

ANALYSIS OF OPTIMIZATION POSSIBILITY OF RELIABILITY TESTING FROM THE ASPECT OF THEIR REALIZATION'S COSTS

J. Špetl*

Summary: *The paper deals with the actual problem in the field of dependability - the economics aspects of reliability testing. The paper points on input costs analysis connected with reliability testing, mathematical model of costs, formulas for optimal reliability test, choice of optimal tests selection criteria and at the end the paper discuss the design of procedure for reliability tests costs optimization.*

1. Úvod

Jako důvod provádění zkoušek spolehlivosti je v dnešní době uváděn požadavek výrazného zvýšení spolehlivosti výrobků z hlediska úspory velkého množství materiálních, energetických a lidských hodnot. V dnešní době se všeobecně uznává, že o úrovni spolehlivosti se rozhoduje již v etapách, které předchází samotné výrobě daného výrobku. Potřeba provádět zkoušky spolehlivosti se však nedotýká pouze etapy vývoje, ale v různých souvislostech je potřeba provést a vyhodnotit zkoušku spolehlivosti v kterékoli etapě života výrobku. K tomuto účelu musí být vypracovány konkrétní postupy zkoušek a to jak pro celé výrobky, tak pro jejich jednotlivé části.

Z těchto uvedených důvodů plyne také nutnost vyvinout metody pro návrh *optimálního rozsahu zkoušek*. Optimálním rozsahem zkoušky se zde rozumí taková kombinace počtu zkoušených výrobků n a doby trvání zkoušky t , která vyhovuje definovanému kritériu optimalizace.

* Ing. Jiří Špetl: Katedra bojových a dopravních vozidel, Vojenská akademie v Brně; Kounicova 65; 612 00 Brno; tel.: +420.541 183 547, fax.: +420.541 183 420; e-mail: spetljiri@seznam.cz

Kritéria stanovení optimálního rozsahu zkoušek spolehlivosti je možné spatřovat hlavně v těchto aspektech :

- a) optimální *doba* zkoušení t ;
- b) optimální *počet* zkoušených výrobků n ;
- c) optimální *konfidenční úroveň* zkoušky C (nebo α , β pro ověřovací zkoušky);
- d) optimální *náklady na realizaci* zkoušky N_{min} (N_{max} , ...).

Každý z těchto aspektů vnáší do problematiky zkoušení vlastní problémy, ale *náklady na realizaci zkoušek spolehlivosti* a možnost jejich optimalizace vidím v dnešní době jako nejdůležitější aspekt ovlivňující samotnou problematiku zkoušek spolehlivosti.

2. Analýza nákladů spojených s realizací zkoušek spolehlivosti

Po důkladné analýze dostupných materiálů jsem dospěl k závěru, že součet celkových nákladů vynaložených na přípravu a samotné provedení zkoušky spolehlivosti se může skládat z těchto dílčích nákladů :

- náklady na výrobu potřebného množství zkoušených výrobků;
- náklady na výrobu speciálních jednoúčelových zkušebních strojů a zařízení;
- přímé provozní náklady spojené se zabezpečením provozu zkušebny (po dobu trvání zkoušky). Sem obvykle dále řadíme :
 - a) náklady na provoz zkušebny a zkušebního zařízení;
 - b) náklady na obsluhu a údržbu;
 - c) náklady na energii případně pohonné hmoty apod.;
- náklady na opravy a údržbu zkoušených výrobků v průběhu zkoušky;
- náklady v podobě „*bonusů*“ a „*postihů*“ za předčasné nebo opožděné dodání výsledků zkoušky;
- další případné náklady, které se zkouškou spolehlivosti mohou nastat (doprava, manipulace, organizační prostoje zkušebny, atd.).

Tyto jednotlivé složky celkových nákladů můžeme ovlivnit volbou většího počtu výrobků zkoušených kratší dobu nebo naopak volbou menšího počtu výrobků zkoušených delší dobu.

Pro optimalizaci tohoto problému – nalezení takové kombinace počtu zkoušených výrobků a zkušební doby je také nutné zvolit zkušební plán jednotlivé zkoušky tak, aby byly

celkově vynaložené náklady na zkoušku minimální při zachování požadované (předem zvolené) přesnosti výsledku zkoušky.

K účelů řešení tohoto projektu budu uvažovat tyto čtyři základní typy zkušebních plánů :

- 1) t – plány, kdy se pozorování při zkoušce ukončí po uplynutí určité předem dané doby, a kde náhodnou veličinou je počet poruch r , který nastane za dobu trvání zkoušky. Potom dále rozlišujeme jestli se porušené prvky:

- a) nahrazují novými $[n,R,t]$;
- b) nebo nenahrazují $[n,U,t]$.

- 2) r – plány, kdy se pozorování při zkoušce ukončí po nastoupení určitého počtu poruch, a kde náhodnou veličinou je doba trvání zkoušky t . Zde také rozlišujeme, jestli se porušené prvky:

- a) nahrazují novými $[n,R,t]$;
- b) nebo nenahrazují $[n,U,t]$.

Existují ještě další typy zkušebních plánů, ale v úvahu budu brát jen tyto hlavní typy především z praktického hlediska.

3. Návrh matematických modelů nákladů

Návrh jednoduchého modelu nákladů

Jednoduchý model můžeme zformulovat tehdy, když uvažujeme pouze tyto následující složky nákladů:

N_1náklady spojené s výrobou jednoho výrobku určeného pro zkoušku, kde po ukončení zkoušky neuvažujeme žádnou zbytkovou hodnotu neporušených výrobků;

N_2náklady spojené s dobou zkoušení (nejčastěji jednotkou doby zkoušení). Jedná se o měrné náklady na zkoušku, které jsou vázané na jednotku doby provozu zkušebny.

Podle této úvahy můžeme použít následující jednoduchý model pro celkové náklady N_C vynaložených na zkoušku n výrobků:

$$N_C = N_1 \cdot E(n) + N_2 \cdot E(t) \quad (1)$$

Kde : $N_1 \cdot E(n)$ jsou střední očekávané náklady spojené s výrobou jednoho výrobku;

$N_2 \cdot E(t)$ jsou střední očekávané náklady spojené s dobou zkoušení.

Tento jednoduchý model neuvažuje náklady na zhotovení speciálního zkušebního zařízení, náklady na opravu a údržbu výrobků a zkušebního zařízení, náklady na bonusy/penále za zkrácení/zpoždění zkoušky atd.

Optimální rozsah zkoušky:

Chceme nalézt takové n_U^r (resp. n_R^r) nebo n_U^t (resp. n_R^t), které minimalizuje očekávanou hodnotu celkových nákladů na zkoušku $E(N_C)$, kterým je určen optimální rozsah zkoušky. Pro toto použijeme metody nalezení extrému (minima) účelové funkce takto:

$$\frac{dN_C^R}{dn} = 0 \quad \text{resp.} \quad \frac{dN_C^U}{dn} = 0 \quad (2)$$

odkud dále vyjádříme optimální počet zkoušených prvků, který označíme symbolicky \bar{n}_R resp. \bar{n}_U

a) pro \mathbf{r} – plán s náhradou prvků

$$\bar{n}_R = \sqrt{\Theta r_0 \frac{N_2}{N_1}} \quad (3)$$

b) pro \mathbf{r} – plán bez náhrady prvků

$$\bar{n}_U = \frac{1}{2}(r_0 - 1) + \sqrt{4 \cdot \Theta \cdot r_0 \cdot \frac{N_2}{N_1} + r_0^2} \quad (4)$$

Skutečný počet zkoušených prvků n se zvolí ze dvou nejbližších hodnot celých čísel pro které jsou náklady menší. Podobně je možno odvodit i vztahy pro t - plány.

Návrh složitějšího modelu nákladů

Při uvážení složitějšího (reálnějšího) modelu nákladů, který proti jednoduchému modelu bude uvažovat i náklady spojené s údržbou a opravou porušených prvků během zkoušky a dále náklady na bonusy/postihy za předčasné/opožděné ukončení zkoušky, případně další složky nákladů, které se ukáží jako významné, budu uvažovat model nákladů v tomto tvaru:

$$N_C = (N_F + N_D) \cdot n + N_0 \cdot E(t) + N_R \cdot E(r) + N_{BP} (E(t) - t_0) + N' \quad (5)$$

Kde jednotlivé výrazy vyjadřují:

npočet zkoušených výrobků;

tdoba trvání zkoušky (pokud je dopředu zadanou veličinou);

- rpočet porušených prvků (pokud je dopředu zadanou veličinou);
- t_0doba vymezená pro zkoušku;
- $E(t)$očekávaná doba trvání zkoušky (pokud je náhodnou veličinou);
- $E(r)$očekávaný počet porušených prvků ve zkoušce (pokud je náhodnou veličinou);
- N_Ccelkové náklady na přípravu, provedení a ukončení zkoušky;
- N_Fnáklady na zhotovení jednoho zkoušeného výrobku;
- N_Dnáklady na 1 zkoušený výrobek, které je nutné vynaložit v průběhu zkoušky v důsledku degradace jeho vlastností;
- N_0jednotkové provozní náklady na zkušebnu, které zahrnují např. materiál, energii, mzdy obsluhy, apod., v případě, že jsou vztaženy na jednotku doby provozu zkušebny;
- N_Rnáklady na opravu porušeného prvku nebo náhradu za nový prvek;
- N_{BP}jednotkové náklady na bonusy (zkrácení) nebo penále (prodloužení) doby trvání zkoušky, které jsou obvykle vztaženy na jednotku doby zkoušení;
- N'obecné konstantní náklady, které neovlivňují optimální řešení.

4. Optimální návrh zkoušky

Pro optimalizační problém budu uvažovat kritériální funkci A (míru přesnosti odhadu intenzity poruch) v tomto tvaru:

$$A = E\left(\frac{\bar{I} - I}{I}\right) = f(g, I, n, t, r) \quad (6)$$

a dále cílovou (účelovou) funkci B (míru očekávaných celkových nákladů) v tomto tvaru:

$$B = E(N_C) = g(I, n, t, r) \quad (7)$$

Optimalizační problém, který je dán rovnicemi (6) a (7) se bude řešit jednotlivě pro každý ze čtyř uvažovaných zkušebních plánů a to pro: $[n, R, r_0]$, $[n, U, r_0]$, $[n, R, t_0]$ a pro $[n, U, t_0]$.

Na začátku řešení zvolíme kritériální funkci A , která je závislá na typu zkušebního plánu (r -plány nebo t -plány), kde dále pro dané γ musíme určit r_0 (pro r -plány) nebo $\Delta = \lambda n t$ (pro t -plány).

U r -zkušebních plánů je relativní šířka konfidenčního intervalu A (přesnost odhadu intenzity poruch λ) nezávislá na n a λ . Nezávisí ani na počtu prvků, které jsou zařazeny na začátku zkoušky ani na rychlosti jejich porušování avšak závisí na předem známé pevně dané

hodnotě r_0 (resp. $2r_0$ počtu stupňů volnosti pro určení hodnoty χ^2). Náhodnou veličinou je doba trvání zkoušky t do výskytu r_0 poruch, což však přesnost odhadu neovlivní.

U t -zkušebních plánů je přesnost odhadu závislá na počtu stupňů volnosti $(2r + 2)$, kde r je u t -plánů náhodnou veličinou. Přesnost odhadu závisí na n a λ , protože při daném λ dojde u většího počtu zkoušených výrobků n za t_0 k většímu počtu poruch a tím je i větší $(2r + 2)$ a tím i vyšší přesnosti odhadu.

Určení optimálního počtu zkoušených výrobků

Optimální rozsahy zkušebního vzorku n_{opt} můžeme určit z cílových funkcí z tabulky (Holub, 1994). Vyjdeme z rovnice (2) odkud najdeme n_{opt} pro jednotlivé uvažované plány:

a) Pro plán $[n, R, r_0]$ můžeme podle rovnice (5) napsat:

$$E(N_C) = (N_F + N_D) \cdot (n + r_0 - 1) + N_0 \frac{r_0}{In} + N_r (r_0 - 1) + N_{BP} \left(\frac{r_0}{In} - t_0 \right)$$

a dále

$$\frac{dE(N_C)}{dn} = (N_F + N_D) - N_0 \frac{r_0}{In^2} - N_{BP} \frac{r_0}{In^2} = 0$$

odkud optimální počet zkoušených výrobků bude :

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{r_0}{I} \cdot \frac{N_0 + N_{BP}}{N_F + N_D}} \quad (8)$$

b) Pro plán $[n, U, r_0]$ můžeme podle rovnice (5) napsat:

$$E(N_C) = (N_F + N_D) \cdot n + N_0 \frac{1}{I} \sum_1^r \frac{1}{n-i+1} + N_R \cdot r + N_{BP} \left(\frac{1}{I} \sum_1^r \frac{1}{n-i+1} - t_0 \right)$$

kde po úpravě dostaneme:

$$n_{opt} = \frac{1}{2} \left(r_0 - 1 + \sqrt{r_0^2 + \frac{4 \cdot (N_0 + N_{BP})}{N_F + N_D} \cdot \left(\frac{r_0}{I} \right)} \right) \quad (9)$$

c) Pro plán $[n, U, t_0]$ můžeme podle rovnice (5) napsat, že n_{opt} po úpravě bude:

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{\Delta}{I} \cdot \frac{N_0 + N_{BP}}{N_F + N_D}} \quad (10)$$

což stejně tak platí i pro poslední uvažovaný typ zkušebních plánů $[n, R, t_0]$.

Skutečné (vlastní) náklady, které vynaložíme na zkoušku spolehlivosti jsou dány uvažovaným modelem nákladů, když v něm však zanedbáme N_{BP} , protože tyto náklady nepředstavují bezprostřední náklady nutné k provedení zkoušky, ale jsou pouze ekonomickým efektem, který ovlivňuje celkovou hodnotu nákladů zkoušky. Tu také můžeme zlepšit formou bonusů (při dobře provedené zkoušce) nebo zhoršit formou postihů (při špatně organizované a provedené zkoušce). Skutečné náklady (bez N_{BP}) představují náklady, které musí být vynaloženy vždy, když chceme zkoušku připravit a realizovat bez ohledu na termín jejího ukončení. Protože tyto náklady závisí na době trvání zkoušky a mění se případ od případu, jsou náhodnou veličinou a můžeme u nich stanovit jak jejich očekávanou hodnotu $E(N_C)$, tak i směrodatnou odchylku $\sigma(N_C)$.

5. Určení výběrových kritérií optimální zkoušky

V očekávané hodnotě nákladů na zkoušku $E(N_C)$, uvedené v tabulce viz. (Holub,1994) můžeme spatřovat dobré kritérium pro nalezení optimálního rozsahu zkoušky n_{opt} v případě zkušebního plánu jednoho typu, tzn. v případě, kdy nemáme možnost volby více typů zkušebních plánů. Nemusí však být nejvhodnějším kritériem v případě, když máme možnost volby mezi několika typy různých zkušebních plánů, kdy např. v tabulce viz. (Holub,1994) je vidět, že rozptyl hodnot celkových nákladů se může značně lišit pro *t-plány* od rozptylů pro *r-plány*. Toto závisí na rozdílech ve složkách nákladů N_0 a N_R a dále na hodnotách n , λ a t . Proto je vhodnější zavést a rozlišovat tři případy kritérií pro výběr nejvhodnějšího zkušebního plánu a to tyto následující:

- 1) Očekávané celkové náklady na zkoušku $E(N_C)$;
- 2) Směrodatnou odchylku celkových nákladů $\sigma(N_C)$;
- 3) Očekávanou hodnotu nákladů a současně velikost směrodatné odchylky nákladů $E(N_C) \cap \sigma(N_C)$.

Výběr optimálního plánu, který minimalizuje $E(N_C)$

Pro výběr optimálního plánu (z již dříve čtyř uvažovaných), který minimalizuje celkové náklady N_C použijeme výpočtových vztahů, které jsou uvedené v tabulkách viz. (Holub,1994).

Výpočtové vztahy pro n_{opt} , $E(N_C)$ a $\sigma(N_C)$ závisí na r a Δ . Obě veličiny ale také závisí na hodnotě kritériální funkce A a na požadované konfidenční úrovni výsledku zkoušky.

Z obecného hlediska nelze proto optimální plán dopředu jednoznačně vybrat. Výběr plánu je závislý na konkrétním zadání zkoušky - na vstupních hodnotách a rozhodující roli potom hraje hodnota kritériální funkce A , konfidenční úroveň a dále na nich závislé hodnoty r resp. Δ . Teprve potom je možno pro jednotlivé zkušební plány určit celý průběh závislosti $E(N_C)$ na n a určit $E(N_C)_{min}$ a to pro jednotlivé typy zkušebních plánů. Nakonec se vybere ten, který udává hodnotu:

$$[\min E(N_C)_{min}]_{[n,U,r];[n,R,r];[n,U,r];[n,R,r]} \quad (11)$$

Výběr optimálního plánu, který minimalizuje $\sigma(N_C)$

Zkušenosti z praxe poukazují na to, že jak r -plány, tak i t -plány někdy udávají pro zadanou hodnotu kritériální funkce A pro stejnou konfidenci $(1-\gamma)$ přibližně stejnou hodnotu n_{min} . V těchto případech můžeme použít jako kritéria výhodnosti toho daného plánu minimální hodnotu směrodatné odchylky celkových nákladů $\sigma(N_C)_{min}$. Rozhodující jsou potom údaje v tabulce viz. (Holub,1994), z nichž plyne skutečnost, že $\sigma(N_C)$ závisí na r resp. Δ a dále na složkách nákladů N_0 a N_R .

Jestliže při samotném výpočtu z kritériální funkce A vyjdou přibližně stejné hodnoty r a Δ , potom pro optimální plány platí následující podmínky:

- a) pro t -plány $\frac{N_0}{In} \rangle N_R$;
- b) pro r -plány $\frac{N_0}{In} \langle N_R$.

Výběr optimálního plánu, který minimalizuje $E(N_C) \cap \sigma(N_C)$

Takový zkušební plán, který může nalézt kombinaci předchozích kritérií a postupů výběru s uvážením výsledků pro všechny uvažované zkušební plány.

6. Návrh postupu optimalizace nákladů

Samotný postup optimalizace nákladů je rozdělen do několika po sobě jdoucích bodů, které by měly být postupně plněny. Jedná se o tyto následující:

- 1) musíme znát jednotlivé vstupy pro daný model nákladů, které představují potřebné údaje např. cenu provozu zkušebny za určité období (včetně obsluhy, el. energie, apod.) z které si vyjádříme jednotkové provozní náklady na zkušebnu N_0 nebo jednotkové náklady na bonusy/penále N_{BP} ;
- 2) musíme znát další nákladové položky jako např.: náklady na zhotovení jednoho kusu zkoušeného výrobku N_F , tzv. vícenáklady na jeden zkoušený výrobek N_D , které je nutno vynaložit v průběhu zkoušky obvykle jako důsledek degradace jeho vlastností, náklady na opravu porušeného prvku nebo náhradu za nový prvek N_R a okamžik ukončení zkoušky t_0 , který určuje zákazník;
- 3) musíme znát požadavky na přesnost výsledku – zvolit kritériální funkci A ;
- 4) musíme optimálně navrhnout zkoušku, tzn. určit r_0 pro r – zkušební plány a Δ pro t – zkušební plány, kde potom pro jednotlivé zkušební plány $[n, R, r_0]$, $[n, U, r_0]$, $[n, R, t_0]$ a $[n, U, t_0]$ vypočítáme z rovnic (8, 9, 10) hodnoty n_{opt} . Dále musíme uvážit střední hodnotu celkových nákladů jako výběrové kritérium a porovnáme jednotlivé hodnoty n_{opt} pro jednotlivé zkušební plány, kde potom z optimálního vybraného plánu určíme celkovou dobu zkoušení;
- 5) nakonec musíme určit optimální náklady vynaložené na zkoušku, kdy při použití vztahů z tabulky viz. (Holub, 1994) pro $E(N_C)_{min}$ (a zanedbání N_{BP} , které netvoří vynaložené náklady) a dále dosazení konkrétních hodnot pro jednotlivé zkušební plány získáme jednotlivé hodnoty $E(N_C)_{min}$, které vzájemně porovnáme a určíme jaký je nejvýhodnější zkušební plán z hlediska minimálních očekávaných nákladů a zároveň i z hlediska minimálního počtu zkoušených výrobků.

7. Závěr

Příspěvek vychází z části řešení grantu, který autor řešil na svém pracovišti z důvodu aktuálních potřeb AČR. Výsledky řešení mohou nalézt široké uplatnění ve vývojových a zkušebních pracovištích. Nezbytné však bude jejich další rozpracování do prakticky použitelných postupů.

8. Literatura

- Blishke, W. & Murthy, D. (2000) *Reliability - Modeling, Prediction, and Optimization*. John Wiley, New York.
- Dodson, B. & Nolan, D. (1999) *Reliability Engineering Handbook*. Marcel Dekker, New York.
- Ebeling, Ch. (1996) *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*. Mc Graw Hill, New York.
- Elsayed, E. (1996) *Reliability Engineering*. Addison Wesley Longman Inc., London.
- Holub, R. (1994) *Zkoušky spolehlivosti vojenské techniky (Metodika)*. VA v Brně, Brno.
- Holub, R. (1992) *Zkoušky spolehlivosti – (Stochastické metody)*. VA v Brně, Brno.
- Holub, R. & Vintr, Z. (2002) *Základy spolehlivosti*. VA v Brně, Brno.
- Kales, P. (1998) *Reliability For Technology, Engineering, and Management*. Prentice Hall, New York.
- Kececioglu, D. (1991) *Reliability Engineering Handbook (Volume 1 + 2)*. Prentice Hall, New Jersey.
- Kececioglu, D. (1993) *Reliability and Life Testing Handbook (Volume 1 + 2)*. D. B. Kececioglu, University of Arizona, Tucson.