

INVESTIGATION OF INFLUENCE OF ASYMMETRY IN CASE OF THE VIBRATION OF A RESILIENTLY SUPPORTED PLATE — APPLICATION ON THE VIBRATION OF VEHICLE IV

J. Volek¹, J. Soukup¹, J. Kout²

Summary: *As in case of previous papers published on conference IM 2000, 2001, 2002 the influence of asymmetry at oscillating three-dimensional resiliently beared body, rigid plate, forced by kinematical excitation was investigated. They are compared the fully symmetrical (two axes of symmetry) partly symmetrical (one axis of symmetry, centric symmetry) and the fully asymmetrical cases. The submitted solution is applied on common used method, determination of natural vehicle frequency "comedown from the wedges".*

Při experimentálním vyšetřování základních parametrů vozidel (těžiště, momentů a směrů os setrvačnosti, vlastní frekvence apod.), potřebných pro analýzu dynamiky vozidla bylo zjištěno, že obvyklý předpoklad symetrického uspořádání soustavy, především symetrie pružného uložení a rozložení hmoty nebývá splněn. Vznikla potřeba systematicky vyšetřit vliv nesymetrie při kmitání vozidel, resp. prostorově pružně uloženého tělesa či soustav těles. Jako jeden z konkrétních, praktických důvodů je možno uvést metodiku zkoušky pro zjišťování vlastních frekvencí vozidel, tzv. metodu "shazování s klínů", která se používá od roku 1977 až 79 v některých zkušebnách, jako akreditovaná zkouška. Popis zkoušky dle této metody je stručně uveden v příspěvku [3]. Cílem tohoto příspěvku je posouzení vhodnosti a podmínek použitelnosti této metody při "částečné, respekt. plně" nesymetrii.

Je třeba upozornit, že problém vlivu nesymetrie prostorově pružně uloženého tělesa, resp. prostorové soustavy těles má širší rozsah. Netýká se jen vozidel, ale i např. pružného ukládání strojů a pružné vazby jejich částí. Pro analýzu vlivu nesymetrie bylo jako první přiblížení vyšetřováno kmitání prostorově uložené tuhé desky s ohledem na různé příčiny vyšetřované nesymetrie [1-6] - viz obr.

Při symetrickém uspořádání je kmitání desky při uvažování jen vertikálních posuvů

$$w_i(t) = z(t) + x_i\varphi_y(t) - y_i\varphi_x(t) \quad (1)$$

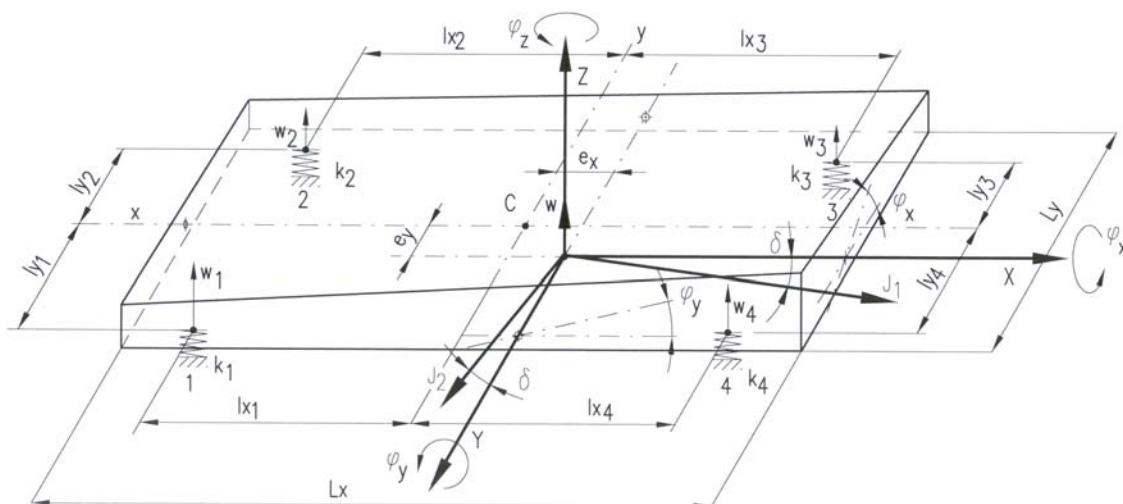
jako soustavy o třech stupních volnosti, popsáno třemi vzájemně nezávislými rovnicemi [1], [2], [3], [4] :

¹ PhDr. Ing. Jan Volek, Ing. Josef Soukup, CSc.: Ústav techniky a řízení výroby, Univerzita J. E. Purkyně Ústí n. L., Na Okraji 1001, 400 96 Ústí n. L., tel. 475 601 191, e-mail: soukupji@utrv.ujep.cz

² Doc. Ing. Jan Kout, CSc.: ČD – Výzkumný ústav železniční, Oblast materiálů a konstrukcí, Novodvorská, 160 98 Praha 4, tel. 224 615 287, fax 224 617 732, e-mail kout@pds.pha.cd.cz

kde $z(t)$ – posuv těžiště – houpání; $\varphi_x(t)$ – pootočení kolem osy x – kolébání;
 $\varphi_y(t)$ – pootočení kolem osy y – kývání

$$\begin{vmatrix} m, & 0, & 0 \\ 0, & J_x, & 0 \\ 0, & 0, & J_y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_x \\ \ddot{\varphi}_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11}, & 0, & 0 \\ 0, & a_{22}, & 0 \\ 0, & 0, & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_z(t) \\ F_x(t) \\ F_y(t) \end{vmatrix} \quad (2)$$



Funkce $F_z(t)$, $F_x(t)$, $F_y(t)$ reprezentují silové nebo kinematické buzení, vzniklé nerovností podložky při pohybu vozidla.

Řešení těchto rovnic při nulových počátečních podmínkách je dáno vztahy [4], [6]

$$z(t) = \frac{1}{m\omega_z} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_z(t-\tau) d\tau$$

$$\varphi_x(t) = \frac{1}{J_x\omega_x} \int_0^t F_x(\tau) \sin\omega_x(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

$$\varphi_y(t) = \frac{1}{J_y\omega_y} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_y(t-\tau) d\tau$$

kde

$$\omega_z^2 = \frac{a_{11}}{m} \quad \omega_x^2 = \frac{a_{22}}{J_x} = \frac{a_{11} \cdot l_y^2}{J_x} \quad \omega_y^2 = \frac{a_{33}}{J_y} = \frac{a_{11} \cdot l_x^2}{J_y} \quad (3a)$$

Při zvoleném souřadnicovém systému funkce $z(t)$ udává vertikální posuv $w_T(t)$ těžiště desky. Výsledný vertikální posuv libovolného bodu i je dán vztahem (1). Případy jen částečné symetrie, respektive nesymetrie vzhledem k osám geometrické nesymetrie vznikají různou kombinací jejich příčin: geometrie uložení desky, různé tuhosti pružin, rozložení hmoty desky – těžiště mimo geometrické centrum, hlavní centrální osy nejsou totožné s osami geometrické symetrie [6]. Charakteristická pro tyto případy je vazba pohybových rovnic, dvě pohybové rovnice jsou simultánní – rovnice jsou vázány buď maticí tuhosti nebo maticí hmotnosti, setrvačnosti, třetí rovnice není vázána na dvojici simultánních rovnic.

Nejjednodušší a pravděpodobně i častý případ nesymetrie je vychýlení těžiště z geometrického centra ve směru osy x o vzdálenost e_x . V tomto případě pohybové rovnice mají tvar

$$\begin{vmatrix} m, & 0, & 0 \\ 0, & J_x, & 0 \\ 0, & 0, & J_y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_x \\ \ddot{\varphi}_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11}, & 0, & a_{13} \\ 0, & a_{22}, & 0 \\ a_{31}, & 0, & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_z(t) \\ F_x(t) \\ F_y(t) \end{vmatrix} \quad (4)$$

$$\text{kde} \quad a_{13} = a_{31} = a_{11}e_x \quad a_{33} = a_{11}(l_x^2 + e_x^2)$$

Řešení nezávislé druhé rovnice pro $\varphi_x(t)$ je dáno druhým vztahem (3). Řešení simultánních rovnic pro $z(t)$ a $\varphi_y(t)$ pro nulové počáteční podmínky [5]

$$\begin{aligned} z(t) &= \frac{\omega_y^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{1}{m\omega_1} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_1(t - \tau) d\tau - \frac{\omega_y^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{1}{m\omega_2} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_2(t - \tau) d\tau - \\ &\quad - \frac{b_{zy}}{J_y(\omega_2^2 - \omega_1^2)} \left[\frac{1}{\omega_1} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_1(t - \tau) d\tau - \frac{1}{\omega_2} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_2(t - \tau) d\tau \right] \\ \varphi_y(t) &= \frac{\omega_z^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{1}{J_y\omega_1} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_1(t - \tau) d\tau - \frac{\omega_z^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{1}{J_y\omega_2} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_2(t - \tau) d\tau - \\ &\quad - \frac{b_y}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)m} \left[\frac{1}{\omega_1} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_1(t - \tau) d\tau - \frac{1}{\omega_2} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_2(t - \tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{kde} \quad \omega_{1,2}^2 = \frac{\omega_z^2 + \omega_y^2}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\omega_y^2 - \omega_z^2}{2}\right)^2 + b_y b_{zy}} \quad b_{zy} = \frac{a_{13}}{m} \quad b_y = \frac{a_{31}}{J_y} \quad (5a)$$

V případě obecné úplné nesymetrie, např. při takovém rozložení hmoty desky – vozidla, kdy těžiště je vychýleno z geometrického centra o vzdálenost e_x a e_y a hlavní osy setrvačnosti jsou natočeny vzhledem k osám geometrické souměrnosti o úhel δ , jsou všechny tři pohybové rovnice simultánní [5]

$$\begin{pmatrix} m, & 0, & 0 \\ 0, & J_x, & -D_{xy} \\ 0, & -D_{yx}, & J_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_x \\ \ddot{\varphi}_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{13} \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{23} \\ a_{31}, & a_{32}, & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_z(t) \\ F_x(t) \\ F_y(t) \end{pmatrix} \quad (6)$$

kde momenty setrvačnosti J_x , J_y , deviační momenty $D_{xy} = D_{yx}$ a prvky matice tuhosti pro uvedený případ

$$\begin{aligned} a_{12} &= a_{21} = a_{11}e_y, & a_{13} &= a_{31} = a_{11}e_x \\ a_{22} &= a_{11}(l_y^2 + e_y^2), & a_{23} &= a_{32} = -a_{11}e_x e_y \\ a_{33} &= a_{11}(l_x^2 + e_x^2) \end{aligned}$$

jsou vstupní veličiny pro určení parametrů (amplitud a frekvencí) řešené soustavy pohybových rovnic (6) pro nulové počáteční podmínky [5]

$$\begin{aligned} z(t) &= \frac{B_{zz0}}{m\omega_z} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_z(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \frac{B_{zzi}}{m\omega_i} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau - \\ &\quad - \frac{B_{zxo}}{J_x\omega_z} \int_0^t F_x(\tau) \sin\omega_z(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \frac{B_{zxi}}{J_x\omega_i} \int_0^t F_x(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau - \\ &\quad - \frac{B_{zyo}}{J_y\omega_z} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_z(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \frac{B_{zyi}}{J_y\omega_i} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi_x(t) &= \frac{1}{1-A_\delta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_{xxi}}{J_x\omega_i} \int_0^t F_x(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \frac{A_{xyi}}{J_y\omega_i} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^3 \frac{A_{xzi}}{m\omega_i} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi_y(t) &= \frac{1}{1-A_\delta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_{yyi}}{J_y\omega_i} \int_0^t F_y(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \frac{A_{xyi}}{J_x\omega_i} \int_0^t F_x(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^3 \frac{A_{yzi}}{m\omega_i} \int_0^t F_z(\tau) \sin\omega_i(t-\tau) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

kde $A_\delta = A_{x\delta} \cdot A_{y\delta}$; $A_{x\delta} = \frac{D_{xy}}{J_x}$; $A_{y\delta} = \frac{D_{yx}}{J_y}$

a $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2$ jsou reálné kořeny rovnice $\omega^6 - A_4\omega^4 + A_2\omega^2 - A_0 = 0$ jejíž koeficienty A_4, A_2, A_0 jsou funkcemi prvků matice tuhosti a matice hmotnosti.

$$A_4 = \frac{1}{1-A_\delta} \left(\frac{a_{22}}{J_x} + \frac{a_{33}}{J_y} + \frac{a_{23}}{J_x} A_{y\delta} + \frac{a_{32}}{J_y} A_{x\delta} \right) + \frac{a_{11}}{m}$$

$$A_2 = \frac{1}{1-A_\delta} \left(\frac{a_{22}}{J_x} + \frac{a_{33}}{J_y} + \frac{a_{11}}{m} \frac{a_{23}}{J_y} + \frac{a_{11}}{m} \frac{a_{22}}{J_x} - \frac{a_{23}}{J_x} \frac{a_{33}}{J_y} + \frac{a_{11}}{m} \frac{a_{23}}{J_x} A_{y\delta} + \frac{a_{11}}{m} \frac{a_{32}}{J_y} A_{x\delta} - \frac{a_{12}}{m} \frac{a_{21}}{J_x} - \frac{a_{13}}{m} \frac{a_{31}}{J_y} - \frac{a_{13}}{m} \frac{a_{31}}{J_x} A_{y\delta} - \frac{a_{12}}{m} \frac{a_{31}}{J_y} A_{x\delta} \right)$$

(10)

$$A_0 = \frac{1}{1-A_\delta} \left(\frac{a_{11}}{m} \cdot \frac{a_{22}}{J_x} \cdot \frac{a_{33}}{J_y} - \frac{a_{11}}{m} \cdot \frac{a_{23}}{J_x} \cdot \frac{a_{32}}{J_y} - \frac{a_{12}}{m} \cdot \frac{a_{22}}{J_x} \cdot \frac{a_{31}}{J_y} - \frac{a_{12}}{m} \cdot \frac{a_{21}}{J_x} \cdot \frac{a_{33}}{J_y} + \frac{a_{13}}{m} \cdot \frac{a_{21}}{J_x} \cdot \frac{a_{32}}{J_y} + \frac{a_{12}}{m} \cdot \frac{a_{23}}{J_x} \cdot \frac{a_{31}}{J_y} \right)$$

Koeficienty A_{ijk} a B_{ijk} jsou dány vztahy [5]

$$A_{xx1} = \frac{(\omega_l^2 + \omega_z^2)(\omega_l^2 - \omega_y^2) - b_y b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xy1} = \frac{(\omega_l^2 - \omega_z^2)(\omega_l^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2) + b_x b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xx2} = -\frac{(\omega_2^2 + \omega_z^2)(\omega_2^2 - \omega_y^2) - b_y b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xy2} = -\frac{(\omega_2^2 - \omega_z^2)(\omega_2^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2) + b_x b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xx3} = \frac{(\omega_3^2 + \omega_z^2)(\omega_3^2 - \omega_y^2) - b_y b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xy3} = \frac{(\omega_3^2 - \omega_z^2)(\omega_3^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2) + b_x b_{zy}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xz1} = \frac{b_x(\omega_l^2 - \omega_y^2) + b_y(\omega_l^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{yx1} = \frac{(\omega_l^2 - \omega_z^2)(\omega_l^2 \cdot A_{y\phi} + \omega_{yx}^2) + b_y b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xz2} = -\frac{b_x(\omega_2^2 - \omega_y^2) + b_y(\omega_2^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{yx2} = -\frac{(\omega_2^2 - \omega_z^2)(\omega_2^2 \cdot A_{y\phi} + \omega_{yx}^2) + b_y b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{xz3} = \frac{b_x(\omega_3^2 - \omega_y^2) + b_y(\omega_3^2 \cdot A_{x\phi} + \omega_{xy}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{yx3} = \frac{(\omega_3^2 - \omega_z^2)(\omega_3^2 \cdot A_{y\phi} + \omega_{yx}^2) + b_y b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{yy1} = \frac{(\omega_l^2 - \omega_z^2)(\omega_l^2 - \omega_x^2) + b_x b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

$$A_{yz1} = \frac{b_y(\omega_l^2 - \omega_x^2) + b_x(\omega_l^2 \cdot A_{y\phi} + \omega_{yx}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_l^2)(\omega_2^2 - \omega_l^2)}$$

(11)

$$\begin{aligned}
A_{yy2} &= -\frac{(\omega_2^2 - \omega_z^2)(\omega_2^2 - \omega_x^2) + b_x b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_1^2)} & A_{yz2} &= -\frac{b_y(\omega_2^2 - \omega_x^2) + b_x(\omega_2^2 A_{y\varphi} + \omega_{yx}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_2^2 - \omega_1^2)} \\
A_{yy3} &= \frac{(\omega_3^2 - \omega_z^2)(\omega_3^2 - \omega_x^2) + b_x b_{zx}}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_1^2)} & A_{yz3} &= \frac{b_y(\omega_3^2 - \omega_x^2) + b_x(\omega_3^2 A_{y\varphi} + \omega_{yx}^2)}{(\omega_3^2 - \omega_2^2)(\omega_3^2 - \omega_1^2)} \\
B_{zzi} &= \frac{b_{zx} A_{xzi} + b_{zy} A_{yzi}}{(1 - A_\varphi)(\omega_i^2 - \omega_z^2)} & B_{zzo} &= 1 - \sum_{i=1}^3 B_{zzi} \\
B_{zxi} &= \frac{b_{zx} A_{xxi} + b_{zy} A_{yxi}}{(1 - A_\varphi)(\omega_i^2 - \omega_z^2)} & B_{zxo} &= \sum_{i=1}^3 B_{zxi} \\
B_{zyi} &= \frac{b_{zx} A_{xyi} + b_{zy} A_{yyi}}{(1 - A_\varphi)(\omega_i^2 - \omega_z^2)} & B_{zyo} &= \sum_{i=1}^3 B_{zyi}
\end{aligned} \tag{12}$$

Porovnáním vztahů pro výpočet hledaných funkcí uvádíme tři případy – symetrický, částečně symetrický, úplně nesymetrický – pro posuv těžiště $z(t)$ rovnice (3), (5), (7) pro pootočení kolem osy x - $\varphi_x(t)$ rovnice (3), (8) a pootočení kolem osy y - $\varphi_y(t)$ rovnice (3), (5), (9) je zřejmý principiální rozdíl popisu jednotlivých dílčích pohybů a tím větší rozdíl při popisu obecného bodu i – rovnice (1).

To lze demonstrovat na nejjednodušším případě kinematického buzení – všechna čtyři kola současně se skokem sníží o výšku klínu h_0 , pak $h(t) = -h_0 H(t)$, kde $H(t)$ je Heavisideova funkce.

Symetrický případ	$z(t) = -h_0(1 - \cos \omega_z t)$	$F_z(t) = a_{11} h(t)$
	$\varphi_x(t) = 0$	$F_x(t) = 0$
	$\varphi_y(t) = 0$	$F_y(t) = 0$

Částečně symetrický případ	$e_x \neq 0;$	$e_y = 0;$	$\delta = 0;$
	$F_z(t) = a_{11} h(t);$	$F_x(t) = 0;$	$F_y(t) = 0$

$$z(t) = \frac{-h_0 \omega_z^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \left\{ \left[\left(\frac{\omega_y}{\omega_1} \right)^2 - 1 + \left(\frac{\omega_z}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{e_x}{i_y} \right)^2 \right] (1 - \cos \omega_1 t) - \left[\left(\frac{\omega_y}{\omega_2} \right)^2 - 1 + \left(\frac{\omega_z}{\omega_2} \right)^2 \left(\frac{e_x}{i_y} \right)^2 \right] (1 - \cos \omega_2 t) \right\}$$

$$\varphi_x(t) = 0$$

$$\varphi_y(t) = -\frac{\omega_z^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \cdot \frac{e_x h_0}{i_y^2} \left\{ \left[2 \left(\frac{\omega_z}{\omega_1} \right)^2 - 1 \right] (1 - \cos \omega_1 t) - \left[2 \left(\frac{\omega_z}{\omega_2} \right)^2 - 1 \right] (1 - \cos \omega_2 t) \right\}$$

Úplně nesymetrický případ $e_x \neq 0; \quad e_y \neq 0; \quad \delta \neq 0;$
 $F_z(t) = a_{11} h(t); \quad F_x(t) = a_{11} e_y h(t);$
 $F_y(t) = -a_{11} e_x h(t)$

$$z(t) = -h_0 \left\{ \left[B_{zxo} - B_{zxo} \frac{e_y}{i_x^2} + B_{zxo} \frac{e_x}{i_y^2} \right] (1 - \cos \omega_z t) + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\omega_z}{\omega_i} \right)^2 \left[B_{zzi} + B_{zxi} \frac{e_y}{i_x^2} - B_{zxi} \frac{e_x}{i_y^2} \right] (1 - \cos \omega_i t) \right\}$$

$$\varphi_x(t) = -\frac{h_0}{1 - A_\delta} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\omega_z}{\omega_i} \right)^2 \left[A_{yxi} \frac{e_y}{i_x^2} - A_{xyi} \frac{e_x}{i_y^2} + A_{xzi} \right] (1 - \cos \omega_i t)$$

$$\varphi_y(t) = -\frac{h_0}{1 - A_\delta} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\omega_z}{\omega_i} \right)^2 \left[A_{yxi} \frac{e_y}{i_x^2} - A_{yyi} \frac{e_x}{i_y^2} + A_{yzi} \right] (1 - \cos \omega_i t)$$

V případě metody shazování s klínů – popis metody [3] - vozidlo najíždí velmi malou rychlostí na klíny položené na koleji. Kmitavý pohyb vozidla nastává po přejezdu klínu, tj. po dopadu kola na kolej z výšky klínu. Různé rozložení klínů je voleno tak, aby po přejezdu vznikalo takové kmitání vozidla, při kterém by časový průběh posuvu nebo zrychlení snímány v některém bodě rámu vozidla [3] umožňoval určit frekvenci kmitání. Mohou nastat následující případy (dvounápravový vůz)

- 1 – vozidlo přejíždí čtyři klíny současně všemi čtyřmi koly, tj. místy vypružení
- 2 – vozidlo přejíždí dva klíny koly jedné nápravy
- 3 – vozidlo přejíždí dva klíny na jedné straně vozidla, umístěné na jedné kolejnici, současně dvěma koly.

Umístění snímačů v podélné a příčné ose vozidla jsou časové průběhy různě slučovány s cílem získat časový průběh odděleně pro $z(t)$, $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$ což má umožnit stanovení vlastních frekvencí jednotlivých pohybů kmitání vozidla.

Je zřejmé, že tato metoda „shazování s klínů“ je použitelná zásadně jen pro dvounápravové vozy, jen s primárním vypružením a to jen v případě symetrického uspořádání. Znamená to, před každým vyšetřováním vlastních frekvencí je nutno zjistit souřadnice těžiště, hlavní osy setrvačnosti a jim odpovídající momenty, konstanty tuhosti a vypružení a jejich geometrii.

Literatura :

- [1] Volek J., Kočí,K., Litomyský, P. : Investigation of the influence of asymetry in case of the vibration of a resiliently suported plate – application on the vibration of vehicle
Inženýrská mechanika 2000, Svratka
- [2] Volek J., Kočí,K., Husák, J. : Investigation of the influence of asymetry in case of the vibration of a resiliently suported plate – application on the vibration of vehicle II
Inženýrská mechanika 2001, Svratka
- [3] Volek J., Kočí,K., Litomyský, P. : Investigation of the influence of asymetry in case of the vibration of a resiliently suported plate – application on the vibration of vehicle III
Inženýrská mechanika 2002, Svratka
- [4] Volek J., : Vliv nesymetrie pružně uložené tuhé desky při volném kmitání
Bulletin vědeckých, výzkumných a pedagogických prací ústavu za rok 2000
Ústav techniky a řízení výroby UJEP Ústí n. L., 2001
- [5] Volek J., : Pohybové rovnice vynuceného kmitání prostorově pružně uloženého tělesa s obecným budícím zatížením, s vlivem tlumení a s ohledem na vliv nesymetrie uložení a rozložení hmoty.
Bulletin vědeckých, výzkumných a pedagogických prací ústavu za rok 2001
Ústav techniky a řízení výroby UJEP Ústí n. L., 2002
- [6] Volek J., : Řešení soustavy nehomogenních diferenciálních rovnic 2. řádu kmitání prostorově pružného uloženého tuhého tělesa, vynuceného obecným budícím zatížením. Řešení nehomogenní diferenciální rovnice 4. řádu, kmitání tenké elastické izotropní desky, vynuceného obecnou budící silou. Pohybové rovnice vynuceného kmitání prostorově pružně uloženého tělesa s obecným budícím zatížením, s vlivem tlumení a s ohledem na vliv nesymetrie uložení a rozložení hmoty.
Bulletin vědeckých, výzkumných a pedagogických prací ústavu za rok 2001
Ústav techniky a řízení výroby UJEP Ústí n. L., 2002
- [7] Volek J., : Řešení soustavy tří simultánních diferenciálních rovnic 2. řádu kmitání prostorově pružně uloženého tuhého tělesa, vyvolané obecným budícím zatížením.
Bulletin vědeckých, výzkumných a pedagogických prací ústavu za rok 2001
Ústav techniky a řízení výroby UJEP Ústí n. L., 2002