

## A COMPARISON OF PID AND PPF CONTROLLERS IN THE FIELD OF VIBRATION SUPPRESSION

Š. Fenik<sup>1</sup>, P. Blesák<sup>1</sup>, L. Starek<sup>1</sup>

**Summary:** *During the past decade, there has been a tremendous interest in the use of piezoelectric sensors and actuators for structural control applications. Some of the attributes which have made piezoelectric actuators particularly attractive for active control include large useful bandwidth, the efficient conversion of electrical to mechanical energy and the mechanical simplicity of the actuator. This paper describes the desinging technique for active control of vibration using the optimal PID controller. It also compares PID and PPF controller applied in the simulated example of the vibration suppression of canteliver beam.*

### 1. Úvod

V posledných rokoch bolo vyvinutých mnoho praktických aplikácií zameraných na potláčanie kmitania nosníkových a najmä škrupinových konštrukcií s využitím piezokeramických materiálov. Táto problematika v súčasnosti siaha od kozmického priemyslu až po oblasť športových potrieb a všade sa dôraz kladie na experimentálny výskum, pričom matematický model sa využíva v minimálnej miere. Optimálne nastavenie parametrov riadenia sa realizuje na základe empirických vzťahov, prípadne na základe veľmi zjednodušeného modelu, ktorý nie je vôbec schopný reprezentovať dynamické vlastnosti reálnej štruktúry. Využívanie rozsiahlejšieho matematického modelu a hľadanie efektívnych metód určovania optimálnych parametrov riadenia sa tak stáva vhodnou oblasťou ďalšieho výskumu v rámci problematiky potláčania kmitania smart materiálových štruktúr.

Čo sa týka konkrétnych metód riadenia, najzaujímavejšia je PPF metóda, ktorej hlavnou výhodou je možnosť ovplyvniť úzke frekv. pásmo (Fanson & Caughey, 1990). Vďaka tejto vlastnosti vytláča klasický spôsob potláčania kmitania pomocou rýchlostnej výstupnej spätnej väzby (analógia viskózneho tlmiča), pri ktorej sa objavujú problémy s destabilizáciou sústavy v oblasti vysokých frekvencií (ktoré nie sú s pohľadu riadenia ani zaujímavé), čo sa musí dodatočne riešiť použitím úzkopásmového filtra. Avšak PPF nie je jedinou alternatívou nahradenia rýchlostnej výstupnej spätnej väzby. Problémy s destabilizáciou vo vysokofrekvenčnej oblasti je možné riešiť aj tým, že sa k proporcionálnej zložke regulátora pridá zložka derivačná, prípadne i zložka integračná. Cieľom tohto príspevku je ukázať na simulovanom

---

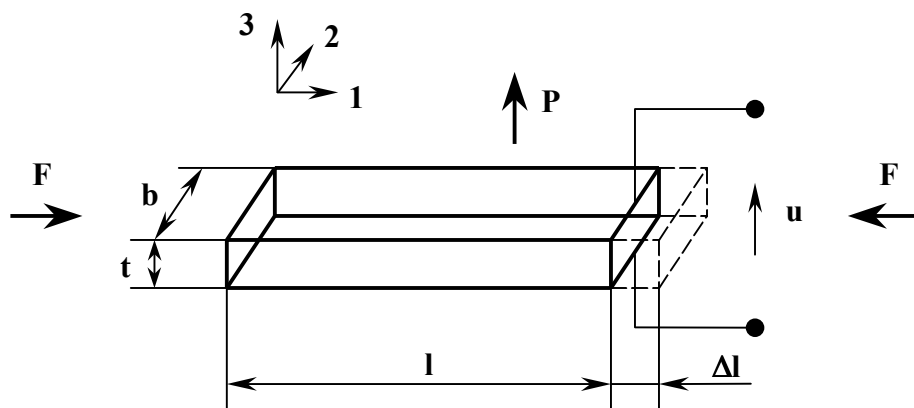
<sup>1</sup> Ing. Štefan Fenik, Ing. Peter Blesák, Prof. Ing. Ladislav Starek, PhD.: Katedra technickej mechaniky, Strojnícka fakulta STU, Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava, tel.: +421 02 5249 7890, fax: +421 02 5249 7890, e-mail: [starek@cvt.stuba.sk](mailto:starek@cvt.stuba.sk)

príklade potláčania kmitania votknutého nosníka, do akej miery je možné dosiahnuť uspokojivé výsledky pomocou PD (prípadne PID) regulátora v porovnaní s PPF metódou.

## 2. Akčné pôsobenie a snímanie pomocou piezokeramiky

Pri vložení akéhokoľvek nevodivého materiálu do elektrického poľa môžeme pozorovať zmenu rozmerov, prípadne i tvaru. Pre väčšinu materiálov sú tieto zmeny z technického hľadiska bezvýznamné, ale existujú keramické materiály (barium titanate, lead zirconate titanate), ktoré môžu špeciálnou úpravou nadobudnúť veľmi výrazné piezoelektrické vlastnosti, t.j. už pri nízkej intenzite el. poľa sa výrazne deformujú (inverzný piezoelektrický efekt), resp. pri vonkajšom mechanickom pôsobení vzniká v ich okolí el. pole značnej intenzity (priamy piezoelektrický efekt).

Jednou z výhod využitia piezokeramického prvku na akčné pôsobenie i snímanie je jednoduchosť konštrukcie. Najčastejšie sa jedná o tenkú vrstvu piezokeramiky medzi dvoma rovinými elektródami. S pohľadu akčného pôsobenia je dôležité, aby vzdialenosť elektród bola čo najmenšia, teda aby sa privedením el. napätia vytvorilo pole čo najvyššej intenzity. Ak chceme piezokeramický prvok aplikovať na nosníkovú resp. škrupinovú konštrukciu, kde sú dominantné ohybové deformácie, je potrebné zvoliť tzv. transversálne usporiadanie (obr.1). Jedná sa o usporiadanie, kde el. pole pôsobí resp. vzniká len v smere polarizácie 3 ( $\mathbf{P}$  je vektor polarizácie piezokeramiky), t.j. kolmo na elektródy a dominantný silový účinok i deformácia sú vyvíjané v smeroch 1, 2 kolmých na smer polarizácie.

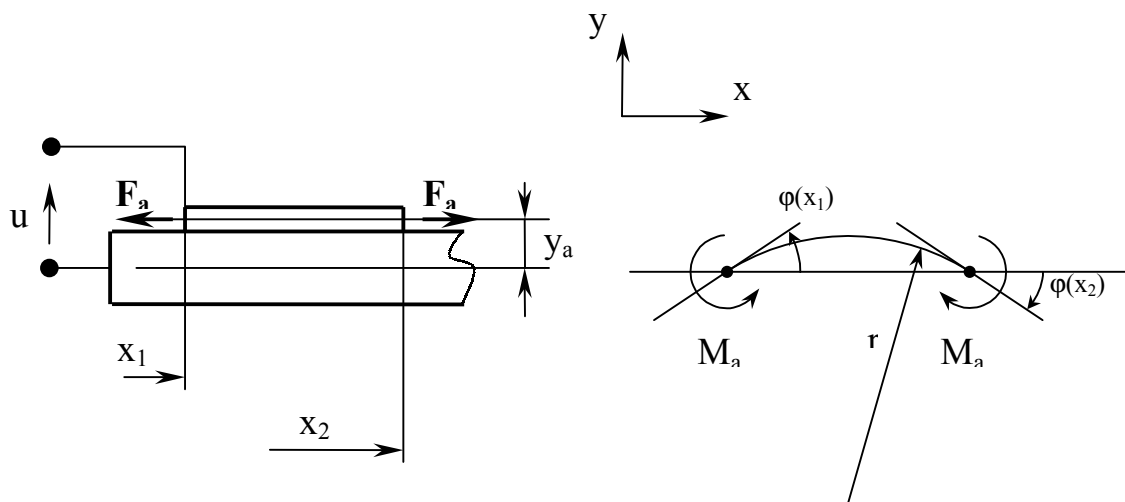


Obr.1 : Transverzálne usporiadanie  $l > b \gg t$

Pri aplikácii piezokeramického prvku na nosník je akčné pôsobenie ekvivalentné momentovému zaťaženiu podľa obr.2. Pre akčný moment platí (Fanson & Caughey, 1990):

$$M_a = F_a y_a = -Y_1 b d_{31} y_a u_a = K_a u_a \quad (2)$$

kde  $u_a$  je el. napätie (akčné) medzi elektródami,  $Y_1$  je modul pružnosti piezokeramiky v smere 1,  $d_{31}$  je piezoelektrická konštanta (prírastok pomernej deformácie v smere 1 pri jednotkovej zmene intenzity el. poľa v smere 3),  $b$  je šírka piezokeramiky a  $y_a$  akčné rameno.



Obr.2 : Ekvivalentné silové pôsobenie

Ak chceme daný prvok použiť ako snímač, zaujíma nás vzťah medzi deformáciou nosníka a el. napätím, ktoré vznikne medzi elektródami (Dosh & Inman, 1992):

$$u_s = K_s [\varphi(x_2) - \varphi(x_1)] \quad (3)$$

Dané el. napätie je úmerné rozdielu uhlového natočenia koncov úseku nosníka s piezokeramikou, pričom pre konštantu snímača platí:

$$K_s = \frac{Y_1 b d_{31} y_a}{C_p} \quad (4)$$

Hodnota kapacity  $C_p$  je rovná prírastku celkového náboja na elektródach vznikajúceho v dôsledku prírastku napätia medzi elektródami pri konštantnej deformácii nosníka.

#### 4. Návrh regulátora pre potláčanie kmitania

Pod riadením kmitania mechanickej sústavy rozumieme každé silové pôsobenie vyvolané na základe snímanej odozvy, teda je to akákoľvek forma spätnoväzobnej regulácie, kde vstup do regulátora tvoria snímané výchylky resp. rýchlosti, zrýchlenia a výstupom z neho sú sily pôsobiace na danú mechanickú sústavu. Cieľom takéhoto riadenia je vopred definovaná zmena dynamických vlastností sústavy, čiže zmena vlastných frekvencií, tlmenia a vlastných tvarov kmitania (VT). Ak nás zaujíma len zvýšenie tlmenia, hovoríme o potláčaní kmitania. Ako bolo naznačené v úvode, pre návrh optimálneho regulátora je potrebné vychádzať z rozsiahlejšieho, ale pri tom efektívneho matematického modelu mech. sústavy. Pre numerickú simuláciu je samozrejme najvhodnejší MKP model, pričom počet stupňov voľnosti by mal zodpovedať šírke frekvenčného pásma, ktoré nás bude zaujímať. Pohybová rovnica má nasledovný maticový tvar:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{B}(u + r) \quad y = \mathbf{C}\mathbf{q} \quad (9a,b)$$

kde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{K}$  sú matice hmotnosti, tlmenia a tuhosti mech. sústavy,  $\mathbf{B}$  je vektor vstupov do sústavy,  $\mathbf{C}$  vektor výstupov zo sústavy,  $u$  je akčná veličina,  $r$  je porucha a napokon  $y$  je výstup zo sústavy. Pre potreby matematickej analýzy riadenia je potrebné definovať vzťah medzi vstupom a výstupom regulátora zaradeného do spätnej väzby.

##### *PPF regulátor*

Jedná sa vlastne o proporcionálny regulátor s oneskorením druhého rádu. Teda je to prídavný systém, ktorého správanie popisuje dif. rovnica 2. rádu v tvare (Fanson & Caughey, 1990):

$$\ddot{q}_c + 2\delta_c \dot{q}_c + \omega_c^2 q_c = B_c y \quad u = C_c q_c \quad (10)$$

kde  $q_c$  je súradnica regulátora,  $\delta_c$  je jeho konštanta útlmu,  $\omega_c$  vlastná uhlová frekvencia (netlmená),  $B_c$  je zosilnenie vstupu a  $C_c$  zosilnenie výstupu (fyzikálny rozmer závisí od praktickej realizácie). Pre prenos tohto regulátora platí:

$$H_{PPF}(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = \frac{B_c C_c}{s^2 + 2\delta_c s + \omega_c^2} \quad (11)$$

Pri výpočte optimálnych hodnôt parametrov vychádzame z rozšíreného mat. modelu (napr. Fenik a kol., 2002):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\delta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \omega_c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (12)$$

### PID regulátor

Ak by bola v našom prípade výstupom rýchlosť, tak by sme navrhovali skutočne proporcionálno-integračno-derivačný regulátor, ale formálne budeme za výstup zo sústavy považovať výchylku (9b), pričom rovnica regulátora zmení svoj tvar:

$$u = K_I y + K_P \dot{y} + K_D \ddot{y} = K_I \mathbf{C} \mathbf{q} + K_P \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + K_D \mathbf{C} \ddot{\mathbf{q}} \quad (13)$$

kde  $K_I$  je zosilnenie integračnej zložky (pre výchylku),  $K_P$  je zosilnenie proporcionálnej zložky (pre rýchlosť) a  $K_D$  je zosilnenie derivačnej zložky (pre zrýchlenie). Ak zavedieme označenie  $\omega_I = K_I/K_P$  resp.  $\omega_D = K_P/K_D$  pre medznú uhlovú frekvenciu integračnej resp. derivačnej zložky<sup>2</sup>, potom prenos regulátora bude mať tvar:

$$H_{PID}(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = K_P \left( \omega_I + s + \frac{s^2}{\omega_D} \right) \quad (14)$$

Pri návrhu optimálneho riadenia analyzujeme zmenu vlastných čísel  $\lambda_i = -\delta_i + j\omega_i$  (reálna časť  $\delta_i$  predstavuje konštantu útlmu a imaginárna časť  $\omega_i$  tlmenú vlastnú uhlovú frekvenciu) riadeného systému ako celku v závislosti na parametroch  $K_I$ ,  $K_P$ ,  $K_D$  ( $K_P$ ,  $\omega_I$ ,  $\omega_D$ ), pričom vychádzame z matematického modelu:

$$(\mathbf{M} - K_D \mathbf{B} \mathbf{C}) \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} - K_P \mathbf{B} \mathbf{C}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} - K_I \mathbf{B} \mathbf{C}) \mathbf{q} = \mathbf{B} \mathbf{r}(t) \quad (15)$$

V tomto prípade nedochádza k zvýšeniu počtu stupňov voľnosti, ale len k modifikácii matíc MKP modelu.

### 5. Príklad – potláčanie kmitania votknutého nosníka

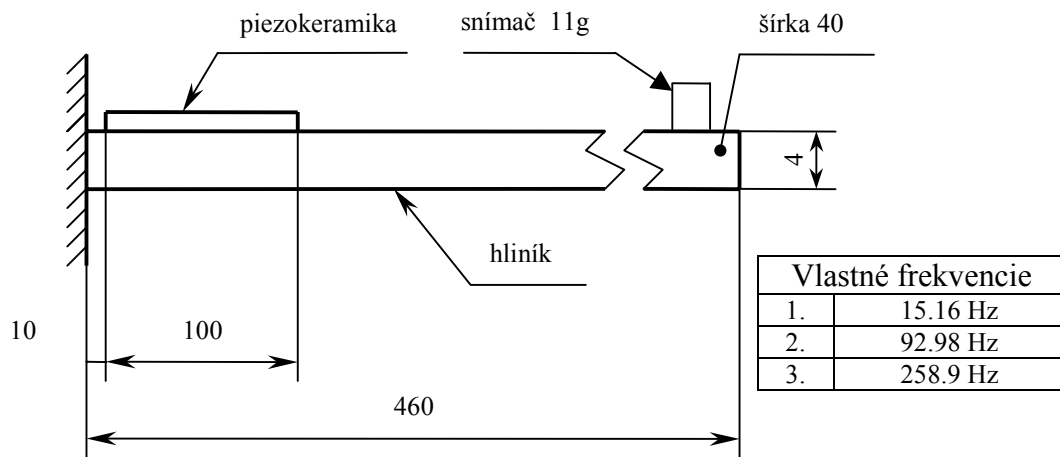
Porovnanie spomenutých regulátorov vykonáme na simulovanom príklade potláčania kmitania votknutého nosníka (obr.3) s nalepeným piezokeramickým prvkom, ktorý bude slúžiť ako samo-snímajúci akčný člen (Dosh & Inman, 1992). V príklade sa sústredíme len na 1.VT.

Návrh optimálneho PPF riadenia vychádza z konkrétnej hodnoty zosilnenia, ktorú sme schopný dosiahnuť (optimálna = maximálna) a následným výpočtom optimálnej hodnoty konštanty útlmu  $\delta_c$  a frekvencie  $\omega_c$  (Fenik a kol., 2002). Ak realizujeme PPF kompenzátor pomocou elektrického obvodu fungujúceho na princípe RLC, potom zosilnenie má nasledovný tvar:

$$g = B_c C_c = K_a K_s g_{el} \omega_c^2 \quad (16)$$

kde  $g_{el}$  je elektrické zosilnenie regulátora, ktoré zahŕňa okrem koncového výkonového zosilnenia aj zoslabenie v samo-snímajúcom obvode (Dosh & Inman, 1992).

<sup>2</sup> pri tejto frekvencii ( $s = j\omega_I$  resp.  $s = j\omega_D$ ) má integračná resp. derivačná zložka akčnej veličiny rovnakú amplitúdu ako proporcionálna zložka

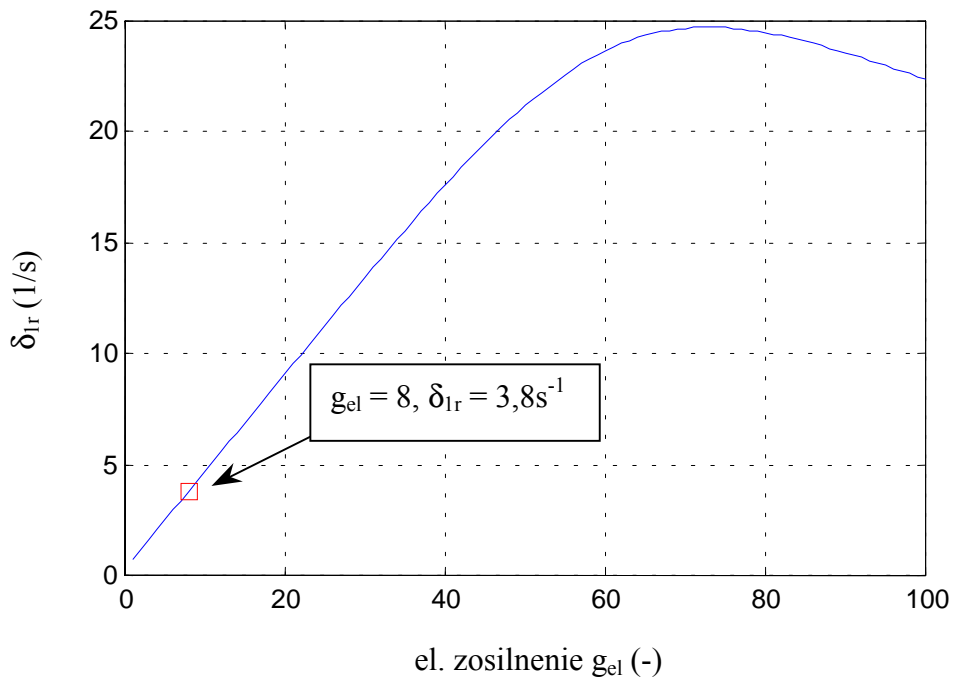


Obr.3: Nosník s piezokeramikou

Pre hodnotu  $g_{el} = -8$ , pričom hodnoty konštánt akčného člena a snímača sú  $K_a = 0,001 \text{ Nm/V}$ ,  $K_s = -3500 \text{ V/rad}$  (jedná sa o reálne hodnoty platné pre podobný nosník zostrojený ako laboratórny prototyp), sú optimálne hodnoty PPF riadenia nasledovné:

$$\omega_c^* = 103,15 \text{ s}^{-1} \quad \delta_c^* = 28,3 \text{ s}^{-1}$$

Dosiahnutá konštanta útlmu:  $\delta_{1r} = 14,2 \text{ s}^{-1}$  (bez riadenia  $\delta_1 = 0,5 \text{ s}^{-1}$ ).



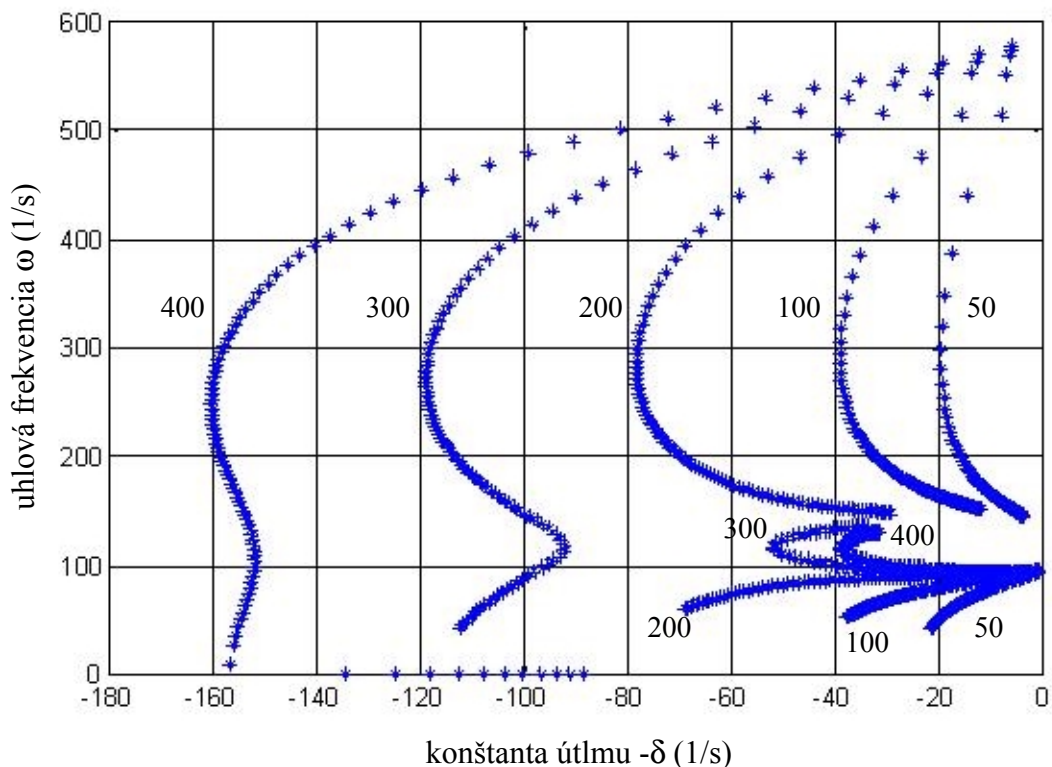
Obr.4: Konštanta útlmu 1.VT pre P regulátor

Pri návrhu PID regulátora začneme najprv len s proporcionálnou zložkou ( $K_I = 0$ ,  $K_D = 0$ ), pričom zosilnenie má hodnotu:

$$K_P = K_a K_s g_{el} / \omega_0 \quad (17)$$

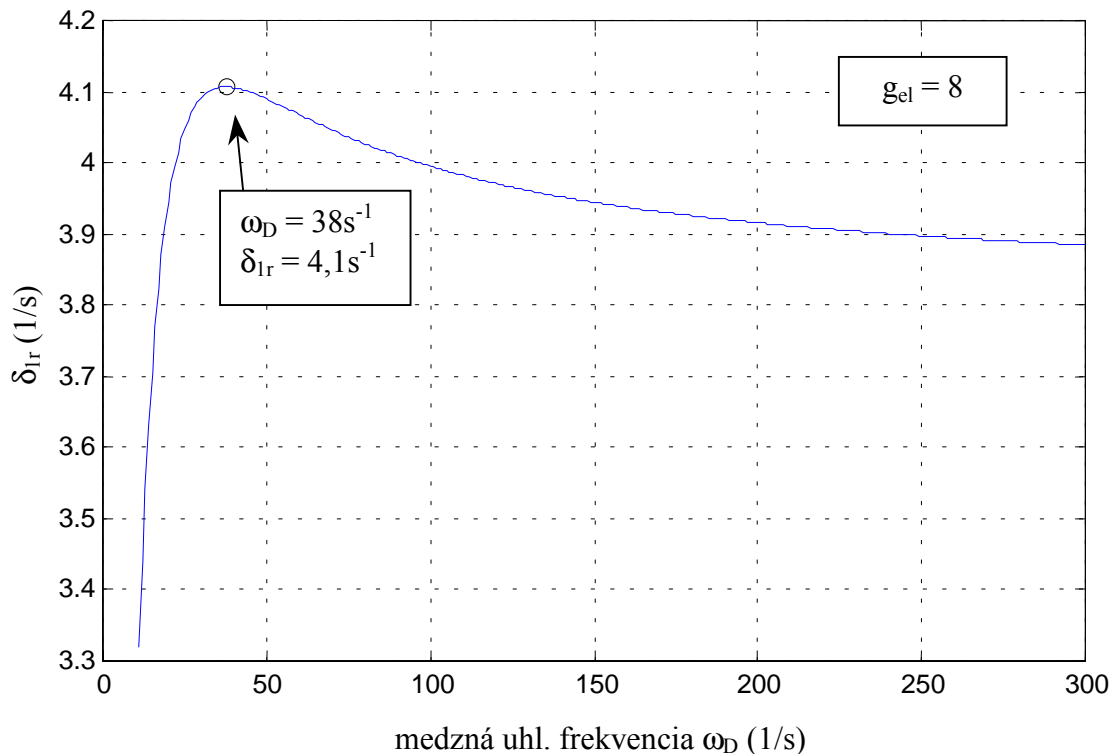
kde  $\omega_0 = 95,3s^{-1}$  je vl. uhlová frekvencia nosníka a  $g_{el}$  má tú istú hodnotu ako v prípade PPF riadenia. Na obr.4 je graficky znázornená závislosť konštanty útlmu pre 1.VT na el. zosilnení. Na dosiahnutie úrovne tlmenia ako pri PPF riadení by sme potrebovali 4-násobné zosilnenie a na dosiahnutie maximálneho útlmu dokonca 9-násobné ( $g_{el} = 72$ ), čo je v našom prípade nereálne, teda optimálna hodnota zosilnenia je tá, ktorú sme schopní dosiahnuť.

P regulátor teoreticky ovplyvňuje všetky VT mech. sústavy tak, že reálne časti vl. čísel klesajú (konštanty útlmu narastajú) a to tým viac, čím väčšia je vl. frekvencia. Avšak mat. model nevystihuje dobre správanie sa reálnej sústavy v oblasti vyšších frekvencií, pretože nezohľadňuje dynamické vlastnosti akčného člena a taktiež skreslenie prenosu v el. časti systému. To sa v praxi prejavuje tým, že reálne časti niektorých vl. čísel so zosilnením narastajú v opačnom smere, t.j. už pri relatívne nízkych hodnotách zosilnenia sa sústava stáva nestabilnou, čomu treba zabrániť použitím úzkopásmového filtra. Alternatívou je použitie PD regulátora, ktorý nemá vplyv na VT s frekvenciami výrazne vyššími ako je medzná frekvencia derivačného člena. Na obr.5 môžeme sledovať ako sa so zosilnením menia vl. čísla prislúchajúce prvým dvom VT pri rôznych pevne nastavených hodnotách  $\omega_D$  ( $s^{-1}$ ). Jedna hviezdička zodpovedá jednému vl. číslu. El. zosilnenie sa menilo v rozsahu 1:100 s krokom 1.



Obr.5: Analýza vl. čísel pre PD regulátor

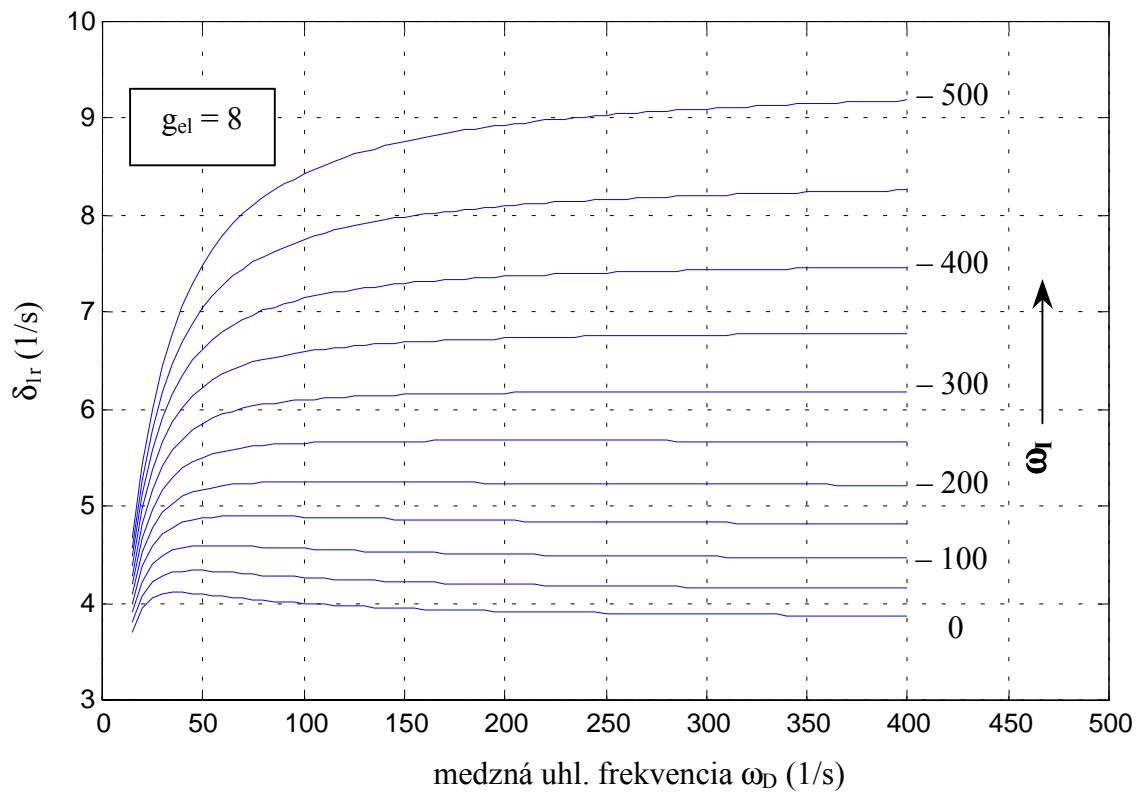
Z analýzy vyplýva, že naša hodnota zosilnenia je optimálnou hodnotou, takže pre nájdenie opt. hodnoty  $\omega_D$  postačí sledovať zmenu útlmu v závislosti na tejto frekvencii pri pevne nastavenej hodnote zosilnenia. Na obr.6 je znázornená veľkosť konštanty útlmu pre 1.VT v závislosti na  $\omega_D$  pre el zosilnenie  $g_{el} = 8$ . Vidíme, že pri optimálnom nastavení je dosiahnutý útlm len o málo väčší ako pri P regulátore, avšak výrazný vplyv možno pozorovať len pri troch najnižších VT, čo je veľký prínos derivačného člena z hľadiska stability riadenia.



Obr.6: Konštanta útlmu 1.VT pre PD regulátor

Výraznejšie zvýšenie tlmenia možno dosiahnuť pridaním integračného člena k PD regulátoru. V takom prípade si všimáme závislosť konštanty útlmu na frekvencii  $\omega_D$  pri rôznych pevne nastavených hodnotách medznej frekvencie  $\omega_l$  a konštantnom zosilnení (obr.7). Všeobecne možno konštatovať, že zosilnenie integračného člena  $K_I$  by malo byť čo najväčšie (teda aj  $\omega_l$ , ale so záporným znamienkom!), pričom však narastá i optimálna hodnota  $\omega_D$ . Z hľadiska stability nie je vhodné príliš zväčšovať hodnotu  $\omega_D$  aj keď tá je neobmedzená ( $K_D = K_P/\omega_D$ ), takže optimálne nastavenie pre nás znamená, že  $\omega_l$  má čo najväčšiu hodnotu (prakticky dosiahnuteľnú) pri vhodne zvolenej hodnote  $\omega_D$ . Napokon už len treba poznamenať, že tieto závery, ku ktorým sme dospeli v otázke optimálneho nastavenia PID regulátora sú platné pre prípady, v ktorých max. zosilnenie nedosahuje úroveň optimálneho zosilnenia pre P regulátor.



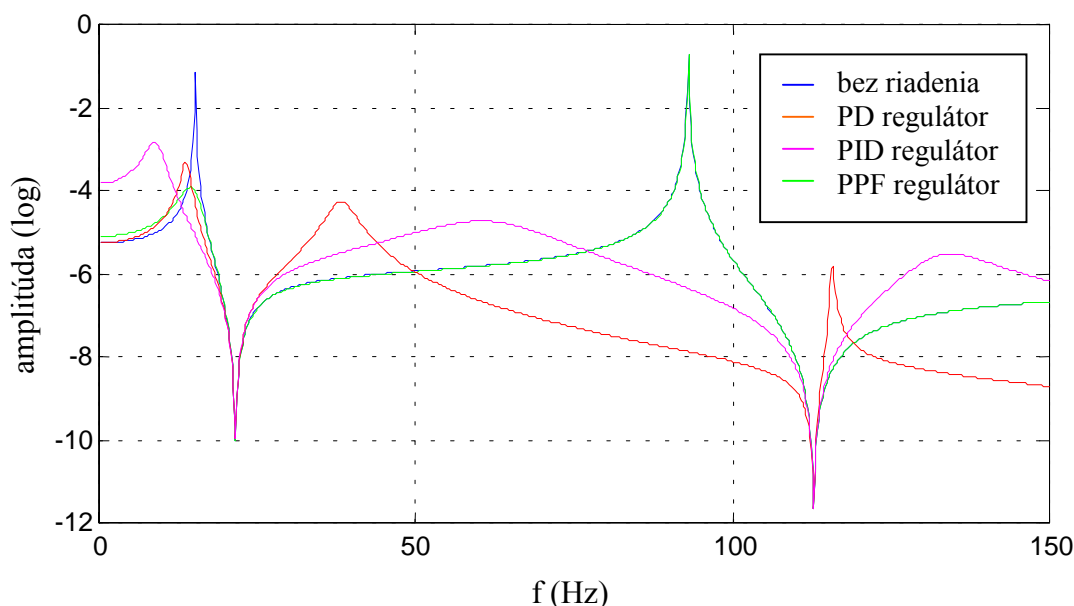


Obr.7: Konštanta útlmu 1.VT pre PID regulátor

Pre názorné porovnanie sú na obr.8 znázornené amplitúdovo-frekvenčné charakteristiky v oblasti dvoch najnižších VT pre prípad sústavy riadenej PD regulátorom, PID regulátorom, PPF regulátorom a pre prípad bez riadenia. Uvedené charakteristiky sú vypočítané z prenosu medzi poruchou  $r(t)$  a výstupom  $y(t)$ . Optimálne nastavenie jednotlivých regulátorov prehľadne udáva tab.1:

Tabulka 1: Optimálne nastavenie regulátorov

Regulátor	Optimálne nastavenie	Dosiahnuté tlmenie
PD	$g_{el} = 8 \quad \omega_D = 38s^{-1}$	$\delta_{1r} = 4,1s^{-1}$
PID	$g_{el} = 8 \quad \omega_D = 250s^{-1} \quad \omega_I = 500s^{-1}$	$\delta_{1r} = 9,0s^{-1}$
PPF	$g_{el} = -8 \quad \omega_c = 103,15s^{-1} \quad \delta_c = 28,3s^{-1}$	$\delta_{1r} = 14,3s^{-1}$



Obr.8: Amplitúdovo-frekvenčné charakteristiky

Ako možno vidieť na obrázku, PPF regulátor naozaj nemá vplyv na vyššie VT, narozdiel od PID (resp. PD) regulátora. Taktiež si možno všimnúť, že pridaním integračného člena k PD regulátoru sa síce zvýši útlm pre 1.VT, ale sústava „zmäkne“, teda pri vynútenom kmitaní v oblasti nízkych frekvencií vykazuje väčšie výchylky.

## 6. Záver

Na príklade uvedenom v tomto príspevku sme ukázali, že má význam zaoberať sa aplikáciou PID regulátora v oblasti potlačania kmitania mech. sústav i keď treba povedať, že z pohľadu tlmenia 1.VT sa nedosahuje taká kvalita riadenia ako pri použití PPF. Avšak ak nás zaujíma širšie frekvenčné pásmo, možno dosiahnuté výsledky považovať za uspokojivé, keďže v tom prípade stačí jediný PID (resp. PD) regulátor narozdiel od PPF, kde je potrebný regulátor pre každý riadený VT.

## 7. Literatúra

- Dosh, J. J. & Inman, D. J. (1992) A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control, *J. of Intel. Mater. and Struct.*, Vol. 3, pp. 166-185
- Fanson, J. K. & Caughey, T. K. (1990) Positive Position Feedback Control for Large Space Structures, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 4, pp. 771-724
- Feník, Š., Blesák, P. & Starek, L. (2002) Využitie piezokeramického materiálu v riadení kmitania, *konf. Inženýrská mechanika, Svratka, ČR*
- Friswell, M. I. & Inman, D. J. (1999) The relationship between positive position feedback and output feedback controllers, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 8, pp. 285-291