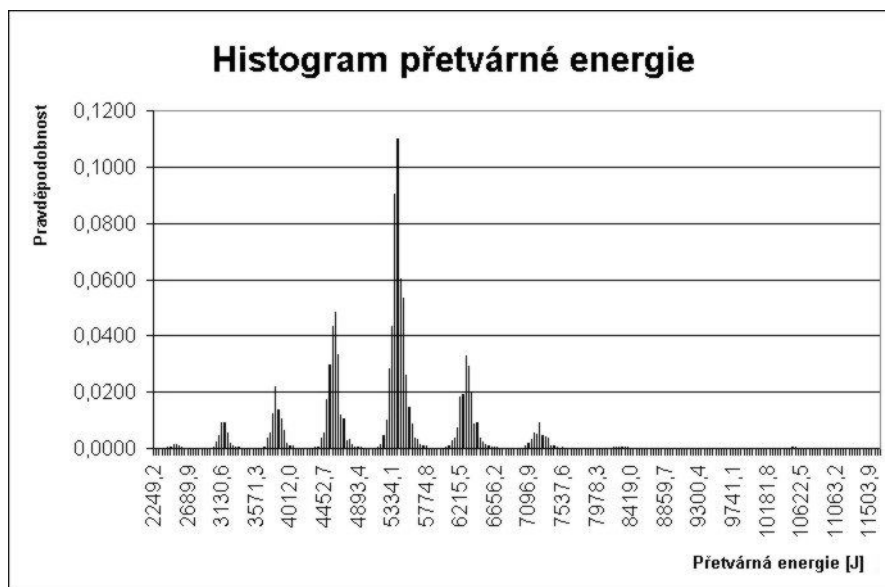
$$I_{var} = I_N (1 - 4\varepsilon) \quad (23)$$

kde l_{var} , A_{var} , W_{var} , I_{var} jsou proměnné variabilní hodnoty délkového rozměru, průřezové plochy, průřezového modulu a momentu setrvačnosti, l_N , A_N , W_N , a I_N jsou charakteristické hodnoty těchto veličin. Má-li každá v úvahu přicházející hodnota ε svou pravděpodobnost, mají stejnou pravděpodobnost hodnoty l_{var} , A_{var} , W_{var} , I_{var} určené s touto relativní chybou. Vstupují-li do pravděpodobnostního výpočtu všechny tyto hodnoty, pak se (odpovídající vzájemně funkčně závislé hodnoty) volí se stejnou pravděpodobností. Tento postup je správný a přitom snižuje počet operací při pravděpodobnostním výpočtu, neboť funkčně závislé hodnoty se volí vždy současně. Tento postup se volil i v dané úloze.

5. Přetvárná energie rázově zatíženého nosníku

Jako náhodně proměnné veličiny byly zavedeny b , h , t_p , t_s a σ_{fl} . Charakteristiky tvaru průřezu b , h , t_p , t_s se však neměnily vzájemně nezávisle, nýbrž závisle. Např. náhodně proměnná b_{var} se určila podle předpisu $b_{var}=b(1-\varepsilon)$, který byl analogicky použit na zbylé proměnné h , t_p , t_s . Význam b_{var} (h_{var} , $t_{p,var}$, $t_{s,var}$) a ε je stejný jako u vztahů (20) až (23). Klesla-li tedy např. šířka b na 95% své původní hodnoty, poklesly na 95% své původní hodnoty také ostatní rozměry. Mez kluzu σ_{fl} byla pak proměnnou zcela nezávislou.

Každá náhodně proměnná se ve výpočtu vyskytuje s určitou pravděpodobností danou histogramem četnosti. Pro všechny jejich možné hodnoty se přetvárná energie vypočte postupem dle kapitoly 2.



Obr. 5 Histogram přetvárné energie U

Vypočtené hodnoty pak lze vyjádřit ve formě useknutého histogramu (viz obr. 5). Vodorovná osa popisuje rozsah výsledných hodnot přetvárné energie (v našem případě je minimální vypočtená hodnota 2230,8 J, maximální 11632,4 J). Vypočtené hodnoty přetvárné energie byly rozděleny do 256 tříd a v každé z nich byla určena pravděpodobnost výskytu výsledné přetvárné energie – svíslá osa histogramu. Z tohoto vyjádření je patrná jistá kumulace vypočtených hodnot v určitých třídách, což je dáno zejména poměrně „nekvalitním“ histogramem proměnné ε , který vyjadřuje variabilitu průřezu, a který byl k dispozici na základě skutečných měření vzorků válcovaných profilů.

6. Funkce spolehlivosti nosníku namáhaného nárazem

Jako vhodný příklad na ukázkou pravděpodobnostního posudku ocelového nosníku, který je namáhan nárazem, může posloužit svařovaný ocelový nosník průřezu I, který je součástí těžní věže uhelného dolu. Klec tohoto výtahového systému má hmotnost $m=520$ kg a pohybuje se rychlostí $v=3$ m.s⁻¹. V případě selhání klece slouží posuzovaný nosník jako zarážka, která absorbuje kinetickou energii klece a u níž se po tomto zatížení nárazem předpokládá výměna.

Funkce spolehlivosti, pomocí níž bude proveden posudek spolehlivosti má tvar:

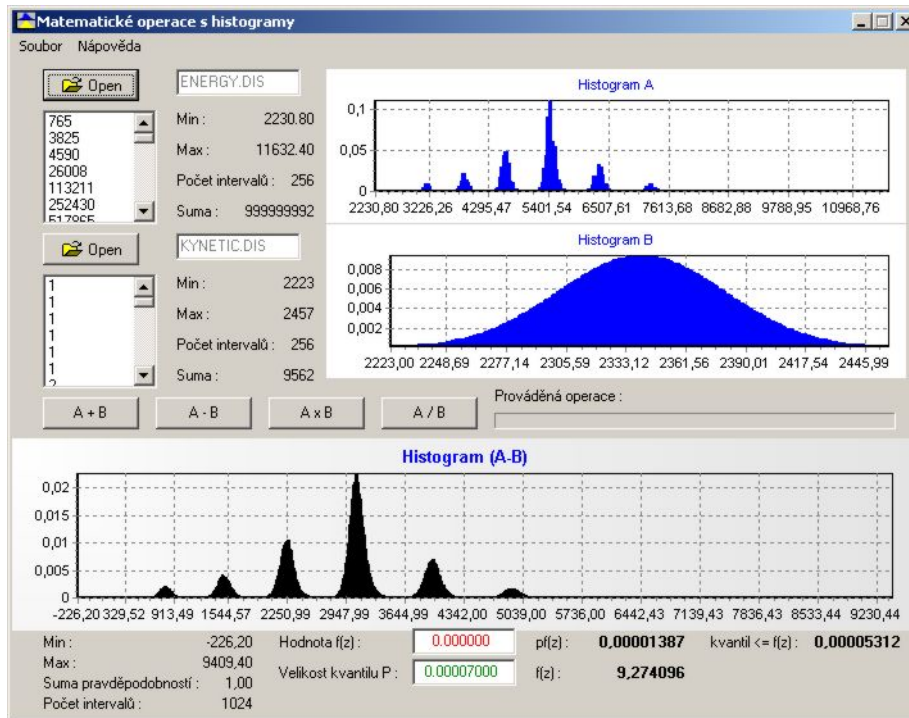
$$SF = U - W \quad (23)$$

kde U je odolnost konstrukce (přetvárná energie nosníku) a W účinek zatížení (kinetická energie nárazu), která již byla určena v předchozím oddíle. Kinetickou energii nárazu W lze určit s použitím následujícího vztahu:

$$W = \frac{m \cdot v^2}{2} \cdot W_{var} \quad (24)$$

kde W_{var} je koeficient (reprezentovaný useknutým histogramem s normálním rozdělením +/- 5%), který vyjadřuje proměnnost nárazu.

Posudek spolehlivosti konstrukce byl proveden určením pravděpodobnosti poruchy P_f a jejím porovnáním s návrhovou pravděpodobností P_d , danou normou ČSN 73 1401. Vlastní výpočet pravděpodobnosti P_f byl proveden aplikačním programem, jehož výstup se vstupními údaji, výsledným grafem funkce spolehlivosti a vypočtenou pravděpodobností poruchy je uveden na obr. 6.



Obr. 6 Výsledná hodnota pravděpodobnosti P_f a histogram funkce spolehlivosti SF

Výsledná pravděpodobnosti zadaného nosníku, který je namáhán nárazem tedy činí $P_f = 0,00005312$, což dle ČSN 73 1401 odpovídá obvyklé úrovni spolehlivosti konstrukce.

7. Závěr

Při přímém pravděpodobnostním výpočtu se náhodné veličiny negenerují náhodně, do výpočtu vstupují deterministicky, přímo dle zadaného algoritmu. Výsledek přitom může být kvalitativně stejný jako u metody Monte Carlo, např. histogram hledané funkce. Při stejných vstupních histogramech, při stejné funkci a při stejné volbě intervalů vstupních veličin, tj. při stejném počtu operací P je u přímého výpočtu pravděpodobnosti výsledek vždy stejný. U

metody Monte Carlo se bude výsledek při stejných vstupech, stejné funkci i při stejném počtu simulací zpravidla poněkud lišit, neboť generované vstupní veličiny nebudou pokaždé stejné, jsou vybrány náhodně a počet simulací je prakticky vždy konečný.

Přímý pravděpodobnostní výpočet spolehlivosti konstrukce je nutno chápat jako alternativu simulační techniky Monte Carlo používané v metodě SBRA.

8. Poděkování

Příspěvek byl vypracován v rámci řešení projektu GA ČR 103/01/1410 a 105/01/0783.

9. Literatura

- [1] Janas, P., Krejsa, M. (2002) *Numerický výpočet pravděpodobnosti užitím useknutých histogramů při posuzování spolehlivosti konstrukcí*, sborník vědeckých prací FAST VŠB-TU Ostrava, v tisku.
- [2] Janas, P., Kološ, I. (2002) *Stiffness of beam in elasto-plastic state*, Advances in Civil Engineering 5th International Congress, 25.-27 September 2002, Istanbul, Turkey, pages 645 – 653, ISBN 975-561-220-3.
- [3] Kološ, I. (2002) *Ohybová tuhost I-průřezu v pružnoplastickém stavu*, sborník 4. odborné konference doktorského studia, 13.-14. února 2002, VUT FAST v Brně, str. 55, ISBN 80-214-2067-7.
- [4] Krejsa, M., Marek, P. (2000) *Posudek spolehlivosti ocelového nosníku namáhaného nárazem*, sborník konference „Dynamika v pozemním stavitelství a dopravních konstrukcích a větrné inženýrství“, Vyhne, září 2000, Slovenská republika, ISSN 80-7100-734-X.
- [5] Krejsa, M., Lokaj, A. (2000) *Posouzení nosné ocelové konstrukce vystavené mimořádnému zatížení nárazem pomocí simulační metody SBRA*, sborník konference Spolehlivost a diagnostika v dopravě, 12. prosince 2000, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, ISSN: 80-7194-303-7.
- [6] Marek, P., Guštar, M., Anagnos, T. (1995) *Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers*, CRC Press Inc., Boca Raton, ISBN 0-8493-8286-6.
- [7] Marek, P., Haldar, A., Guštar, M., Tikalský, P. (editors) (2002) *Euro-SiBRAM*, Mezinárodní kolokvium, Praha, 24.-26. červen 2002, ISBN 80-86246-17-5.
- [8] Teplý, B., Novák, D. (1999) *Spolehlivost stavebních konstrukcí*, CERM Brno, ISBN 80-214-1149-X.
- [9] Gere, M. (2000) *Mechanics of Materials*, 5th edition, ISBN 0 534-37133-7.