

ANALYSIS OF THE NUMERICAL STABILITY IN THE SOLUTIONS OF THE SQUEEZE FILM DAMPER

J. Müller*, E. Malenovský*, F. Pochylý*

Summary: *One of the possibility, how to reduce amplitude of transversal vibration of rotors is to put together their rotating and no-rotating part by the squeeze film dampers. In this work is presented new access to analysis motion of the rigid body in the liquid. This access is based on Navier-Stoke's equation. Using the suitable substitution is possible to separate and solve motion of the numerical stability of the solution and influence geometrical parameters of the damper on the additional effects, which are include to the solution of the rotor systems.*

1. Úvod

Z obecného pohybu tuhého tělesa v reálné tekutině se tato práce zaměřuje na prostorovou úlohu s malými vůlemi mezi vnitřním povrchem tělesa a vnější hranicí. Z pohledu technické aplikace jsou to zejména hydrodynamické olejové tlumiče, jimiž se tato práce zabývá a olejová ložiska. Oba případy dynamických subsystémů se velmi často používají u rotorových soustav.

Olejové tlumiče jsou téměř nezbytným konstrukčním prvkem u leteckých proudových motorů, kde se používají v kombinaci s valivými ložisky pro potlačení vibrací. Olejový tlumič je zařazen mezi vnější kroužek valivého ložiska a skříň motoru. Radiální mezera bývá poměrně malá, několik desetin milimetru. Takový hydrodynamický systém se ve vztahu ke kmitajícímu hřídeli projevuje přídatnými účinky, a to přídatnou hmotností a tlumením. U kluzných ložisek se oproti hydrodynamickým tlumičům vnitřní kroužek, tedy hřídel, otáčí. Ve vztahu ke kmitajícímu hřídeli se kluzné ložisko projevuje přídatnou hmotností, tlumením, ale i tuhostí.

V literatuře je analýza tlumičů poměrně podrobně a často publikována např. [1]-[3]. Teoretický základ všech analýz vychází z Reynoldsovy rovnice, což je vlastně pohybová rovnice tekutiny. Pohyb tekutiny v obvodovém směru, v prostoru mezi vnitřním a vnějším kroužkem, je analyzován jako jednodimenzionální proudění po přímce s délkou rovnou obvodu vnitřního kroužku, je uvažován konstantní tlak v radiálním směru olejové vrstvy.

*Ing Jan Muller, VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: Janmuller@centrum.cz

*Doc. Ing. Eduard Malenovský, CSc., VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, Tel.: 4114 2855, e-mail: malenov@umtn.fme.vutbr.cz

*Prof. Ing. František Pochylý, CSc., VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, Tel.: 4114 2335, e-mail: pochyly@khzs.fme.vutbr.cz

Navíc je nutné dělat předpoklad na tvar trajektorie. Jsou analyzovány případy **krátkých a dlouhých**, kavitujiících a nekavitujiících olejových ložisek a hydrodynamických tlumičů.

Zde je presentován nový přístup navrhovaný F. Pochylým a E. Malenovským, který je na obecnější úrovni. Výchozími rovnicemi jsou zde Navier Stokesova rovnice a rovnice kontinuity plus okrajové podmínky. Do analýzy je zahrnut obvodový směr proudění tekutiny a proměnný tlak v radiálním směru, není rovněž nutno dělat předpoklad na tvar trajektorie středu hřídele.

Tento nový přístup, který byl vymyšlen a rozpracován na VUT FSI, spočívá v možnosti separace pohybu tělesa a tekutiny. Vlastní algoritmus analýzy dynamických vlastností rotorových soustav se tak skládá ze dvou samostatných kroků. Nejdříve se ve vhodném programovém prostředí, zaměřeném na analýzu tekutinových systémů, provede analýza samotného vazebného elementu. Následně se v programovém prostředí, vhodném pro analýzu dynamických vlastností rotorových soustav, provede analýza rotorové soustavy se zahrnutím výsledků získaných z předchozího řešení. Teoretický přístup k řešení je uveden zejména v [4]-[6]

Vhodnou substitucí lze tedy od sebe separovat a následně řešit pohyb tělesa a tekutiny, přičemž k analýze pohybu tekutiny je použita metoda kontrolních objemů. K analýze dynamických vlastností tekutiny je použito Bezierovo těleso a řešení je provedeno v křivočarých souřadnicích. Bezierovo těleso je použito rovněž pro popis geometrické konfigurace, i pro aproximaci rychlostní a tlakové funkce [7]. Uvedená teorie se stala základem pro softwarové zpracování v programu MATLAB.

Existují dva modely tlumičů dlouhý a krátký. Pro **dlouhý** tlumič platí $\partial p / \partial \phi \gg \partial p / \partial z$ a lze ho tedy řešit jako rovinou úlohu. V této práci je analyzován zejména **krátký**, nekavitujiící tlumič, pro nějž platí $\partial p / \partial z \gg \partial p / \partial \phi$, což vede na prostorovou úlohu. Velký důraz je kladen na analýzu vlivu diskretizace sítě na numerickou stabilitu.

Vzhledem k tomu, že se jedná o nový přístup k analýze, je nutné postupně porovnávat řešení s doposud známými, které vycházejí zejména z aplikací Reynoldsovy pohybové rovnice tekutiny. Kvalitativní srovnání bylo zaměřeno na rychlostní a tlaková pole. Kvantitativně jsou zde na řadě modelových úloh srovnávány přídatné hmotnosti a tlumení pro různé geometrické rozměry i pro různou vzájemnou geometrickou konfiguraci vnějšího a vnitřního kroužku vůči sobě. Nelze opomenout ani porovnávání řešení modelových úloh, získaných použitím programového systému FLUENT.

Podstatnou částí je rovněž stanovení přídatných účinku v závislosti na poloze vnitřního kroužku v tlumiči z důvodu zahrnutí přídatných účinků do řešení rotorové soustavy.

2 Aplikace Navier-Stokesovy rovnice

Kapalina je uvažována jako reálná, nestlačitelná, předpokládáme laminární proudění a malé kmity tělesa. V tomto případě má pohybová rovnice tekutiny (Navier Stokesova), rovnice kontinuity a okrajové podmínky následující tvar

$$\rho \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \eta \text{rot rot } \vec{c} + \text{grad } p = \vec{0} \quad (1)$$

$$\text{div } \vec{c} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
S: \mathbf{c} &= \mathbf{v}^\square \\
\Gamma: \mathbf{c} &= \mathbf{0} \\
P: p &= 0, (\mathbf{c} = \mathbf{0}) \\
K: p &= 0, (\mathbf{c} = \mathbf{0})
\end{aligned} \tag{3}$$

kde \mathbf{c} - rychlost kapaliny, \dot{v} - rychlost vnitřního kroužku tlumiče, ρ - hustota kapaliny, η - dynamická viskozita kapaliny, p - tlak Nyní přejdeme k metodě kontrolních objemů. Po integraci rovnic (1) a (2) přes zvolený kontrolní objem ΔV s využitím věty Gauss-Ostrogradského obdržíme

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} \bar{c} dV + \eta \int_{\Delta S} \text{rot } \bar{c} \times \bar{n} dS + \int_{\Delta S} p \bar{n} dS = \vec{0} \tag{4}$$

$$\int_{\Delta S} \bar{c} \bar{n} dS = 0 \tag{5}$$

Na základě výše zmíněného je možné přepsat rovnice do tvaru

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} \tilde{c}_r \gamma_{rm} dV - \eta \int_{\Delta S} \left(\frac{\partial \tilde{c}_r}{\partial u^l} - \frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} p n_r \gamma_{rm} dS = 0 \tag{6}$$

$$\int_{\Delta S} \tilde{c}_l n^l dS = 0 \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
S: \tilde{c}_i \gamma_{im} &= v_m^\bullet \\
\Gamma: \tilde{c}_i \gamma_{im} &= 0 \\
S: p &= 0, (\tilde{c}_i \gamma_{im} = 0) \\
\Gamma: p &= 0, (\tilde{c}_i \gamma_{im} = 0)
\end{aligned} \tag{9}$$

přičemž je označeno $\gamma_{rm} = g^{rs} \frac{\partial x_m}{\partial u^s}$

3. Transformace rovnic tekutiny

Eliminace rychlosti pohybu tělesa z rovnic lze docílit na základě následujících transformačních vztahů

$$\begin{aligned}
\tilde{c}_i &= \int_0^t \alpha_{ij} (t-\tau) v_j^\square(\tau) d\tau \\
p &= \int_0^t \beta_i (t-\tau) v_i^\square(\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{10}$$

Uvedenou substitucí se obecně v prostoru 3D zavádí místo tří složek rychlosti a tlaku devět složek α_{ij} a tři složky β_i . To ovšem umožní využitím Diracovy funkce vyloučit z okrajových podmínek rychlost tělesa \dot{v}_m .

Dosazením z (10) do (6)-(9) se obdrží devět pohybových rovnic pohybu kapaliny ve tvaru

$$\rho \int_{\Delta V} \gamma_{rm} \frac{\partial \alpha_{rj}}{\partial t} dV - \eta \int_{\Delta S} \gamma_{rm} \left(\frac{\partial \alpha_{jr}}{\partial u^l} - \frac{\partial \alpha_{lj}}{\partial u^r} \right) n^l dS + \int_{\Delta S} \gamma_{rm} n_r \beta_j dS = 0 \tag{11}$$

$$\int_{\Delta S} n^i \alpha_j dS = 0 \quad (12)$$

$$S: \gamma_{im} \alpha_{ij} = \delta_{mj} \delta$$

$$\Gamma: \gamma_{im} \alpha_{ij} = 0$$

$$P: \beta_j = 0, (\gamma_{im} \alpha_{ij} = 0) \quad (13)$$

$$K: \beta_j = 0, (\gamma_{im} \alpha_{ij} = 0)$$

4 Aplikace Bézierova tělesa

Bézierovo těleso je použito pro popis geometrické konfigurace olejového filmu (stejně tak pro popis rychlostního a tlakového pole). K popisu dlouhého tlumiče, jenž se řeší jako rovinná úloha byla zvolena reálná Bézierova plocha a k popisu tlumiče krátkého Bézierovo těleso.

$$\mathbf{r}(u, v) = \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^p \omega_{ijk} \mathbf{r}_{ijk} B_i^n(u) B_j^m(v) B_k^p(w) \right) / \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^p \omega_{ijk} B_i^n(u) B_j^m(v) B_k^p(p) \right) \quad (14)$$

kde B jsou Bernsteinovy polynomy, u, v jsou parametry které nabývají hodnot (0,1).

5 Řešení rovnic

Jednou z možností jak řešit systém (11)-(13) je nejdříve neznámé hodnoty funkcí α_{ij} na obou okrajích z rovnic (13) explicitně vypočítat a dosadit do pohybové rovnice a rovnice kontinuity. Pohybová rov. a rov. kontinuity mají před dosazením symbolický tvar

$$\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = -\mathbf{f}_1\dot{\delta} + \mathbf{f}_2\delta \quad (15)$$

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} = -\mathbf{f}_3\delta$$

S respektováním pravé strany rovnice (15) lze řešení předpokládat ve tvaru

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}_1\delta + \boldsymbol{\alpha}(t), \quad \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_1\dot{\delta} + \boldsymbol{\beta}_2(t) \quad (16)$$

Po dosazení a porovnání členů u Diracovy funkce a její derivace dostaneme

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_1 = -\mathbf{f}_1, \quad \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}_1 = -\mathbf{f}_3 \quad (17)$$

$$\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_2 + \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_2 = \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1\dot{\delta} + \mathbf{f}_2\dot{\delta}, \quad \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}_2 = \mathbf{0} \quad (18)$$

Konstanty $\boldsymbol{\alpha}_1$ a $\boldsymbol{\beta}_1$ jsou spočteny z rovnice (17) a časově závislé hodnoty $\boldsymbol{\alpha}_2$ a $\boldsymbol{\beta}_2$ spočteme z rovnice (18). Z rovnice (18) pro tlakovou funkci $\boldsymbol{\beta}_2$ platí $\boldsymbol{\beta}_2 = -\mathbf{C}^+[\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_2 + (\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{f}_2)\dot{\delta}]$ Potom výsledný tvar pro tlakovou funkci $\boldsymbol{\beta}$ je

$$\boldsymbol{\beta} = -\boldsymbol{\beta}_1\dot{\delta} - \mathbf{C}^+(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{f}_2)\dot{\delta} - \mathbf{C}^+(\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_2) \quad (19)$$

Tlaková funkce $\boldsymbol{\beta}_1$ představuje přídavnou hmotnost a část v rovnici (19) $-\mathbf{C}^+(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{f}_2)\dot{\delta}$ představuje přídavné tlumení. Člen u $\boldsymbol{\alpha}_1$ představuje přídavné tlumení.

Výsledné tlumení dostaneme složením dvou členů, jednoho z rychlostní a jednoho z tlakové funkce. Mohou být předpokládány dvě okrajové podmínky na čelech tlumiče. První typ představuje nulové tlaky ($p=0$), na čelech tlumiče kolmých na osu rotace a druhý typ představuje nulové rychlosti ($c=0$). Oba případy byly analyzovány na modelových úlohách.

6 Diskretizace olejového filmu

Geometrická konfigurace olejového filmu je popsána pomocí reálného Bézierova tělesa. Dlouhý tlumič byl řešen jako rovinný případ, jelikož rozložení tlaku je v osovém směru konstantní. Proto byla k popisu zvolena racionální Bézierova plocha popsána rovnicí. Krátký tlumič, na nějž je tato práce zaměřena, je nutné řešit jako prostorovou úlohu, pro popis je tedy zvoleno racionální Bézierovo těleso popsané rovnicí (14).

Celý objem s tekutinou je rozdělen na segmenty, přičemž každý segment je podrozdělen na objemy, které mohou být při řešení shodné s kontrolními objemy. V našem případě je pro řešení hydromechaniky zvolena metoda kontrolních objemů, přičemž se změnou polohy vnitřního kroužku dochází i ke změně tvaru sítě, tzv. ALE metoda [7].

Na obr. 1 je pro ilustraci nakresleno rozdělení plochy vyplněné tekutinou na 3 segmenty po obvodu a 1 po radiále, přičemž každý segment je navíc rozdělen po obvodu i po radiále na tři objemy (kontrolní), tzn. také tři řídicí body. Počet objemů zvětšený o jeden udává řád Bernsteinova polynomu. Celý mezikruhový prostor vyplněný tekutinou je možné rozdělit na libovolný počet segmentů po obvodu, po radiále, i po axiále. Hustá síť na druhou stranu nepříjemně ovlivňuje numerickou stabilitu řešení, zejména při malých radiálních vůlích. Vhodná volba počtu segmentů a kontrolních objemů z pohledu numerické stability řešení byla předmětem dlouhodobého výpočtového modelování.

7 Řešení modelových úloh

Počítačová analýza byla zpracována v prostředí MATLAB. Modelový tlumič měl tyto parametry : délka 0.05 m, vnitřní poloměr $r_1=0.05$ a radiální vůle 1 mm. Hustota oleje 885 kg/m^3 a dynamická viskozita $0.008 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Přídavné účinky byly porovnány s doposud pro popis tlumiče nejpoužívanější Reynoldsovou rovnicí.

Na obr.2 je uvedena závislost m_{11} , což je diagonální člen matice přídavné hmotnosti, na excentricitě. Zápis 611 445 znamená 6 segmentů po obvodu, 1 po radiále, 1 po axiále obdobně 4 řídicí body po obvodu, 4 po radiále, 4 po axiále. Kvantitativní shoda mezi jednotlivými konfiguracemi je zřejmá. Na obr. 3 je ukázána ztráta numerické stability řešení při velkém vymezení vůle, v závislosti na diskretizaci. Optimální hustota sítě byla hledána hlavně s ohledem na numerickou stabilitu a také rychlost výpočtu. Pro danou modelovou úlohu byli stanoveny optimální konfigurace, vykazující numerickou stabilitu až do vymezení vůle do 95%, jenž se liší pro jednotlivé okrajové podmínky. Pro podmínku $\mathbf{c}=\mathbf{0}$ se jeví vhodné všechny konfigurace s lichým počtem řídicích bodů v axiálním směru. Pro další úlohy byla použita konfigurace 611 445. Pro okrajovou podmínku $\mathbf{p}=\mathbf{0}$ to byl sudý počet bodů v axiálním směru. pro další úlohy byla použita konfigurace 611 444.

Na obr. 4,5 je vyneseno srovnání přídavných účinků N-S rovnice a Reynoldsovy rovnice v závislosti na délce tlumiče, pro centrickou polohu. Re rovnice rozlišuje dvě okrajové podmínky pro tlaky, existuje tedy obdobně jako u N-S rovnice tlumič dlouhý a krátký, podrobněji [1], [3]. Z obr. je zřejmá i kvantitativní shoda. Na dalším obr.6 je závislost přídavné hmotnosti na radiální mezeře rovněž pro centrickou polohu. opět je patrná shoda mezi N-S a Re rovnicí. Na dalším obr.7 je uvedena závislost b_{11} na délce a radiální mezeře. Na obr. 8,9 jsou zobrazeny rychlostní profily pro jednotlivé okrajové podmínky, zde je dosaženo dobré shody s Reynoldsovou rovnicí. Obdobně shody je dosaženo i pro tlaková pole. Při vychýlení z centrické polohy je však již zřejmý rozdíl mezi oběma přístupy, zvláště

pro velké vymezení vůle, obr.10. Odlišnosti mezi oběma přístupy mohou být způsobeny různými matematickými a geometrickými modely.

V dalším byla řešena modelová rotorová soustava s tuhostí 6000 N/m, kotoučem o hmotnosti 0.8 kg a tlumičem o parametrech : délka 0.014m, poloměr vnitřního kroužku 0.03m, radiální vůle 0.5 mm, hustota oleje 885 kg/m³ a dynamická viskozita 0.014 Pa.s. Cílem této úlohy je stanovení přídatných účinků a odezvy na základě numerického modelu. A později srovnání těchto přídatných účinků a odezvy soustavy s experimentem provedeným v laboratoři na rotorové soustavě se stejnými parametry.

Na obr.11 je vynesena trajektorie středu hřídele v tlumiči ($p=0$) při přechodovém kmitání této rotorové soustavy s úhlovou rychlostí $\omega=90 \text{ s}^{-1}$, buzení je nevývahou 2g. Na dalším obr.12 je zobrazen časový průběh excentricity středu hřídele v tlumiči.

8 Závěr

V příspěvku je uveden nový teoretický přístup k analýze dynamických vlastností tuhého rotujícího hřídele v reálné tekutině. Přístup vychází z Navier-Stokesovy pohybové rovnice tekutiny. Vhodnou substitucí lze od sebe separovat pohyb tělesa a tekutiny. K analýze dynamických vlastností tekutiny bylo použito Bézierovo těleso, přičemž řešení je provedeno v křivočarých souřadnicích. Uvedená teorie se stala základem pro softwarové zpracování v prostředí MATLAB.

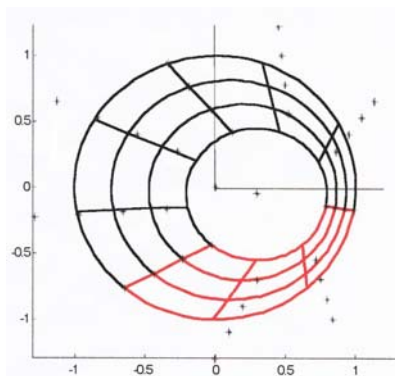
Prezentace řešení modelové úlohy si neklade ze cíl zobecnit výsledky pro všechny typy tlumičů, ale pouze provést dílčí srovnání mezi oběma teoriemi. Bylo zřejmé, že v některých porovnáních byla velká shoda, jindy byly výsledky rozdílné. V dalším bude pozornost zaměřena na stanovení příčin těchto rozdílů. Dále pak bude rovněž provedeno srovnání numerického modelu s experimentem.

9 Použitá literatura

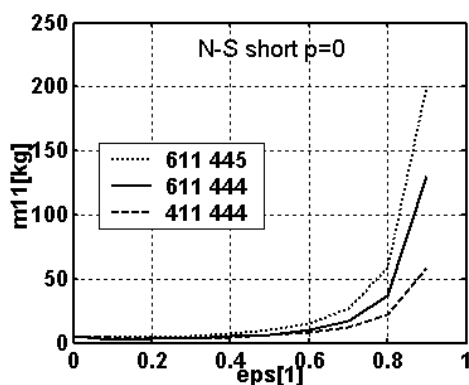
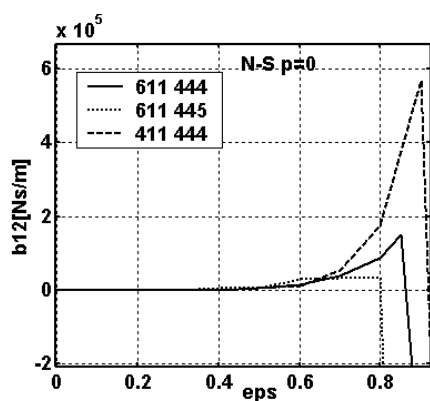
- [1] El-Shafei A., Crandall S. H.: Fluid inertia forces in squeeze film dampers, ASME Rotating machinery and vehicle dynamics, DE-vol.35, 1991, pp.219-228
- [2] Kramer E.: Dynamics of Rotor and Foundations, Springer-Verlag, Berlin, 1993
- [3] El-Shafei, A.: Dynamics of rotor incorporating SFD, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1988
- [4] Malenovský E., Pochylý F. "The rigid body interaction with real liquid. Colloquium „DYNAMICS OF MACHINES 2000“, Institute of termomechanics ASCR, Prague, 2000 Czech republic, pp 121-128
- [5] Malenovský E., Pochylý F.: Computational Modeling of Velocity and Pressure Fields of Squeeze Film Dampers Using Navier-Stokes Eq., Proceedings Part III., Section No 9. Applied Mechanics, pp. 590-595
- [6] Pochylý, F., Malenovský, E., Hlavoň, P.: The nonstationary Motion of the Rigid Body in Real Liquid. 3rd Int. Conference Engineering Aero-Hydroelasticity, Prague, 1999, pp. 346-351
- [7] Malenovský E.: Využití Bézierových entit v mechanice, Inženýrská mechanika , roč.7, 2000, č. 6, str 401-424

10 Poděkování

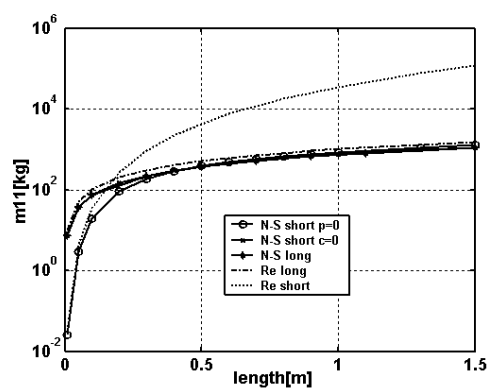
Práce byly vykonány na základě finanční podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy, výzkumným záměrem CEZ: MSM 2600001.



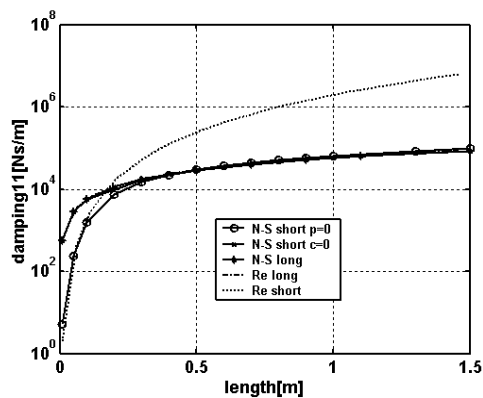
Obr.1 Diskretizace objemu s tekutinou

Obr. 2 Závislost m_{11} na excentricitě diskretizaci

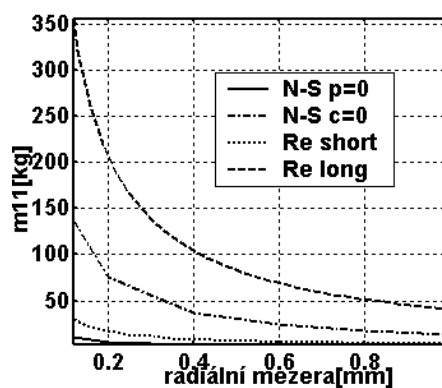
Obr.3 Ztráta numerické stability při velkém vymezení vřle

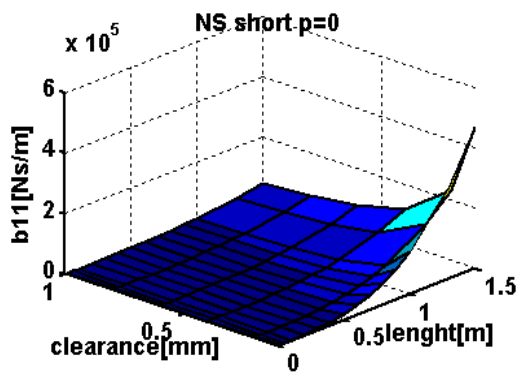


Obr.4 Závislost přídavné hmotnosti (v log. stupnici) na délce

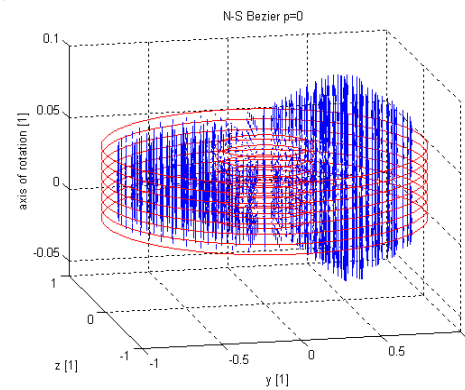


Obr.5 Závislost přídavného tlumení (v log. Stupnici) na délce

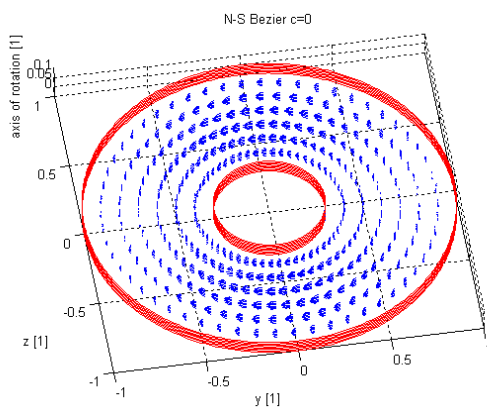
Obr.6 Závislost m_{11} na radiální mezeře



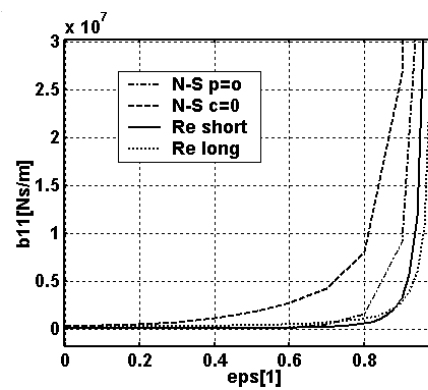
Obr. 7 Závislost přídavného tlumení na geometrii tlumiče



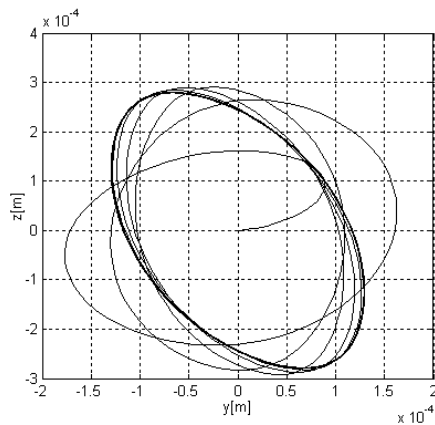
Obr.8 Rychlostní pole ($p=0$)



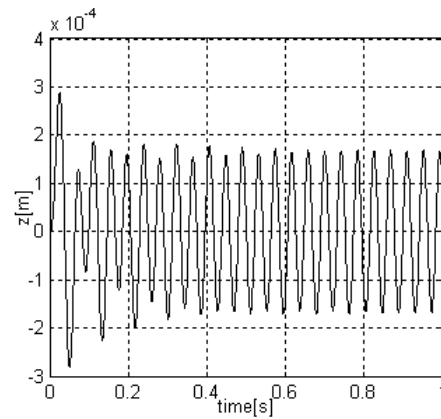
Obr.9 Rychlostní pole ($c=0$) závislosti na excentricitě



Obr.10 Srovnání N-S a Re rovnice v



Obr.11 Trajektorie středu hřídele v tlumiči při $\omega=90 \text{ s}^{-1}$



Obr.12 Průběh excentricity středu hřídele v tlumiči