

MATHEMATICAL MODELS OF MACHINE TOOL DRIVES WITH BALL SCREWS

A. Bubák*, A. Přiklopil*

Summary: *In the paper, two methods for modelling machine tool drives with ball screws are shown and compared. There are common equation formulation and the multipole modelling. These methods are explained on the example of a drive with rotating ball screw clamped at both ends. Ball screw is modelled using FEM elements. The Guyan reduction technique is used for condensation of the obtained eight-mass model to a two-mass model.*

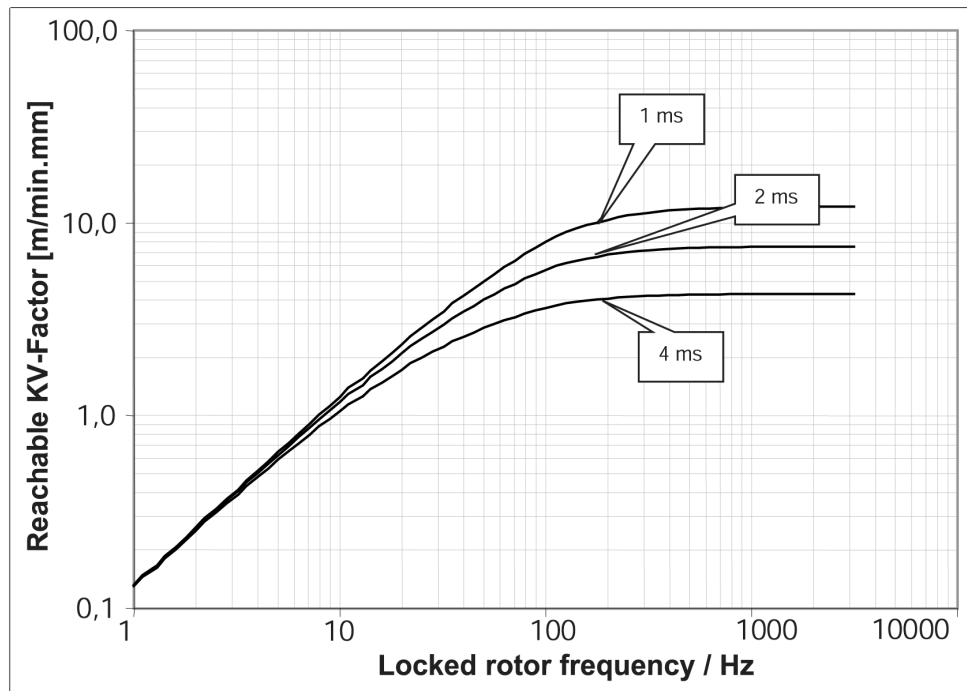
1. Úvod

Kvalita regulace NC os obráběcích strojů nemalou měrou závisí na dynamických vlastnostech jejich pohonu. Dosažitelné zesílení v rychlostní a polohové smyčce, jež jsou součástí kaskádní regulace moderních servopohonů, je předurčeno především mechanickými vlastnostmi pohonu. V případě nepřímých pohonů tj. pohonů s vloženým převodem mezi primárním zdrojem silového účinku (obvykle rotační motor) a pohyblivou hmotou, je tato skutečnost mnohem závažnější než u pohonů přímých. První vlastní frekvence mechanické části nepřímého pohonu totiž bývá podstatně nižší, než vlastní frekvence konstrukce v níž je pohon uložen, která hraje podstatnou roli u pohonů přímých. Praktické zkušenosti s pohybovými osami obráběcích strojů realizovanými nepřímým pohonem ukazují, že dosažitelná hodnota proporciálního zesílení v polohové smyčce K_v , která významně ovlivňuje výslednou přesnost obrobku, závisí na první vlastní frekvenci mechaniky pohonu (přesněji se jedná o první vlastní frekvenci soustavy při zablokovaném hřídeli motoru ω_M^* viz obr.1):

$$K_v \leq \frac{\omega_M^*}{2\pi 10} \quad \text{pro } K_v [\text{m/min/mm}], \text{ resp.}$$

$$K_v \leq \frac{\omega_M^*}{4} \quad \text{pro } K_v [1/\text{s}].$$

* Ing. Antonín Bubák, Ing. Aleš Přiklopil: ČVUT Praha, fakulta strojní, Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii, Horská 3, 128 00 Praha 2, a.bubak@rcmt.cvut.cz, a.priklopil@rcmt.cvut.cz, tel.: +420 221 990 900, fax.: +420 221 990 999



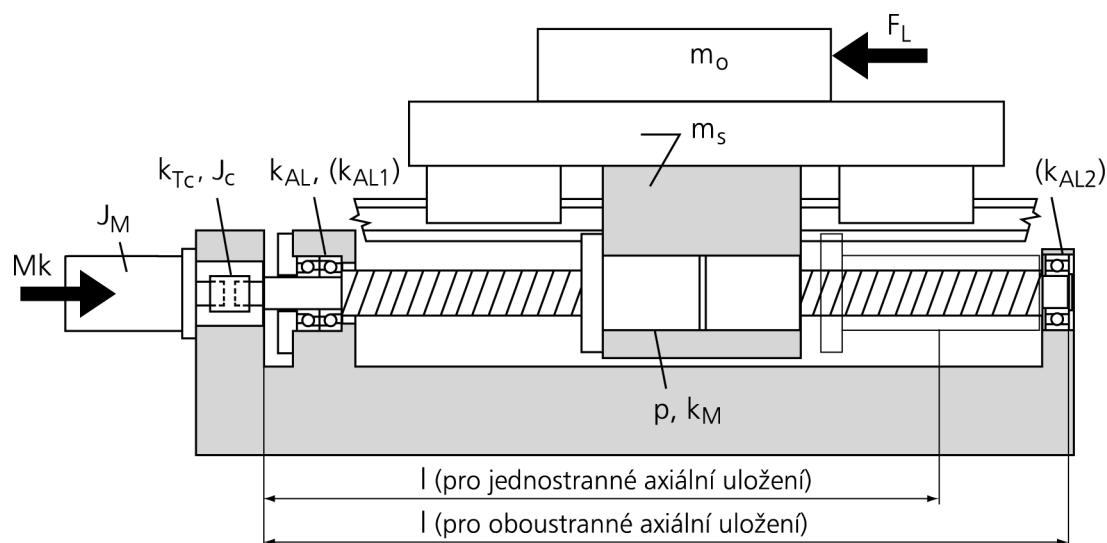
Reference: Dr. Tröndle, A&D MC E55, Siemens AG

Obr. 1: Dosažitelná hodnota proporciálního zesílení polohové smyčky v závislosti na vlastní frekvenci mechanické části pohonu při zablokovaném hřídeli motoru

Frekvenci ω_M^* lze relativně snadno stanovit pro rotační osy s vloženým převodem (např. pohon včetně soustruhu ozubenými řemeny apod.), kdy lze soustavu modelovat jako dvouhmotovou. V případě pohonu s rotujícím kuličkovým šroubem je však nalezení této frekvence poněkud složitější, protože se skládá z několika komponent (obr. 2) a pro sestavení dvouhmotového modelu je třeba znát jeho nejpoddajnější místo, kvůli správnému rozložení setrvačných hmot. Vhodnější se v tomto případě ukazuje modelovat tento systém jako vícehmotový, což umožňuje jednak přesnější stanovení frekvence ω_M^* a jednak užitím vhodné kondenzační metody model kondenzovat na dvouhmotový a dále jej použít např. v různých úvahách týkajících se regulace. V příspěvku je tento postup ukázán na příkladu pohonu rotujícím kuličkovým šroubem pro uspořádání bez vloženého převodu ozubeným řemenem tj.: motor-spojka-kuličkový šroub, který je uložen oboustranně v radiálně-axiálních ložiskách (obr.2). Z hlediska modelování jsou použity dva způsoby. V prvním případě se jedná o tradiční způsob modelování sestavením rovnic, v druhém případě je stejný systém modelován užitím mnohapólů.

2. Sestavení matematického modelu KŠ

Analyzovaná koncepce pohonu s rotujícím kuličkovým šroubem má jeden stupeň volnosti.



Obr. 2: Schéma uspořádání pohonu s rotujícím kuličkovým šroubem

Model pohonu zahrnuje následující soustředěné parametry: moment setrvačnosti motoru J_M a spojky J_c , torzní tuhost spojky k_{TC} , převod z rotačního pohybu šroubu na posuv matice p , stykovou tuhost matice k_M , axiální tuhost ložisek k_{ALi} a pohyblivou hmotu stolu m_s s obrobkem m_o . Pro velmi malé tlumení kuličkového šroubu, spojky, ložisek a vedení, je při sestavování pohybových rovnic tlumení zanedbáno. Je ovšem možné jej do modelu zavést dodatečně přes modální matici tlumení.

Pro diskretizaci kuličkového šroubu, který je považován za jednorozměrné kontinuum, jsou použity dva typy konečných prvků (viz. obr.3):

1) konečný prvek pro podélné kmity

$$m \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}, \text{ kde } m = \rho S l, k = \frac{ES}{l}; \quad (1)$$

2) konečný prvek pro torzní kmity

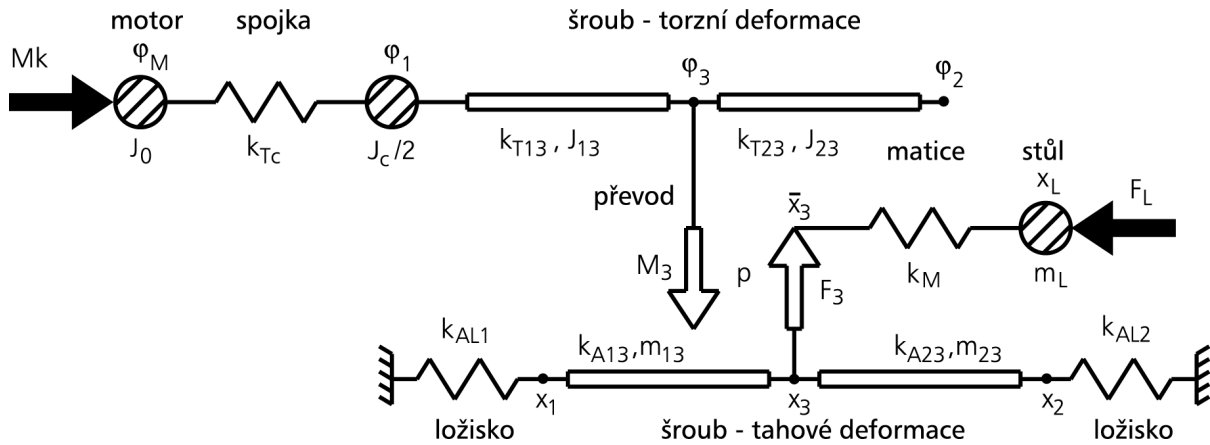
$$J \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + k_T \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{k1} \\ M_{k2} \end{bmatrix}, \text{ kde } J = \rho J_p l, k_T = \frac{GJ_p}{l}. \quad (2)$$



Obr. 3 Konečné prvky pro modelování podélných (vlevo) a torzních (vpravo) kmitů

Schéma diskretizace pohonu pro sestavení matematického modelu je uvedeno na obr. 4. Šroub je modelován dvěma prvky, jak pro oblast podélných, tak torzních kmitů. Dynamické vlastnosti pohonu jsou vyšetřovány v místě minimální složené tahové a torzní tuhosti šroubu x_{min} (vzdálenost od motoru).

$$x_{\min} = l_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{E}{G} \cdot \frac{S}{J_p} \cdot \frac{1}{p^2} + 1 \right), \quad l_{23} = l - l_{13} \quad (3)$$



Obr. 4 Diskretizace pohonu s oboustranně uloženým rotujícím kuličkovým šroubem

Pro torzní a axiální tuhosti k_{Tij} , k_{Aij} , momenty setrvačnosti J_{ij} a hmotnosti m_{ij} jednotlivých segmentů šroubu platí

$$k_{T13} = \frac{GJ_p}{l_{13}}, \quad k_{T23} = \frac{GJ_p}{l_{23}}, \quad k_{A13} = \frac{ES}{l_{13}}, \quad k_{A23} = \frac{ES}{l_{23}} \quad (4)$$

$$J_{13} = \rho J_p l_{13}, \quad J_{23} = \rho J_p l_{23}, \quad m_{13} = \rho S l_{13}, \quad m_{23} = \rho S l_{23}$$

Pohyb soustavy na obr. 4 je popsán 9 pohybovými rovnicemi, které doplňuje rovnice silové rovnováhy a kinematická podmínka pro převod šroub-matice s převodovým poměrem $p = 1/h$, kde h je stoupání šroubu [m/rad].

$$F_3 = pM_3 \quad (5)$$

$$\varphi_3 = p(\bar{x}_3 - x_3), \quad \dot{\varphi}_3 = p(\dot{\bar{x}}_3 - \dot{x}_3) \quad (6)$$

Vzájemným dosazením se získá soustava osmi nezávislých pohybových rovnic, která má v maticové formě tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{t}), \quad (7)$$

kde \mathbf{q} je vektor nezávislých souřadnic, \mathbf{f} vektor vnějších sil, \mathbf{K} matice tuhosti a \mathbf{M} matice hmotnosti. Matice \mathbf{K} a \mathbf{M} jsou symetrické.

$$\mathbf{q} = [\varphi_M \ x_L \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ x_1 \ x_2 \ x_3]^T, \quad \mathbf{f}(\mathbf{t}) = [M_k \ -F_L \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\mathbf{M} = \left[\begin{array}{cc|cccccc} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{J_c}{2} + \frac{J_{13}}{3} & 0 & \frac{J_{13}}{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_{23}}{3} & \frac{J_{23}}{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_{13}}{6} & \frac{J_{23}}{6} & \frac{J_{13} + J_{23}}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_{13}}{3} & 0 & \frac{m_{13}}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_{23}}{3} & \frac{m_{23}}{6} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_{13}}{6} & \frac{m_{23}}{6} & \frac{m_{13} + m_{23}}{3} \end{array} \right],$$

$$\mathbf{K} = \left[\begin{array}{cc|cccccc} k_{Tc} & 0 & -k_{Tc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_M & 0 & 0 & -\frac{k_M}{p} & 0 & 0 & -k_M \\ \hline -k_{Tc} & 0 & k_{Tc} + k_{T13} & 0 & -k_{T13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{T23} & -k_{T23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_M}{p} & -k_{T13} & -k_{T23} & k_{T13} + k_{T23} + \frac{k_M}{p} & 0 & 0 & \frac{k_M}{p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{A13} + k_{AL1} & 0 & -k_{A13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{AL2} + k_{A23} & -k_{A23} \\ 0 & -k_M & 0 & 0 & \frac{k_M}{p} & -k_{A13} & -k_{A23} & k_{A13} + k_{A23} + k_M \end{array} \right],$$

Pozn: Prvky vektoru \mathbf{q} jsou uspořádány s ohledem na následnou kondenzaci soustavy.

3. Kondenzace modelu

Pro některé typy úloh a analytických úvah z teorie servomechanismů je vhodné pracovat s mechanickou částí pohonu jako s dvoumotovým systémem, což umožňuje použít resp. získat různé exaktní vztahy. Pro kondenzaci získaného osmihmotového modelu na dvoumotový byla zvolena Guyanova-Ironsova kondenzace podrobně popsána v lit. [1], která zachovává zvolené souřadnice, což je pro následné použití podstatné.

Za hlavní souřadnice jsou vybrány natočení motoru φ_M a posuv stolu x_L . Soustavu (7) lze přepsat do tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{22} & \mathbf{M}_{26} \\ \mathbf{M}_{62} & \mathbf{M}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{26} \\ \mathbf{K}_{62} & \mathbf{K}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_2(\mathbf{t}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

kde vektor hlavních souřadnic $\mathbf{q}_2 = [\varphi_M \ x_L]^T$, vedlejších souřadnic $\mathbf{q}_6 = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ a vektor silových účinků $\mathbf{f}_2(\mathbf{t}) = [M_k(t) \ F_L(t)]^T$. Jednotlivé submatice jsou v maticích \mathbf{M} a \mathbf{K} odděleny čarou.

Transformační matice je dána výrazem

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_2 \\ -\mathbf{K}_{66}^{-1}\mathbf{K}_{62} \end{bmatrix} \quad (9)$$

a pro matice tuhosti a hmotnosti kondenzovaného modelu platí

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}. \quad (10)$$

Po kondenzaci má dvouhmotový model tvar:

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_2 + \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{q}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{t}), \quad \text{kde } \tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k & -kp \\ -kp & kp^2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m_1 & m_{12} \\ m_{12} & m_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Obě matice si zachovávají svoji symetrii, matice $\tilde{\mathbf{M}}$ obsahuje navíc mimodiagonální prvky. Zvláštností matice $\tilde{\mathbf{K}}$ je fakt, že je dána pouze výslednou tuhostí k a velikostí převodu p . Pro výslednou tuhost platí

$$k = \frac{EGSJ_p k_M k_{Tc} [ES(k_{AL1} + k_{AL2}) + k_{AL1} k_{AL2} l]}{c_1 + c_2} \quad (12)$$

$$c_1 = EGSJ_p [k_{AL1} k_{AL2} l (k_{Tc} p^2 + k_M) + k_M k_{Tc} p^2 (k_{AL2} l_{23} + k_{AL1} l_{13}) + ES k_{Tc} k_M p^2 + ES(k_{AL1} + k_{AL2})(k_{Tc} p^2 + k_M)]$$

$$c_2 = k_{Tc} k_M k_{AL1} k_{AL2} [GJ_p l_{13} l_{23} p^2 + ES(l_{13} l_{23} + l_{13}^2)] + E^2 S^2 k_{Tc} k_M l_{13} (k_{AL1} + k_{AL2})$$

4. Vlastnosti kondenzované dvouhmotové soustavy

Kondenzovaný model (11) stejně jako výchozí (7) má jednu cyklickou souřadnici a tudíž musí být jedno vlastní číslo nulové ($\det(\tilde{\mathbf{A}})=0$).

$$(\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}} - \lambda\mathbf{E}) = (\tilde{\mathbf{A}} - \lambda\mathbf{E}) = \mathbf{0}, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}}$$

Matice $\tilde{\mathbf{A}}$ má tvar

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{1}{m_1 m_2 - m_{12}^2} \begin{bmatrix} m_2 k + m_{12} k p & -m_2 k p - m_{12} k p^2 \\ -m_1 k p - m_{12} k & m_1 k p^2 + m_{12} k p \end{bmatrix}, \quad (13)$$

z něž pro prvky matice $\tilde{\mathbf{M}}$ vyplývá podmínka $m_1 m_2 - m_{12}^2 \neq 0$.

Z podmínky $\det(\tilde{\mathbf{A}})=0$ se získá vztah pro vlastní frekvenci soustavy

$$\Omega = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\frac{k(m_1 p^2 + m_2 + 2m_{12} p)}{m_1 m_2 - m_{12}^2}}. \quad (14)$$

Pro matici frekvenční dynamické poddajnosti definované předpisem (15) platí

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{G}(\omega) \mathbf{f}_2(\omega), \quad \mathbf{G} = (\tilde{\mathbf{K}} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}})^{-1}, \quad (15)$$

$$\mathbf{G}(\omega) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\varphi_M(\omega)}{M_k(\omega)} & \frac{x_L(\omega)}{M_k(\omega)} \\ \frac{\varphi_M(\omega)}{F_L(\omega)} & \frac{x_L(\omega)}{F_L(\omega)} \end{bmatrix} = \frac{1}{m_{RK}} \begin{bmatrix} \frac{\omega^2}{\omega_M^{*2} - 1} & \frac{\omega^2}{\omega_{12}^2 + 1} \\ -p^2 \frac{\omega^2}{\omega^2 \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} - 1 \right)} & p \frac{\omega^2}{\omega^2 \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} - 1 \right)} \\ \frac{\omega^2}{\omega_{12}^2 + 1} & \frac{\omega^2}{\omega_L^{*2} - 1} \\ p \frac{\omega^2}{\omega^2 \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} - 1 \right)} & - \frac{\omega^2}{\omega^2 \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} - 1 \right)} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

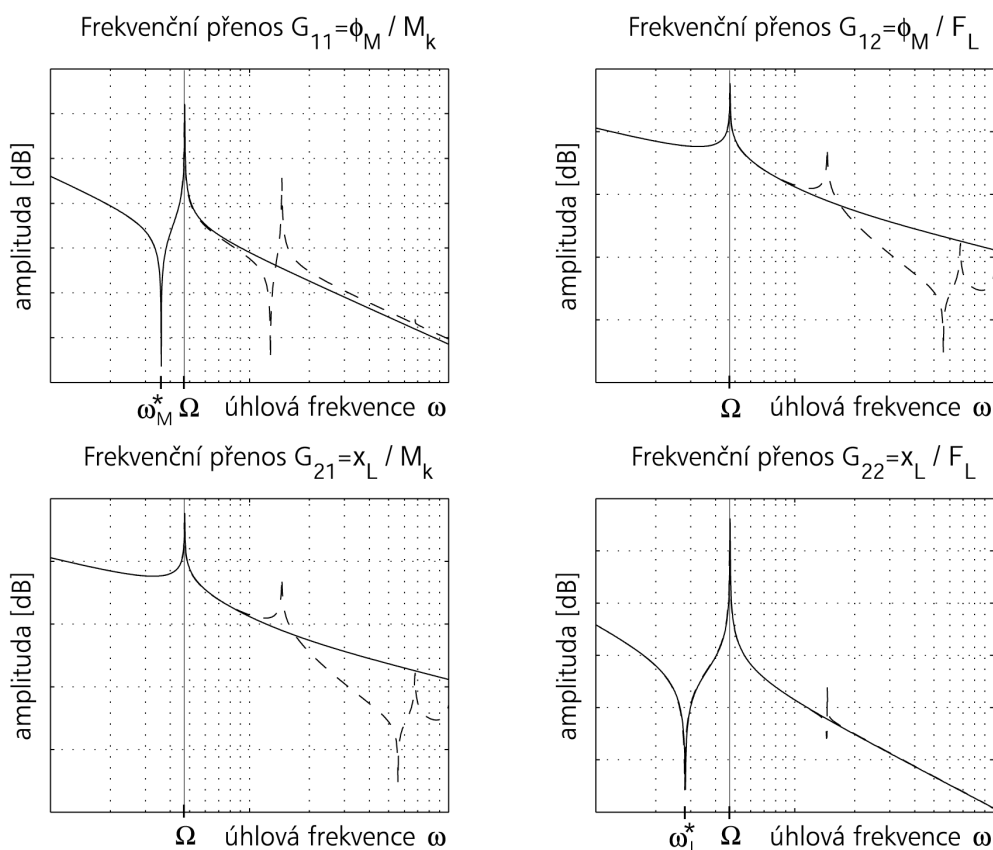
kde ω_M^* , ω_L^* jsou antirezonanční frekvence dané vztahem (17), které vyplývají z podmínky rovnosti polynomu čitatele nule a ω_{12} je frekvence, která zřejmě nemá podstatný fyzikální

význam. Existence antirezonanční frekvence je vlastností pouze diagonálních (frekvenčních přenosů) matice \mathbf{G} , tedy prvku G_{11} a G_{22} . Konstantou m_{RK} je označena redukovaná hmota.

$$\omega_M^{*2} = \sqrt{\frac{kp^2}{m_2}}, \quad \omega_L^{*2} = \sqrt{\frac{k}{m_1}}, \quad \omega_{12} = \sqrt{\frac{kp}{m_{12}}}, \quad m_{RK} = \frac{1}{(m_2 + 2pm_{12} + m_1p^2)} \quad (17)$$

Na obr. 5 jsou pro srovnání vyneseny amplitudové-frekvenční charakteristiky přenosů G_{11} , G_{12} , G_{21} , G_{22} původního osmihmotového (čárkovaně) a kondenzovaného dvouhmotového modelu (plná čára).

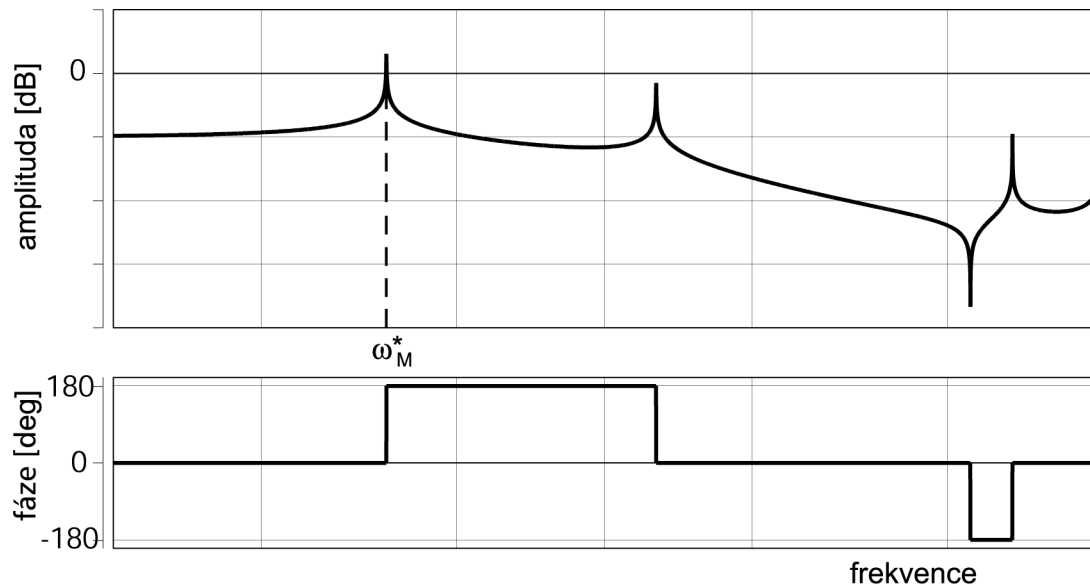
Z grafů je patrné, že pro oblast frekvencí menších než Ω se obě křivky přesně kryjí, což dokazuje relevanci získaného kondenzovaného modelu. V oblasti nad frekvencí Ω tato shoda pochopitelně není, neboť na křivce původního modelu se začnou projevovat vlivy druhé a vyšších frekvencí, které kondenzovaný dvouhmotový model nemůže z principu obsáhnout.



Obr. 5: Amplitudo-frekvenční charakteristiky prvků matice \mathbf{G} kondenzovaného modelu (plná čára) a osmihmotového modelu (čárkovaně)

Pro kmitočty $\omega < \omega_M^*$ probíhá pohyb motoru a stolu synchronně, což je dobře vidět z Bodeho diagramu přenosu $G_{LM}(\omega) = x_L(\omega) / \varphi_M(\omega)$ na obr.6. První antirezonance přenosu G_{11} na kmitočtu $\omega = \omega_M^*$ znamená, že pohyb motoru je minimální a většina energie je předávána hmotě stolu. Pro kmitočty $\omega > \omega_M^*$ kmitají obě souřadnice v protifázi, pohyb stolu se utlumuje a podíl energie, který mu je předáván, klesá. To v praxi může znamenat poškození převodu, eventuelně spojky. Z uvedeného rozboru je zřejmé, že ani sebedokonalejší a seberychlejší regulace

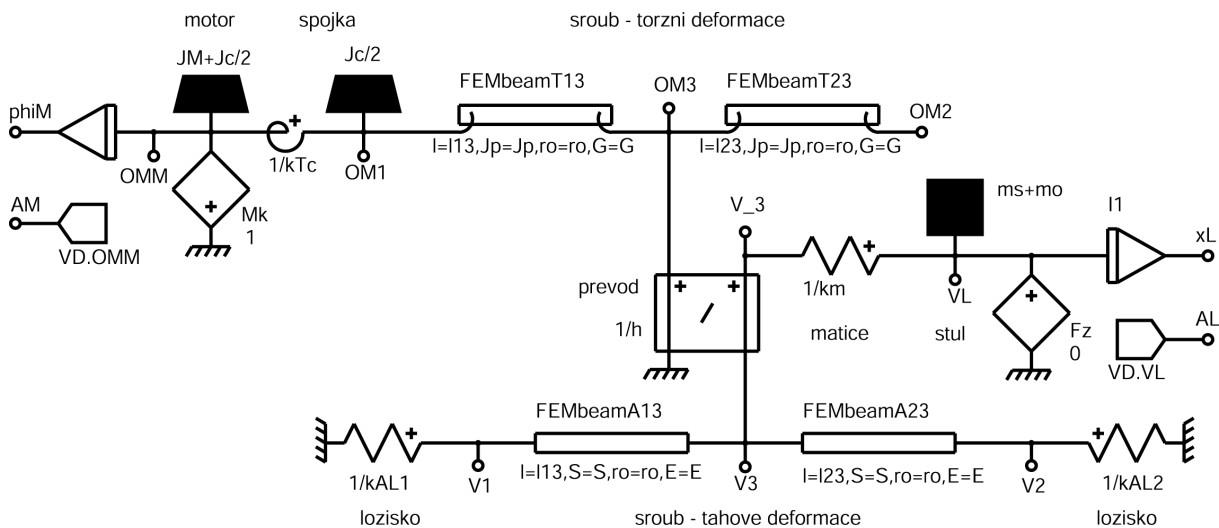
momentu motoru nemůže zaručit správné řízení pohybu stolu v kmitočtové oblasti nad hodnotou ω_M^* . Proto je velikost kmitočtu ω_M^* tak důležitá pro kvalitu regulace polohy.



Obr. 6: Amplitudová a fázová charakteristika přenosu $G_{LM}(\omega) = x_L(\omega) / \varphi_M(\omega)$

5. Mnohapólový model

Druhým, poněkud odlišným způsobem sestavení modelu systému, je využití mnohapólového modelování. Pro tyto účely je použito programového prostředí DYNASTu. Výhoda těchto modelů spočívá v tom, že je lze dále s výhodou využít jako dílčí subsystemy pro sestavení komplexnějších modelů pohonných soustav zahrnujících model servomotoru, jeho regulace atd.



Obr. 7: Simulační schéma osmihmotového systému v programu DYNAST pro pohon s oboustranným uložením rotujícím kul. šroubem

Při sestavení simulačního modelu, jehož schéma je na obr. 7, je zachována diskretizace použitá při odvozování pohybových rovnic v kapitole 2 včetně náhrady kuličkového šroubu konečnými prvky, ve schématu označenými jako „FEMbeamXXX“. V obr. 7 dále OMM zna-

čí úhlovou rychlost motoru a VL rychlost stolu. Při použití tohoto způsobu sestavení modelu nelze získat matice soustavy (7). Provedení kondenzace, jak bylo popsáno v kap. 3, je tedy nemožné. Prvky kondenzovaných matic soustavy (11) však lze získat z amplitudových-frekvenčních charakteristik přenosů G_{11} a G_{22} (obr.5), které se pochopitelně přesně shodují s charakteristikami osmihmotového modelu sestaveného rovnicovým způsobem. Po získání výsledné tuhosti k ze vztahu (12) a odměření frekvencí ω_M^* , ω_L^* , Ω z vypočtených amplitudových-frekvenčních charakteristik přenosů G_{11} , G_{22} dle obr. 5 platí pro prvky redukované matice $\tilde{\mathbf{M}}$

$$m_1 = \frac{k}{\omega_L^{*2}}, \quad m_2 = \frac{kp^2}{\omega_M^{*2}}, \quad m_{12} = \frac{-kp(\omega_M^* \omega_L^* - \sqrt{\omega_M^{*2} \omega_L^{*2} - \Omega^2(\omega_M^{*2} + \omega_L^{*2} - \Omega^2)})}{\Omega^2 \omega_M^* \omega_L^*} \quad (18)$$

Závěr

V příspěvku byly ukázány dva způsoby sestavení modelu nepřímého pohonu NC obráběcích strojů rotujícím oboustranně vetknutým kuličkovým šroubem, které lze využít pro odhad vlastností polohové regulace servopohonu. Popsanou metodiku lze využít i pro jiné uspořádání pohonu kuličkovým šroubem.

Literatura

- [1] Slavík, J. & Stejskal, V. & Zeman, V.: *Základy dynamiky strojů*. ČVUT Praha, 1997. 319 s. ISBN 80-01-01622-6.
- [2] Stejskal, V. & Okrouhlík, M.: *Kmitání s Matlabem*. ČVUT Praha, 2002. 376 s. ISBN 80-01-02435-0.
- [3] Grossmann, K.: *Die Realitaet im Virtuellen. Simulation in technischen Anwendungen*. Hausdruckerei TU Dresden, 1998. 392 s.
- [4] Souček, P. & Bubák, A.: *Vysoce dynamické pohony*. Společnost pro obráběcí stroje, Praha, 2002. 119 s. ISBN 80-238-8426-3.
- [5] Souček, P.: *Odhad parametrů regulace u pohonů NC strojů*. Sborník EPVE 2002 Elektrické pohony a výkonová elektronika. Brno, listopad 2002. VUT Brno, fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. s. 121. ISBN 80-214-2246-7.
- [6] Souček P. Bubák A.: *Computer simulation of Ball Screw Driven Carriage of a Machine Tool*. ICPR Praha 2001. ISBN 80-02-01438-3
- [7] Souček, P.: *Pohony výrobních zařízení*. Skriptum ČVUT. Praha 1997. 163 str.

Tyto výsledky byly získány za finančního přispění Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci podpory projektu výzkumu a vývoje LN00B128.