

## **STRESS-STRAIN ANALYSIS OF PHYSIOLOGICAL HIP JOINT WITH EFFECT OF UNCERTAIN INPUT MATERIAL CHARACTERISTICS**

**T. Návrat<sup>1</sup>, Z. Florian<sup>1</sup>**

**Summary:** *This article describes performing of the stress – strain analysis of the physiological hip joint with the effect of uncertain input material characteristics which are entered in the form of distribution function. The analysis is performed using ANSYS 6.1. The results (e.g. maximum contact pressure, resultant contact force) are presented as the histograms.*

### **1. Úvod**

V současné době se na Ústavu mechaniky těles VUT v Brně ve spolupráci s několika ortopedickými klinikami řeší celá řada problémů z oblasti svalově-kosterní soustavy a to např.: Výpočtové modelování deformačně – napjatostních poměrů ve fyziologicky a patologicky vyvinutých kyčelních kloubech (Vrbka, Vaverka, 2002), Napětově deformační analýza totální povrchové náhrady kyčelního kloubu (Návrat, Florian, 2002), Analýza mechanické interakce mezi totální náhradou a proximální částí femuru (Hudec, 2000) atd.

Cílem práce autorů: Vrbka, Vaverka je navrhnout takovou rekonstrukci geometrie patologicky vyvinutého kyčelního kloubu, aby se silové a napjatostní parametry v kyčelním kloubu přiblížily parametrům kloubu ve fyziologickém stavu. Vytvoření výpočtového modelu patologicky vyvinutého kloubu je samozřejmě velmi komplikované, ale podaří-li se bude zapotřebí vypočtené silové a napjatostní parametry na patologických kloubech srovnat s hodnotami fyziologickými. Proto je zapotřebí vytvořit i výpočtový model fyziologického kyčelního kloubu na stejné rozlišovací úrovni jako model patologický. Také u prací (Návrat, Florian, 2002; Hudec, 2000; Iván, 1998) kdy je kyčelní kloub nahrazen totální náhradou nebo náhradou povrchovou je vhodné znát poměry na fyziologickém kyčelním kloubu např. pro hodnocení efektu „stress-shielding“. Některé výsledky získané na fyziologickém kyčelním kloubu jsou uvedeny v práci (Vrbka, Vaverka, 2002).

Kyčelní spojení je velmi složitá soustava, jež se skládá z celé řady prvků majících komplikovanou geometrii a odlišné materiálové chování. Geometrie jednotlivých prvků se dá poměrně snadno získat počítačovou tomografií. Větší problém nastává při volbě

---

<sup>1</sup> Ing. Tomáš Návrat, Ing. Zdeněk Florian, CSc., Ústav mechaniky těles FSI VUT Brno, Technická 2896/2, 616 69 Brno (tel.: +420 541 142 869, e-mail: navrat.tomas@centrum.cz)

materiálového modelu jednotlivých komponent kyčelního kloubu, poněvadž získat materiálové charakteristiky biologického materiálu je velmi obtížné. Pokud se nám je přece jen podaří změřit tak jsou významně ovlivněny fyziologickými faktory, které způsobují jejich velký rozptyl. Materiálové modely jsou proto většinou založeny na izotropních, lineárně pružných materiálových charakteristikách.

Proto cílem této práce bylo provést napětově deformační analýzu fyziologického kyčelního spojení tak, že jejich materiálové charakteristiky byly zadány formou rozdělení hustoty pravděpodobnosti a sledovat silové a napjatostní parametry.

Řešená soustava se skládá z těchto komponent: křížová, pánevní a stehenní kost, svaly, jamka a náhrada hlavy stehenní kosti. Úloha je řešena jako prostorová, metodou konečných prvků v programovém systému ANSYS 6.1.

## 2. Pravděpodobnostní výpočet v ANSYSU

Programový systém ANSYS nabízí tyto pravděpodobnostní metody:

### A. Monte Carlo Simulation

- Direct Sampling Monte Carlo
- Latin Hypercube Sampling Monte Carlo
- User defined

### B. Response Surface Methods

- Central Composite Design
- Box-Behnken Matrix
- User defined

### A) Monte Carlo

Monte Carlo je skupina metod, která fyzikální a matematické problémy simuluje pomocí generování náhodných čísel. Jedná se tedy o numerickou simulační metodu, jejíž rozvoj byl ve značné míře podmíněn rozvojem moderní výpočetní techniky. Sféra aplikací této metody je velmi široká. Od výpočtu určitých integrálů, přes řešení rovnic, použití v teorii hromadné obsluhy a modelování interakce záření s hmotou, až po teorii přenosu zpráv, optimalizační výpočty, teorii her atd.

#### *Direct Sampling (přímá výběrová metoda)*

Tato metoda je velmi oblíbená, protože napodobuje přirozené procesy, které můžeme sledovat nebo si je snadno představit a je proto snadno srozumitelná. Jedna simulace reprezentuje jednu součást, která podléhá konkrétnímu souboru zatížení a okrajových podmínek. Není moc efektivní z hlediska množství simulací, ale je široce užívána zvláště pro srovnávání a ověřování výsledků. Tato metoda je neúčinná kvůli skutečnosti, že výběr vzorků nemá paměť.

#### *Latin Hypercube Sampling*

Latin Hypercube Sampling metoda je pokročilejší a účinnější forma metody Monte Carlo. Jediný rozdíl, který oproti předchozí metodě má spočívá v tom, že má paměť. Jinými slovy

řečeno vyhneme se výskytu blízkých vzorků. Tato metoda vyžaduje 20 až 40 % méně simulací než metoda přímá k určení stejně přesných výsledků.

### B) Response Surface Methods (metoda odezvové plochy)

Metoda je založena na základním předpokladu, že vliv náhodných vstupních proměnných na náhodné výstupní proměnné může být aproximován matematickou funkcí. Z tohoto důvodu RSM umístí specifické body do intervalu náhodných vstupních proměnných, tak aby vhodná aproximační funkce byla nalezena efektivně (kvadratický polynom).

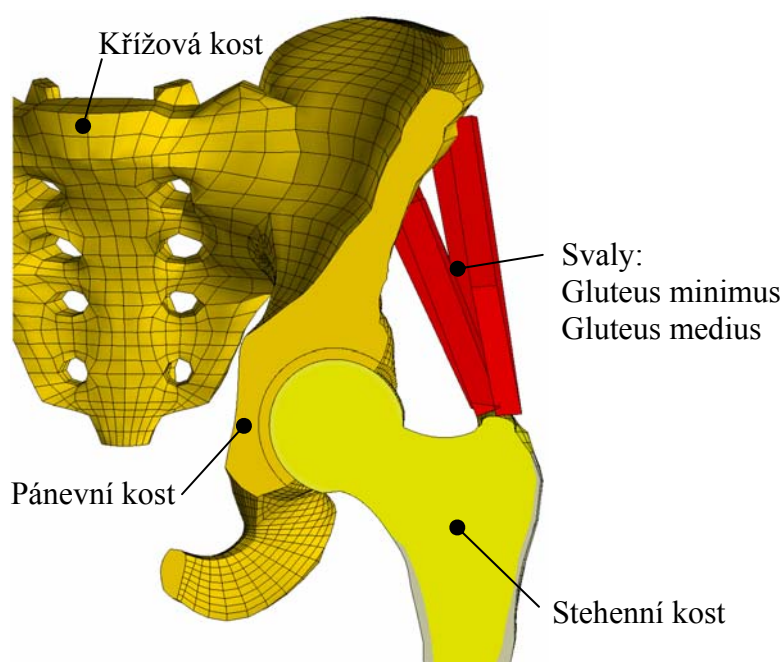
Řešení se skládá ze dvou kroků:

1. Provést simulační smyčky výpočtu výstupních veličin, které odpovídají specifickým bodů umístěných v intervalu náhodných vstupních proměnných.
2. Vykonat regresní analýzu k získání výrazů a koeficientů aproximační funkce.

Základní myšlenka RSM spočívá v tom, že jakmile najdeme koeficienty vhodné aproximační funkce, pak již nemusíme provádět jednotlivé simulace (výpočet na konečnoprvkové síti), ale můžeme přímo vyčíslovat aproximační funkci, což je většinou časově mnohem výhodnější než výpočet na konečnoprvkové síti.

### 3. Geometrický model

Pro vytvoření geometrického modelu kostí byla použita počítačová tomografie (CT). Vstupní CT data byla poskytnuta Klinikou zobrazovacích metod Fakultní nemocnice u svaté Anny v Brně. Tvarově komplikovaná podoba jednotlivých kostí a vhodnost použití mapované sítě nás vedla k tomu, abychom rozdělili jednotlivé kosti na větší počet menších elementárních objemů. Tyto objemy vznikly velmi složitou úpravou dodaných řezů a jejich tvar zohledňuje podmínky, které musí být splněny, aby mohly být vyplněny šestistěnnými prvky.



Model obsahuje:	
Prvků	55000
Uzlů	90000
Celkový počet stupňů volnosti	290000

Obrázek 1 Konečnoprvkový model fyziologického kyčelního spojení

#### 4. Konečnoprvkový model

Konečnoprvkový model (Obrázek1) pánve i stehenní kosti uvažuje dva typy kostní tkáně (spongiózní a kompaktní). Konečnoprvkový model kyčelního spojení dále obsahuje 2 svaly (glutaeus medius a minimus), které jsou významné z hlediska pomalé chůze a stoje člověka na jedné dolní končetině. Jednotlivé svaly jsou modelovány lanovými prvky s vysokou tuhostí, které přenášejí pouze tahové zatížení. Tento model svalů odpovídá izometrické kontrakci, při níž se ve svalu zvyšuje napětí beze změny jeho délky.

V modelu je uvažován kontakt mezi chrupavkou acetabula a chrupavkou na hlavě femuru (součinitel tření 0,05). Pod chrupavkou v acetabulu není uvažována vrstva kompaktní kosti.

#### 5. Materiálový model

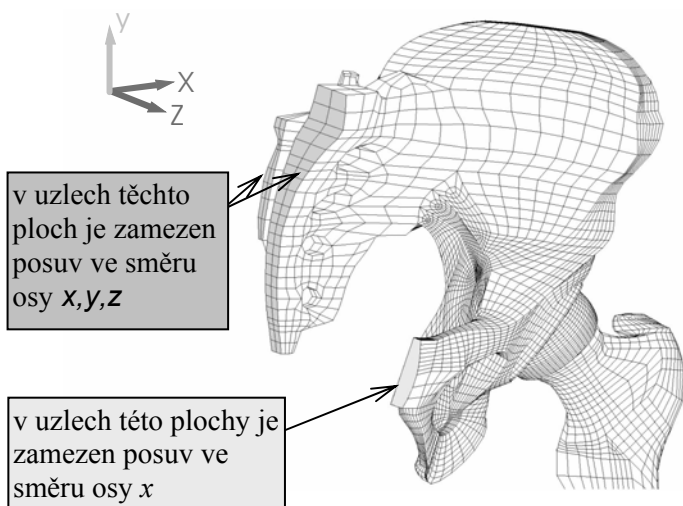
Materiálový model je založen na izotropních, lineárně pružných materiálových charakteristikách. Intervaly hodnot (Tabulka1), jež nabývaly jednotlivé materiálové charakteristiky byly uvažovány s rovnoměrným rozložením. Rovnoměrné rozložení bylo voleno proto, aby hodnota materiálové charakteristiky byla vybírána z intervalu vždy se stejnou pravděpodobností, poněvadž cílem bylo získat interval hodnot, ve kterém bude ležet sledovaná veličina.

Tabulka1 Materiálové hodnoty jednotlivých komponent kyčelního spojení

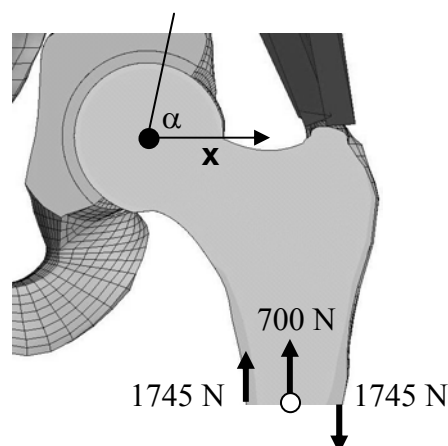
komponenta	Modul pružnosti E [MPa]	
	$E_{min}$	$E_{max}$
Spongiózní kost pánve	200	4000
Kompaktní kost pánve	11000	24000
Spongiózní kost femuru	200	4000
Kompaktní kost femuru	11000	24000
Spongiózní kost křížová	200	24000
Kompaktní kost křížová	11000	24000
Chrupavka	5	50
komponenta	Poissonovo číslo	
	$\mu_{min}$	$\mu_{max}$
Chrupavka	0,37	0,42
U všech ostatních materiálu je uvažováno $\mu = 0,3$		

#### 6. Okrajové podmínky

Zatížení odpovídá hmotnosti člověka 70kg při stoje na jedné dolní končetině. Poněvadž model obsahuje pouze část stehenní kosti, je nutno zatížení působící na nohu od podložky přepočítat do distálního konce stehenní kosti (Obrázek3).



Obrázek2 Okrajové podmínky na pánvi. Osa  $x$  je kolmá na mediální rovinu. Osa  $z$  je kolmá na rovinu frontální.



O v těchto nódech zamezeno posuvům ve směru osy  $z$

Obrázek3 Okrajové podmínky na distálním konci stehenní kosti

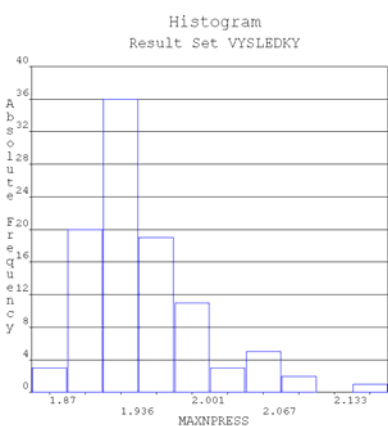
### 7. Výsledky

Pro výpočet byla použita simulační metoda: Monte Carlo with Latin Hypercube Sampling. Vzhledem k časové náročnosti jednoho výpočtu je výpočet opakován 100krát. Celkový čas výpočtu byl 14 dnů.

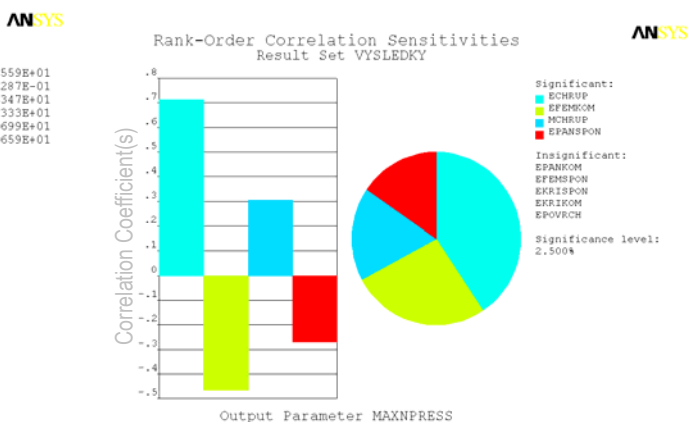
V následujícím budou vykreslovány tyto veličiny:

- maximální hodnota kontaktního tlaku
- poloha - úhel  $\alpha$  (kótován od kladné osy  $x$  – Obrázek3) maximální hodnoty kontaktního tlaku
- průměrná hodnota kontaktního tlaku
- hodnota silové výslednice

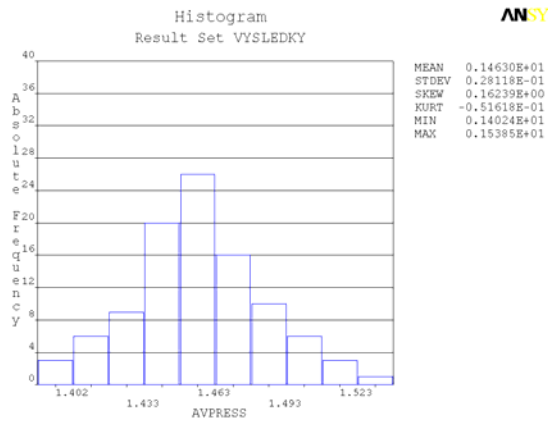
### Výsledky z metody: Monte Carlo with Latin Hypercube Sampling



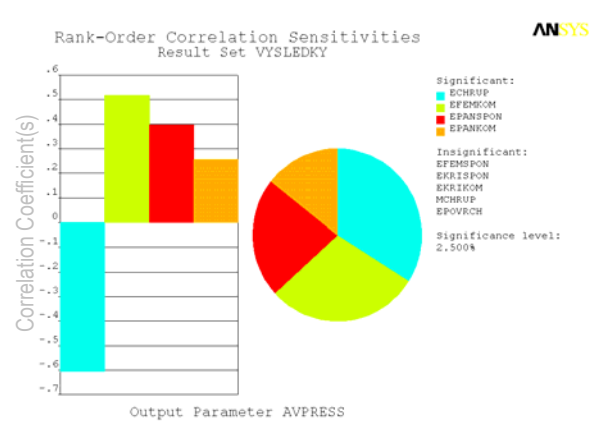
Obrázek4 Histogram maximální hodnoty kontaktního tlaku



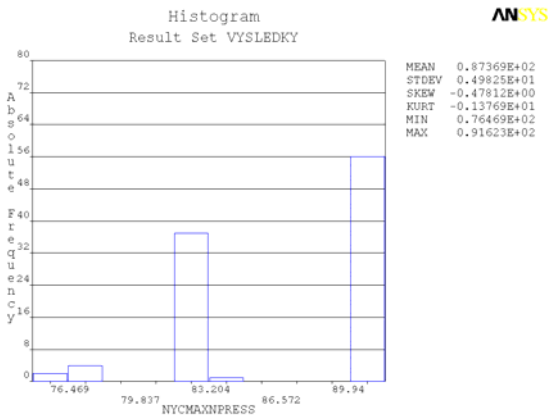
Obrázek5 Veličiny, které nejvíce ovlivňují maximální hodnotu kontaktního tlaku



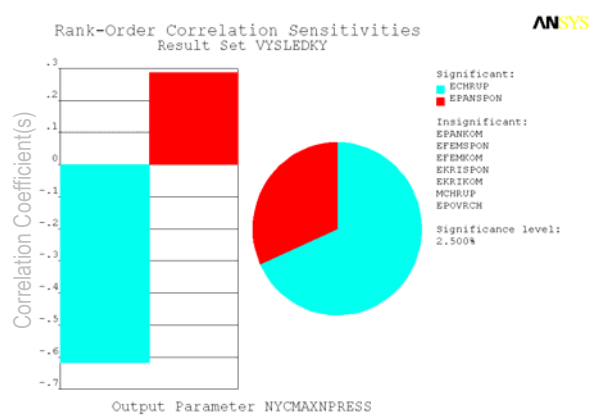
Obrázek6 Histogram průměrné hodnoty kontaktního tlaku



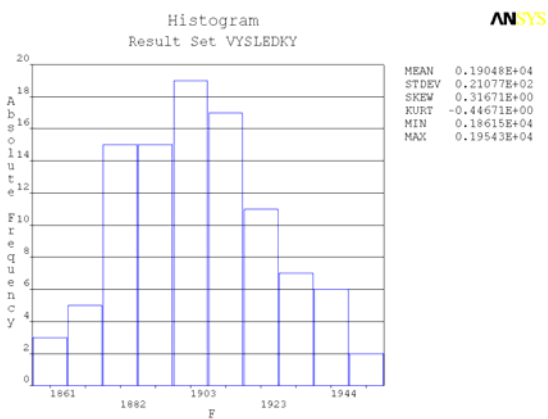
Obrázek7 Veličiny, které nejvíce ovlivňují průměrnou hodnotu kontaktního tlaku



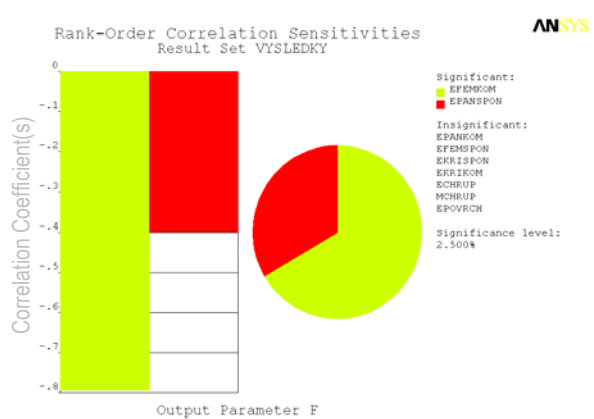
Obrázek8 Histogram polohy maximální hodnoty kontaktního tlaku



Obrázek9 Veličiny, které nejvíce ovlivňují polohu maxima kontaktního tlaku



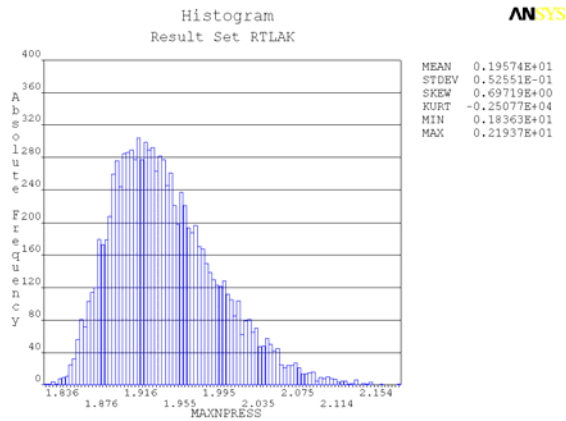
Obrázek10 Histogram silové výslednice



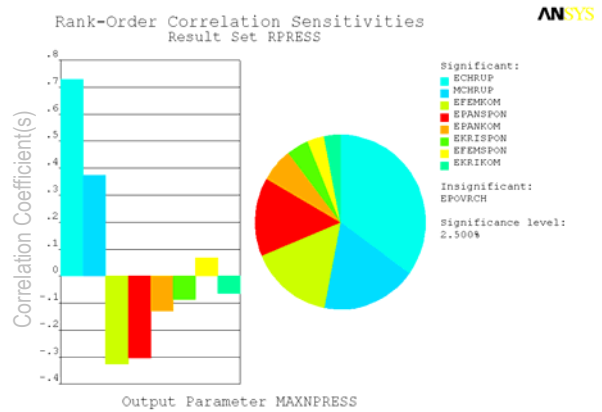
Obrázek11 Veličiny, které nejvíce ovlivňují hodnotu silové výslednice

Vzhledem k celkem malému počtu simulací provedených metodou Monte Carlo with Latin Hypercube Sampling byl výpočet ještě dále zpřesněn nasazením metody Response Surface Methods. Počet simulací 10000.

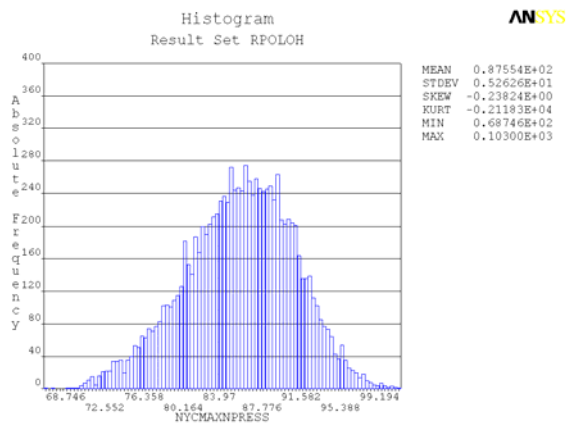
Výsledky z metody: Response Surface



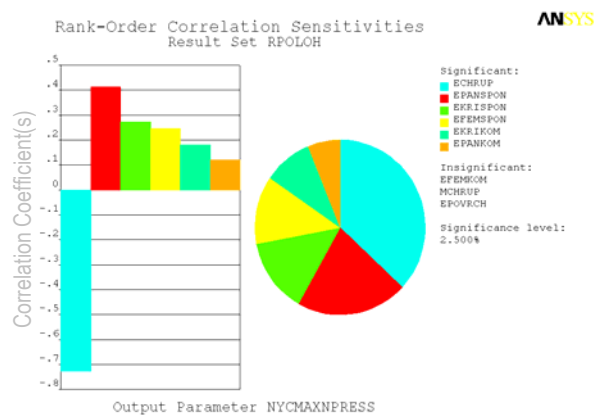
Obrázek12 Histogram maximální hodnoty kontaktního tlaku



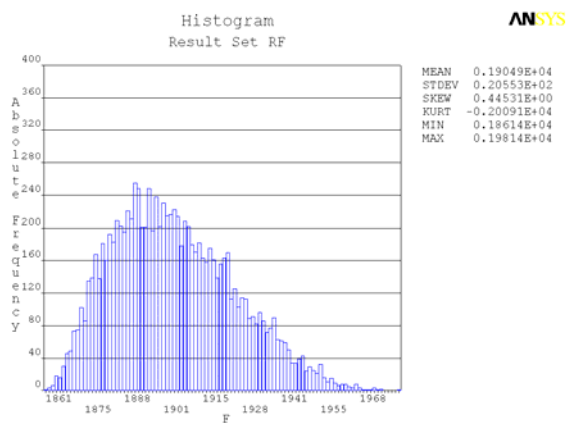
Obrázek13 Veličiny, které nejvíce ovlivňují maximální hodnotu kontaktního tlaku



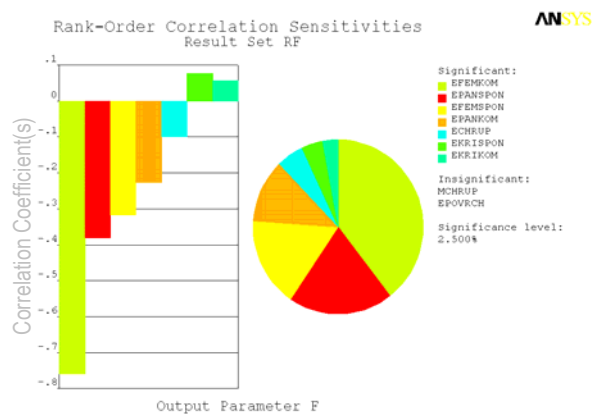
Obrázek14 Histogram polohy maximální hodnoty kontaktního tlaku



Obrázek15 Veličiny, které nejvíce ovlivňují polohu maxima kontaktního tlaku



Obrázek16 Histogram silové výslednice



Obrázek17 Veličiny, které nejvíce ovlivňují hodnotu silové výslednice

**Shrnutí výsledků:**

Tabulka2 Srovnání výsledků

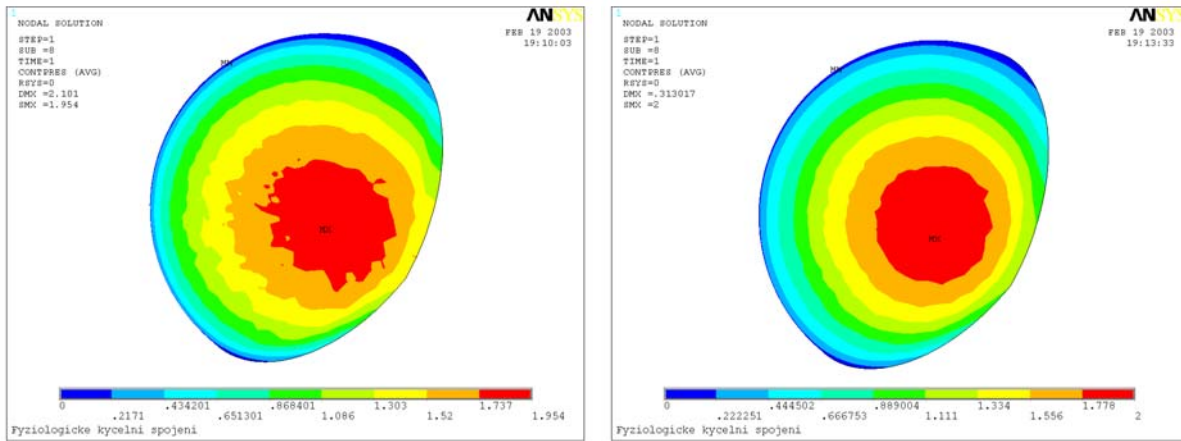
	Hodnota maximálního kontaktního tlaku [MPa]		Silová výslednice [N]		Poloha maxima [°]	
	Monte Carlo	Response Surface	Monte Carlo	Response Surface	Monte Carlo	Response Surface
Počet simulací	100	10000	100	10000	100	10000
Průměrná hodnota	1,956	1,957	1904,8	1904,9	87,4	87,6
Směrodatná odchylka	0,0533	0,0526	21,077	20,553	4,98	5,26
Minimální hodnota	1,870	1,836	1861,5	1861,4	76,5	68,7
Maximální hodnota	2,166	2,194	1954,3	1981,4	91,6	103
Variační rozpětí	0,296	0,358	92,8	120,0	15,1	34,3
Nejčtenější hodnota	1,936	1,932	Materiálové charakteristiky, které odpovídají nejčtenější hodnotě maximálního kontaktního tlaku. Tyto hodnoty jsou odečteny z výsledkového souboru, kde jsou uvedeny konkrétní vstupní hodnoty pro jednotlivé simulace a jsou zprůměrnovány z více hodnot.			
$E$ spongiózní kosti [MPa]	2000	2150				
$E$ kompaktní kosti [MPa]	17000	18300				
$E$ chrupavky [MPa]	20	16				
$\mu$ chrupavky	0,39	0,4				

Pro srovnání byly ještě vypočteny další varianty, u kterých byly voleny následující hodnoty materiálových charakteristik.

Tabulka3 Další varianty

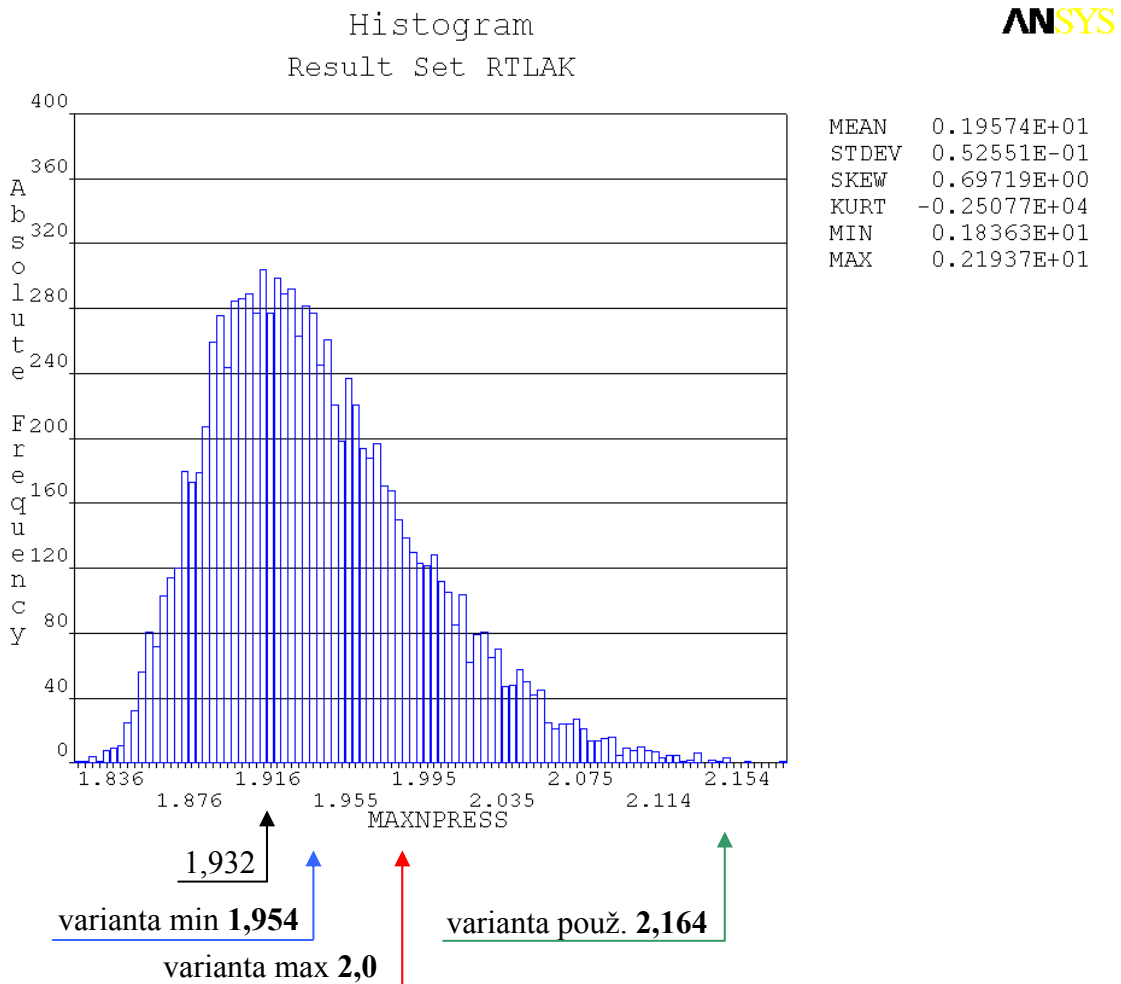
	Varianta minimální <sup>1</sup>	Varianta maximální <sup>2</sup>	Varianta používaná <sup>3</sup>
$E$ spongiózní kosti [MPa]	200	4000	490
$E$ kompaktní kosti [MPa]	11000	24000	14100
$E$ chrupavky [MPa]	5	50	60
$\mu$ chrupavky	0,37	0,42	0,4
Maximální hodnota kontaktního tlaku [MPa]	1,954	2	2,164
<sup>1</sup> Minimální hodnoty z intervalů materiálových charakteristik uvedených v Tabulce 1 <sup>2</sup> Maximální hodnoty z intervalů materiálových charakteristik uvedených v Tabulce 1 <sup>3</sup> Tyto hodnoty materiálových charakteristik jsou použity v (Návrat, Florian, 2002).			





Obrázek18 Průběh kontaktního tlaku v varianty minimální

Obrázek19 Průběh kontaktního tlaku v varianty maximální



Obrázek20 Histogram maximální hodnoty kontaktního tlaku, s vyznačením hodnot získaných z varianty maximální, minimální a používané.

## 8. Závěr

Pro vstupní hodnoty s rovnoměrným rozložením získáváme nerovnoměrné rozložení maximální hodnoty kontaktního tlaku a malé variační rozpětí hodnot. Tvar rozdělení není pro nás až tak významný, neboť cílem práce bylo získat interval hodnot, ve kterých může maximální hodnota ležet.

Z Obrázku13 vyplývá, že kontaktní tlak nejvíce ovlivňuje  $E$  a  $\mu$  chrupavky, což se dá očekávat na základě předchozích výpočtů.

V Tabulce2 jsou uvedeny materiálové charakteristiky, jež odpovídají vypočtené nejčtenější hodnotě kontaktního tlaku. Je překvapující, že tyto hodnoty odpovídají hodnotám, jež se nejčastěji používají a objevují v literatuře.

Jestliže provedeme výpočet s minimálními (maximálními) hodnotami materiálových charakteristik (Tabulka1) nedostaneme minimální (maximální) hodnotu intervalu, v němž leží maximální kontaktní tlak vypočtený pravděpodobnostním přístupem (Obrázek20). Krajním hodnotám intervalu odpovídají jiné než minimální (maximální) kombinace vstupních hodnot.

Z Obrázku20 můžeme vidět, že hodnota maximálního kontaktního tlaku u varianty označené jako „používaná“ leží na kraji vypočteného intervalu, což jistě souhlasí se skutečností, neboť k aplikaci totální endoprotézy se přistupuje v případě kdy poměry v kyčelním kloubu jsou významně odlišné od fyziologického stavu, což se týká nejen geometrie, ale také materiálových vlastností jednotlivých kostí.

## 9. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory GA ČR 101/01/0974 a MŠMT MSM262100024.

## 10. Literatura:

ANSYS 6.1 Help Documentation, Probabilistic Design, 2002

Hudec, J., (2000) Analysis of the Mechanical Interaction between Total Prosthesis and Proximal Part of the Femur. Engineering Mechanics 2000, Svratka.

Iván, L., (1998) Analýza vlivu různých materiálových charakteristik umělých jamek totálních endoprotéz na napjatost v pánevní oblasti. Inženýrská mechanika 1998, Svratka.

Návrat, T., Florian, Z., (2002) Stress-Strain Analysis of the Total Surface Replacement of the Hip Joint. Biomechanics of Man 2002, Čejkovice, pp.217-220.

Vrbka, M., Vaverka, M. (2002) Výpočtové modelování deformačně – napjatostních poměrů ve fyziologicky a patologicky vyvinutých kyčelních kloubech, Výpočtová mechanika 2002, Nečtiny, II. díl pp.503-510.