

3D FE ANALYSIS OF BRIDGED CRACK GROWING FROM THE CHEVRON NOTCH OF 3-POINT BENDING SPECIMEN

T. Vysloužil¹, M. Kotoul²

Summary: *The contribution deals with the 3D analysis of the chevron notched three point bending specimen which is used to determine the fracture toughness of brittle matrix composites reinforced by particles or fibres. In ceramics reinforced by ductile particles or elastic fibres a crack bridging mainly cause the toughening. This mechanism increases in some extent behind the crack tip along the process zone wake and, as a consequence, the crack growth resistance rises as the crack propagates and leaves the wake. An exact method of fracture behaviour quantification is needed when further development of particle (fibre)-brittle matrix composites and assessment of their possible operational degradation is to be made. An integral part of this quantification is a detailed numerical analysis of the specimen containing a bridged crack.*

1. Úvod

V současné době je technika měření lomové houževnatosti křehkých materiálů využívající vzorků s šípovým vrubem namáhaných tříbodovým ohybem, viz obr. 1, poměrně dobře zvládnutá, např. Bocaccini et al (2003). U vzorků s šípovým vrubem lze určit hodnotu lomové houževnatosti bez předchozího vytváření únavové trhliny. Křehká trhlina se v těchto tělesech vytváří v průběhu vlastního zatěžování. Výpočet faktoru intenzity napětí K_{ICV} lze v konečné podobě upravit do tvaru

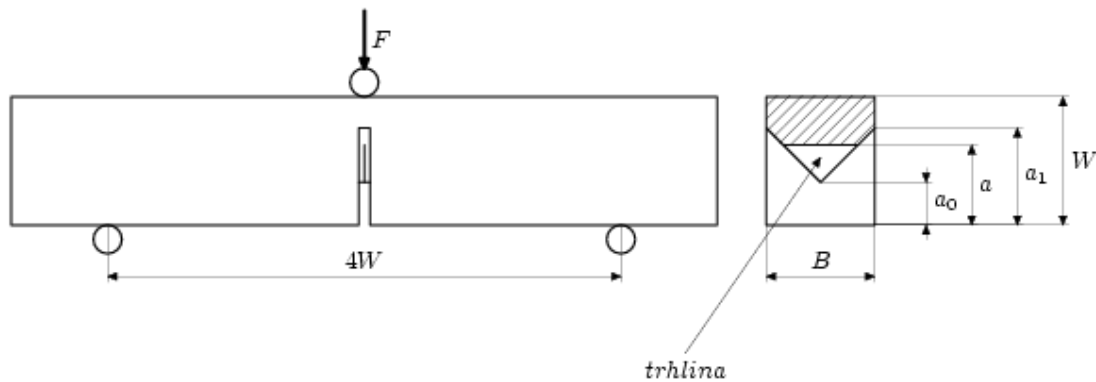
$$K_{ICV} = \frac{Y_{min}^* F_{max}}{BW^{1/2}} \quad (1)$$

V této rovnici Y_{min}^* představuje minimální hodnotu kalibrační funkce Y^* , určované přes K faktor z průběhu změn poddajnosti zkušebního tělesa s délkou trhliny pro konkrétní geometrii šípového vrubu. Základem vlastního výpočtu se stal sendvičový model (slice model) navržený Bluhmem (1975).

¹ Ing. Tomáš Vysloužil, Ústav mechaniky těles, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2, 616 69 Brno, tel.: +420 5 4114 2871, e-mail: vyslouz@umtn.fme.vutbr.cz

² Doc. RNDr. Michal Kotoul, DrSc., Ústav mechaniky těles, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2, 616 69 Brno, tel.: +420 5 4114 2889, e-mail: kotoul@umtn.fme.vutbr.cz

Hojně využívaná metoda zhouževnatění křehkých materiálů pomocí tvárných částic nebo vláken využívá efektu přemostění líců trhliny neporušenými částicemi/vláknami. Při růstu trhliny se rozsah přemostěné zóny trhliny zvětšuje a zesiluje se tak účinek zavírajících sil na čelo trhliny v křehké matici. Na makroúrovni pozorujeme rostoucí odpor proti šíření trhliny a růst trhliny je zapotřebí popisovat pomocí R -křivky. Významnou roli pro posouzení stability přemostěných trhlín hraje stínící faktor intenzity napětí K_{Ibr} . Rozdíl aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} a stínícího faktoru intenzity napětí udává tzv. lokální faktor intenzity napětí $K_{tip} = K_{Iappl} - K_{Ibr}$. Pro rozšíření trhliny v matici musí K_{tip} dosáhnout kritické hodnoty – lomové houževnatosti matrice K_{IC} .



Obrázek 1: Zkušební těleso s šípovým vrubem

Pro studium růstu trhlín podle R křivek je zapotřebí mít k dispozici řešení pro faktor intenzity napětí, který odpovídá úloze, kdy zatížení je aplikováno přímo k lícům trhliny. Takové řešení není možné získat pomocí Bluhmovy metody a je nutné provést 3D výpočet pomocí MKP. Na základě MKP výpočtů je také možné numericky stanovit váhové funkce pro dané zkušební těleso. Pokud známe pro dané těleso s trhlinou váhovou funkci $h(x, a)$ (udávající velikost součinitele intenzity napětí vyvolaného dvojicí soustředěných sil působících v protilehlých bodech x na lících trhliny) a trakční napětí působící podél líců přemostěné trhliny $\sigma(x)$, můžeme vypočítat lokální součinitel intenzity napětí ze vztahu (Bueckner, 1979),

$$K_I = \int_0^a h(x, a) \sigma(x) dx, \quad (2)$$

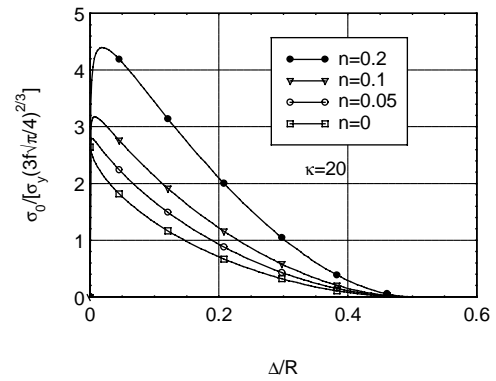
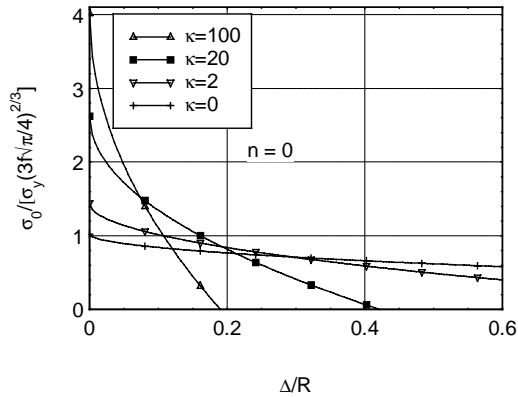
kde a je délka trhliny a $\sigma(x) = \sigma_{appl}(x) - \sigma_0(x)$, kde $\sigma_{appl}(x)$ označuje trakční napětí, který by působilo v bodech líců trhliny neporušeného tělesa a $\sigma_0(x)$ je příspěvek, který souvisí s interakcí líců trhliny vlivem přemostění. Váhové funkce jsou známy pro řadu geometrických tvarů těles s trhlinou. Pro zkušební vzorek s šípovým vrubem byla odvozena Sarafi-Nourem et al. (1997) pomocí MKP ve tvaru

$$h(x, a) = \sqrt{\frac{2}{\pi(a - a_0)}} \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho}} \left[1 + \sum_{(v, \mu)} \frac{A_{v\mu} \alpha^\mu}{(1 - \alpha)^{3/2}} (1 - \rho)^{v+1} \right], \quad (3)$$

kde $\alpha = a/W$, $\rho = (x - a_0)/(a - a_0)$, viz obr. 1, a koeficienty v rovnici (3) jsou pro různé rozměry vrubu uvedeny v citované práci Sarafi-Noura et al. (1997). Součinitel intenzity napětí K od liniové síly F působící podél skutečné tloušťky $b(x)$, viz obr. 1 se pak vypočte ze vzorce

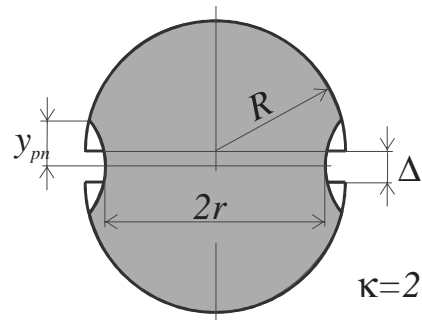
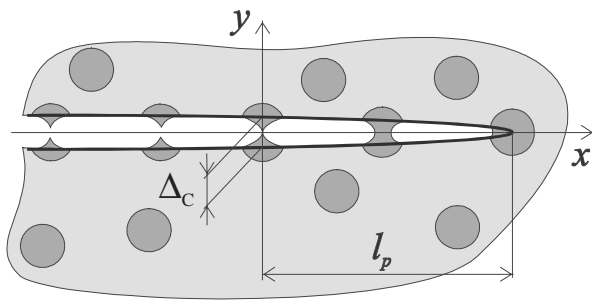
$$K = \frac{F}{b(x)} h(x, a), \text{ kde } b(x) = B \frac{x - a_0}{a_1 - a_0}. \quad (4)$$

Problémem v rovnici (2) je neznalost zavírajícího napětí na souřadnici. V některých případech však umíme na základě fyzikálního modelu sestavit závislost zavírajícího napětí na rozevření trhliny Δ (COD). Takovým případem je například přemostění trhliny tvárnými sférickými částicemi, kdy pro dosažení náležitého účinku je třeba dosáhnout určité míry dekoheze rozhraní matrice/částice, viz Kotoul&Urbiš (2001) a Kotoul&Vrbka (2003). Ukázky závislosti zavírajícího napětí na rozevření trhliny demonstruje v normalizovaném tvaru obr. 2. Na obrázcích označuje R poloměr částic a f objemový podíl částic. Parametr κ specifikuje křivost profilu krčku, který se vytváří v průběhu deformace částice v oblasti, kde došlo k dekohezi rozhraní matrice/částice, viz obr. 3, a v jistém smyslu charakterizuje pevnost tohoto rozhraní.



Obrázek 2a: Závislost normalizovaného zavírajícího napětí na normalizovaném rozevření trhliny pro koeficient zpevnění částic $n = 0$ a různé velikosti dekoheze rozhraní charakterované parametrem κ .

Obrázek 2b: Závislost normalizovaného zavírajícího napětí na normalizovaném rozevření trhliny pro různé koeficienty zpevnění částic n a dekohezi rozhraní charakterovanou hodnotou $\kappa = 20$.



Obrázek 3: Schéma přemostěné trhliny a dekoheze rozhraní částice/matrice v místě roviny trhliny

Další postup pak vychází z numerického řešení integrální rovnice pro neznámé rozevření $\Delta(x)$ přemostěné trhliny, kterou pomocí váhových funkcí a na základě znalosti vztahu pro mostící napětí $\sigma_0(\Delta)$ lze psát ve tvaru

$$\Delta(x) = \frac{1}{E'} \int_x^a h(x, a') \left\{ \int_0^{a'} h(x', a') [\sigma_{appl}(x') - \sigma_0(\Delta(x'))] dx' \right\} da', \quad (5)$$

kde E' je Youngův modul pro rovinnou deformaci. Závislost zavírajícího napětí na rozevření trhliny odvozená z fyzikálního modelu a pro případ tvárných částic s částečnou dekohezí rozhraní matrice/částice je dobře aproximovaná vztahem

$$\sigma_0(\Delta) \cong -c_1 \sqrt{\Delta} + c_2, \quad c_1 \text{ a } c_2 \text{ jsou konstanty,} \quad (6)$$

viz Kotoul&Vrbka (2003). Po výpočtu závislosti $\Delta(x)$ je pak možné stanovit lokální součinitel intenzity napětí K_{Iip}

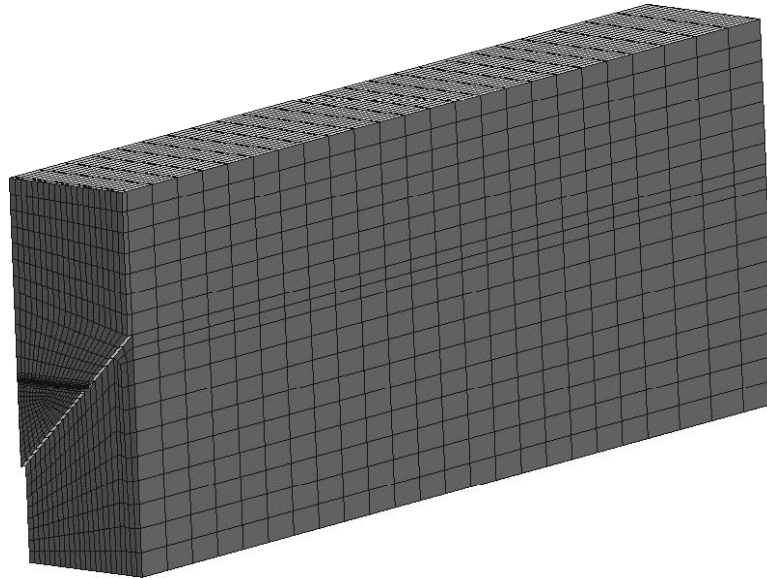
$$K_{Iip} = K_{Iappl} - K_{Ibr} = \int_0^a h(x, a) \sigma_{appl}(x) dx - \int_0^a h(x, a) \sigma_0(x) dx. \quad (7)$$

Cíl práce je dvojitý – je to jednak získání zkušeností se spolehlivým modelováním zkušebního tělesa s trhlinou vycházející ze šípového vrubu pomocí MKP. Na základě těchto zkušeností plánujeme v další fázi numerické sestavení váhových funkcí pro vzorek z ortotropního materiálu. Dalším cílem je porovnání přímého numerického řešení s řešením pomocí váhových funkcí založeném na rovnicích (3) a (5) – (7).

2. MKP model

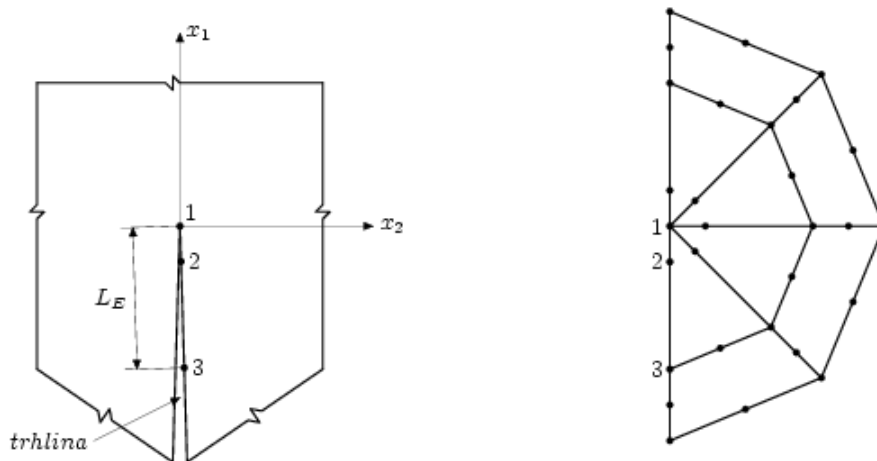
Materiál vzorku pro třibodový ohyb s šípovým vrubem je tvořen částicovým kompozitem s křehkou maticí. Částice jsou pružně-plastické a mají obecně odlišné elastické vlastnosti než materiál matrice. Na makroúrovni je vzorek modelován jako elastický, homogenní, isotropní materiál se zprůměrovanými elastickými konstantami. V uzlech na lících trhliny jsou předepsány zavírající síly. Velikost těchto sil je závislá na velikosti plochy elementu ležící v rovině líce trhliny a je funkcí posunutí uzlu (rozevření trhliny). Tyto síly simulují přemostřující částice. Cílem je stanovit lokální součinitel intenzity napětí K_{Iip} .

Modeluje se pouze čtvrtina vzorku pro třibodový ohyb s šípovým vrubem. Pro generaci sítě byl použit v systému ANSYS prvek SOLID95 (šestistěn s dvaceti uzly - 8 uzlů v rozích, 12



Obrázek 4: 3D síť konečných prvků

uzlů v polovině hran elementu), viz obr. 4. Ve vrcholu trhliny je použit trhlinový element SOLID95 (pěstistěn (prisma) s patnácti uzly). Na těchto elementech jsou středové uzly posunuty do 1/4 délky strany elementu ke kořeni trhliny, viz obr.5. V modelu jsou pro uzly na



Obrázek 5: Síť konečných prvků v okolí kořene trhliny

rovinách symetrie předepsány podmínky symetrie (nulový posuv ve směru kolmém na plochu). V místě podpěry je předepsán nulový posuv. Model je zatížen silou $F/2$ rovnoměrně rozloženou na uzly. Pro tyto uzly je předepsán coupling (všechny uzly mají stejný posuv ve směru zatěžující síly). Jak již bylo uvedeno, v uzlech na lících trhliny jsou předepsány zavírající síly simulující přemosťující částice. Velikost těchto sil je závislá na velikosti plochy stěny elementu ležící v rovině líce trhliny, je funkcí posunutí uzlu (rozevření trhliny) a počítá se ze vztahu

$$F = \sigma_0 \cdot S \quad (8)$$

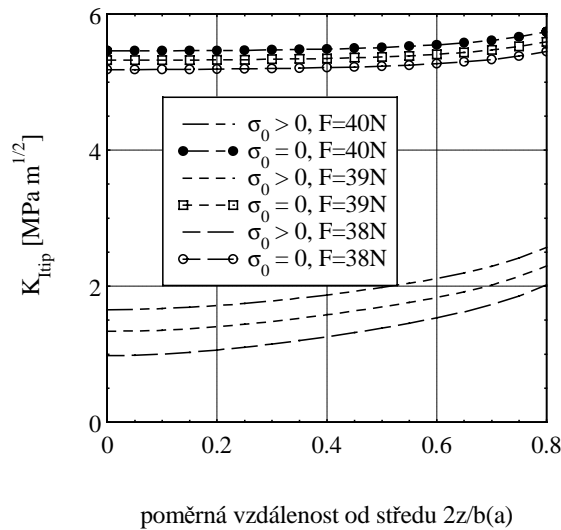
kde σ_0 je zavírající napětí a S je plocha připadající na uzel na líci trhliny. Aby bylo možné jednodušeji spočítat velikosti ploch stěn prvků, bylo provedeno přečíslování uzlů v rovině trhliny. Poté byly spočítány velikosti ploch stěn elementů v rovině trhliny. Každému uzlu na stěně prvku ležící v rovině trhliny byla přiřazena plocha $S/8$ (stěna elementu obsahuje čtyři rohové a čtyři stranové uzly). Tímto výpočtem byla přiřazena každému uzlu reprezentativní plocha. První výpočet byl proveden bez aplikace sil na lících trhliny (na počátku výpočtu byla trhlina uzavřena). Před druhým výpočtem bylo předepsáno zatížení uzlů ležících na líci trhliny a spuštěn výpočet. Dále bylo provedeno několik iterací s novým zadáním sil před každým výpočtem tak dlouho, až rozdíl ve velikosti sil byl dostatečně malý. Součinitel intenzity napětí K_I se počítal z posuvů v_1 , v_2 a v_3 ve směru osy x_2 pro uzly 1, 2 a 3 na trojúhelníkovém prvku v kořeni trhliny, viz obr. 5. Uzel 1 se nachází v kořeni trhliny, uzel 2 je umístěný v $1/4$ strany prvku a uzel 3 na konci strany prvku o délce L_E . Pro výpočet K_I byl použit vzorec pro rovinnou deformaci

$$K_I = \frac{E \sqrt{\frac{2\pi}{L_E}} (4v_2 - v_3 - 3v_3)}{4(1 - \nu^2)} \quad (9)$$

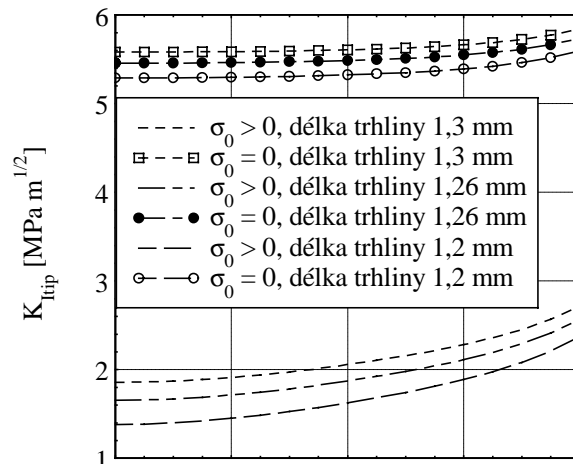
3. Výsledky

Pro konkrétní výpočty byla použita závislost zavírajícího napětí na rozevření trhliny podle obr. 2a pro případ $\kappa = 20$, což odpovídá relativně pevnému rozhraní matrice/částice. Všimněme si, že pro $\Delta/R \cong 0,4$ klesne zavírající napětí na nulu – dochází k přetržení plastických můstků. Jelikož průměrný poloměr sférických částic ve sledovaném kompozitu byl asi $3\mu\text{m}$, dostaneme pro kritické rozevření trhliny hodnotu $\approx 1,2\mu\text{m}$. Pro mez kluzu kovových částic se uvažovala hodnota $\sigma_y = 450 \text{ MPa}$. Objemový podíl částic $f = 0,1$.

Průměrná hodnota Youngova modulu E a Poissonova poměru v uvažovaného kompozitu byly $E = 118$ GPa a $\nu = 0,21$. Poznamenejme, že pro lomovou houževnatost matrice kompozitu (borosilikátové sklo) se uvádí hodnota $K_{IC} = 0,7$ MPa.m^{1/2}. Obr. 6a a 6b ilustrují průběh lokálního faktoru intenzity napětí podél čela trhliny. Normalizovaná souřadnice $2z/b(a)$, kde $b(a)$ je šířka šípového vrubu v místě čela trhliny, se mění od nuly (odpovídá rovině podélné symetrie vzorku) až do hodnoty 0,8, kdy ještě platí vztah (9). Z výsledků je patrné, že pro



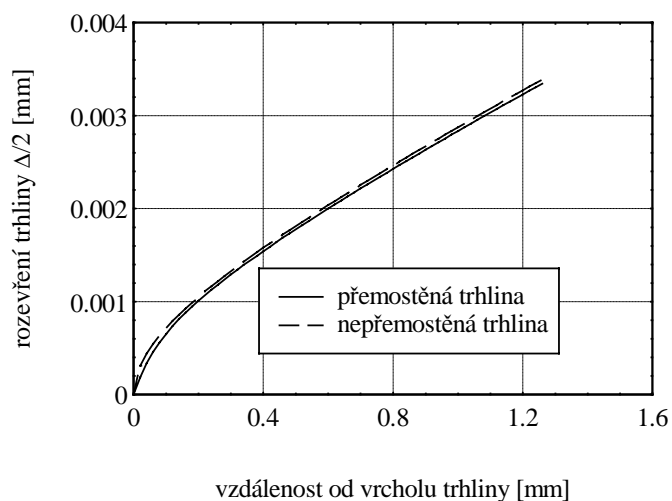
Obrázek 6a: Závislost součinitele intenzity napětí na poměrné vzdálenosti od středu, délka trhliny 1,26mm



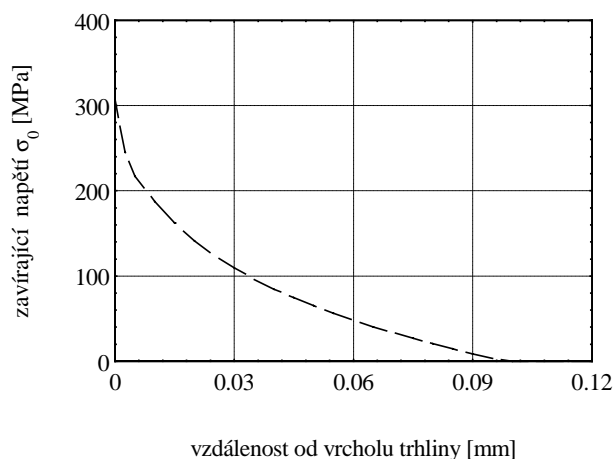
Obrázek 6b: Závislost součinitele intenzity napětí na poměrné vzdálenosti od středu, působící síla $F=40$ N

nepřemostěnou trhlínu se K -faktor mění jen nepatrně podél 70% délky čela trhliny, zatímco lokální faktor intenzity napětí pro přemostěnou trhlínu ve stejném intervalu vzroste téměř o 40%. Obrázky 6 rovněž dokumentují vliv přemostění na hodnotu lokálního faktoru intenzity

napětí. Ukazuje se, že zavírající síly pro zkoumaný model způsobují asi 4,5-násobný pokles lokálního K -faktoru. To se navenek projeví zhouževnutím křehké matrice, protože pro dosažení stejného lokálního K -faktoru je u kompozitu zapotřebí většího aplikovaného zatížení. Je zajímavé sledovat vliv přemostění na rozevření trhliny. Obr. 7 demonstruje, že účinek zavírajících sil je velmi malý, což souvisí s tím, že zavírající síly působí jen do velmi



Obrázek 7: Závislost polovičního rozevření na vzdálenosti od vrcholu trhliny pro délku trhliny 1,26mm a působící sílu $F=40\text{N}$



Obrázek 8: Průběh zavíracího napětí za čelem trhliny pro zatěžující sílu $F=40\text{N}$.

malé vzdálenosti za vrcholem trhliny, jak je možné vidět z obrázku 8.

4. Závěr

Numerické modelování zkušebních vzorků s trhlinou vycházející z šípového vrubu je velmi potřebné při vyhodnocování R křivek křehkých materiálů. To platí zejména tehdy, když růst odporu proti šíření trhliny souvisí s přemostěním trhliny částicemi nebo vlákny druhé fáze. V

takovém případě nelze použít standardní postup založený na Bluhmově metodě a je nutné přímo vypočítat stínící faktor intenzity napětí pro zadaný tvar závislosti trakčních sil na rozevření trhliny. Také pro identifikaci této závislosti pomocí měřeného rozevření trhliny je numerické modelování daného vzorku s trhlinou nezbytné. Z hlediska vyhodnocování stabilního růstu trhlin v kompozitních materiálech tvořených křehkou maticí a vyztužených dlouhými vlákny druhé fáze bude nutné provést obdobné výpočty pro modelový materiál s ortotropní symetrií. To je náplní další práce.

5. Poděkování

Tato práce vznikla díky podpoře prostřednictvím grantu GAČR 101/02/0683.

6. Literatura

- Bluhm, J.I. (1975) Slice synthesis of a three-dimensional work of fracture specimen. *Eng. Fracture Mechanics*, 7, pp. 593-604.
- Boccaccini, A. R., Rawlings, R. D. & Dlouhý, I. (2003) Reliability of the chevron-notch technique for fracture toughness determination in glass. *Materials Science and Engineering A*, 347, pp. 102-108.
- Bueckner, H.F. (1970) A novel principle for the computation of stress intensity factors. *Z. Angew. Math. Mech.*, 50, pp. 1225-1230.
- Kotoul, M. & Urbis, R. (2001) On the crack stability in metal particulate reinforced brittle matrix composites, in: *Proc. of ICF10* (A.T. Yokobori, R.O. Ritchie, K. Ravi-Chandar and B.L. Karihaloo, eds), Elsevier, Oxford, CD.
- Kotoul, M. & Vrbka, J. (2003) Crack bridging and crack trapping mechanisms in brittle matrix composites toughened by ductile phase. *Theoret. and Applied Fracture Mechanics*, v tisku.
- Sarrafi-Nour, G.S., Coyle, T.W. & Fett, T. (1997) A weight function for crack surface tractions in chevron-notched specimens. *Eng. Fracture Mechanics*, 59, pp. 439-445.