

SBRA METHOD AND DEVELOPMENT OF ITS APPLICATION

D. Pustka*, P. Marek*

Summary: *This paper turns attention to the potential of the simulation based reliability assessment method SBRA considering especially the durability assessment of steel structures. A fully probabilistic approach is demonstrated using two examples: (a) a steel component is exposed to time-dependent effects of corrosion, and (b) assessment of the accumulation of fatigue damage.*

1. Úvod

V poslední době se zvyšuje pozornost věnovaná rozvoji a aplikacím moderních pravděpodobnostních metod umožňujících komplexní analýzu spolehlivosti prvků, dílců a konstrukčních systémů. Jak vyplývá z příkladů řešených v rámci více než patnáctiletého výzkumu, viz např. Marek (1995, 2001, 2002) a Pustka (2002)), lze řešit stále náročnější úlohy např. metodou SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment – viz Marek (1995)). Tato metoda používá simulační techniku k analýze interakcí jednotlivých náhodně proměnných vstupních veličin, přičemž k popisu těchto veličin jsou s výhodou použita ohraničená neparametrická rozdělení (histogramy apod.).

Jedním z hlavních aspektů, které je nutno v procesu návrhu a posudku prvků či konstrukcí uvážit, je časová závislost účinků zatížení a odolnosti.. Jako příklad lze uvést akumulaci poškození v důsledku koroze či únavy oceli a karbonatací betonu. Jak bude osvětleno na následujících příkladech, dovoluje aplikace metody SBRA přehledný rozbor spolehlivosti v závislosti na čase při realizaci inspekčních prohlídek a následné údržby či provedení konstrukčních úprav). Uvedené příklady slouží k naznačení strategie posudku trvanlivosti uvedenou metodou.

2. Příklad I: Ocelový prostě podepřený nosník ovlivněný korozi

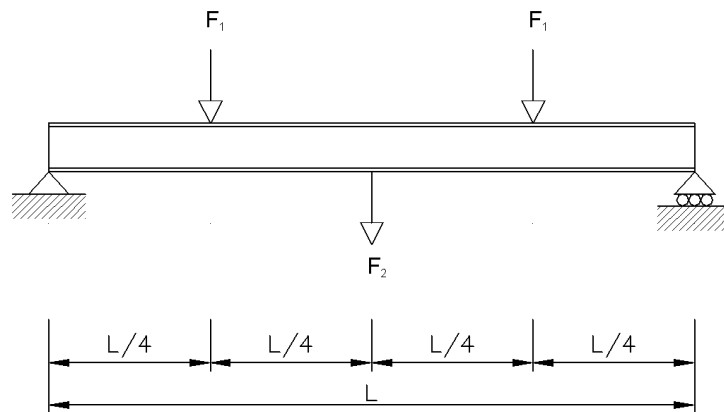
(A) Zadání příkladu:

Prostě uložený ocelový nosník je namáhán v krajních čtvrtinách rozpětí silami F_1 a v polovině rozpětí silou F_2 (viz Obrázek1). Předmětem zadání je posudek spolehlivosti nosníku z hlediska bezpečnosti (porušení ohybovým momentem při zanedbání vlivu smyku). Analýza je provedena pro návrhovou pravděpodobnost $P_d = 0,0005$ a návrhovou životnost konstrukce $T_{tot} = 50$ let.

* Ing. David Pustka, Ph.D., Prof. Ing. Pavel Marek, DrSc.: (a) UTAM AV ČR; Prosecká 76; 190 00 Praha 9, (b) VŠB-TUO; Ludvíka Poděště 1875; 708 00 Ostrava, tel.: +420 283 882 462; fax: +420 286 884 634; e-mail: pustka@itam.cas.cz, marekp@itam.cas.cz.

(B) Geometrické a materiálové charakteristiky konstrukce:

Nosník je vyroben z válcovaného profilu IPE 360 (ocel V 10425). Nosník je konstrukčně zajištěn proti ztrátě stability. Náhodně proměnné geometrické a materiálové charakteristiky jsou definovány jako součin nominální hodnoty a náhodně proměnné veličiny reprezentované ohraničeným histogramem (viz Tabulka1) Ohraničené histogramy použité v analýze jsou uvedeny na Obrázku2.



Obrázek1 Schéma ocelového prostě podepřeného nosníku

(C) Zatížení:

Osamělé břemeno F_1 (viz Obrázek1) vyjadřuje výslednici třech vzájemně nezávislých zatížení, a to zatížení stálého $DL2$, nahodilého dlouhodobého $LL2$ a nahodilého krátkodobého $SL2$ (viz Tabulka2). Síla F_2 (viz Obrázek1) představuje nahodilé krátkodobé zatížení $SL1$ (viz Tabulka2). Všechna zatížení jsou náhodně proměnná. Jejich variabilita je vyjádřena součinem maximální hodnoty a součinitele reprezentovaným histogramem (např. $DL2_{max} * DL2_{var}$), viz Obrázek3.

Tabulka1 Geometrické a materiálové vlastnosti konstrukce

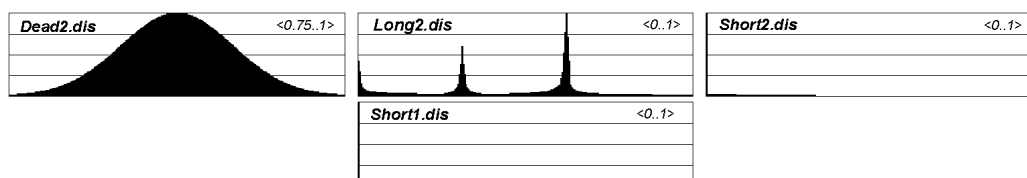
Veličina		Nominální hodnota			Náhodně proměnná	
Označení	Popis	Označení	Hodnota	Jednotka	Označení	Histogram
L	Délka nosníku	L_{nom}	6000	[mm]	-	-
A	Průřezová plocha	A_{nom}	5380	[mm ²]	A_{var}	N1-05.dis
W	Průřezový modul	W_{nom}	557000	[mm ³]	W_{var}	N1-05.dis
ρ	Obj. hmotnost oceli	ρ_{nom}	7850	[kg.m ⁻³]	ρ_{var}	N-01.dis
F_y	Mez kluzu oceli	$F_{y,nom}$	410	[MPa]	$F_{y,var}$	V10425-fy.dis



Obrázek2 Ohraničené histogramy geometrických a materiálových vlastností konstrukce

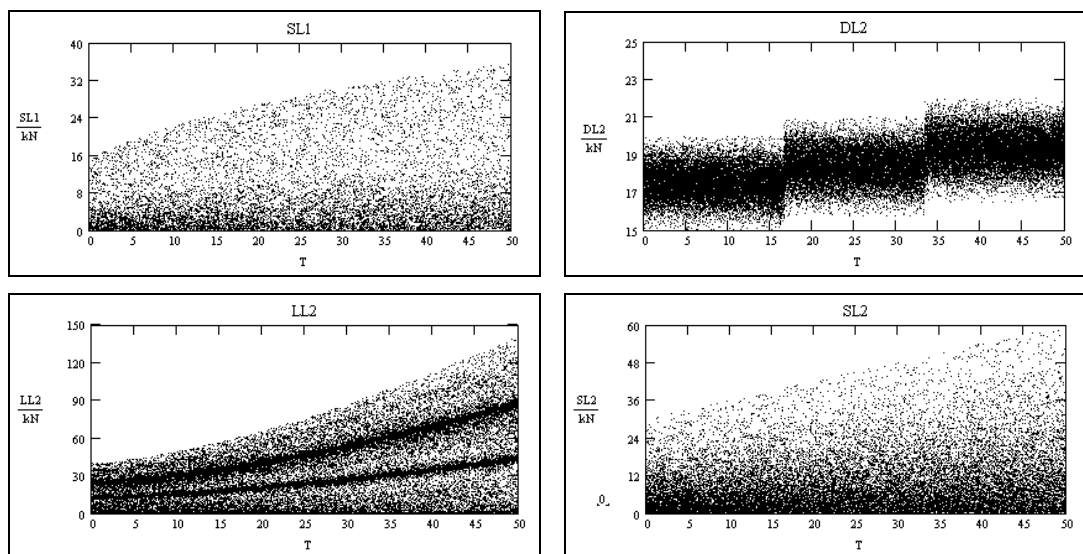
Tabulka2 Vlastnosti náhodně proměnných zatížení

Zatížení		Maximální hodnota			Náhodně proměnná	
Označení	Popis	Označení	Hodnota	Jednotka	Označení	Histogram
F1	Stálé	DL2max	20	[kN]	DL2var	Dead2.dis
	Nahodilé dlouhodobé	LL2max	40	[kN]	LL2var	Long2.dis
	Nahodilé krátkodobé	SL2max	30	[kN]	SL2var	Short2.dis
F2	Nahodilé krátkodobé	SL1max	15	[kN]	SL1var	Short1.dis



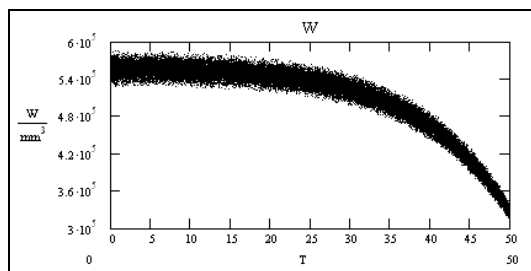
Obrázek3 Ohraničené histogramy náhodně proměnných zatížení

Všechny složky zatížení jsou proměnné v čase. Předpokládaný časový vývoj jejich rozptylu je zobrazen na Obrázku4 (další podrobnosti viz Pustka (2002)-doktorská práce).

Obrázek4 Vývoj zatížení v čase $T = 0..50$ roků (viz Tabulka2)

(D) Výpočet odolnosti konstrukce:

V tomto příkladě je odolnost vztažena k vyčerpání oblasti pružného působení ocelového průřezu. Mez kluzu oceli je vyjádřena histogramem (viz Obrázek2). Ocelový nosník je vystaven agresivitě prostředí a následně je oslabován korozí, mající za následek pokles ohybové odolnosti. Koroze vede k poklesu hodnoty průřezového modulu (což je veličina uplatněná v dalším výpočtu při stanovení ohybové odolnosti nosníku vztažené k mezi kluzu oceli) s časem. Časový průběh rozptylu tohoto průřezového modulu je znázorněn na Obrázku5 (podrobnosti viz Pustka (2002) - doktorská práce).



Obrázek5 Hodnota průřezového modulu závislá na čase

(E) Analýza funkce spolehlivosti:

Při uvažování předpokládaných složek zatížení proměnných v závislosti na čase (viz Obrázek4) a hodnoty průřezového modulu klesajícího s časem T (viz Obrázek5) lze stanovit „apriorní“ odhad pravděpodobnosti poruchy analýzou časově závislé funkce spolehlivosti:

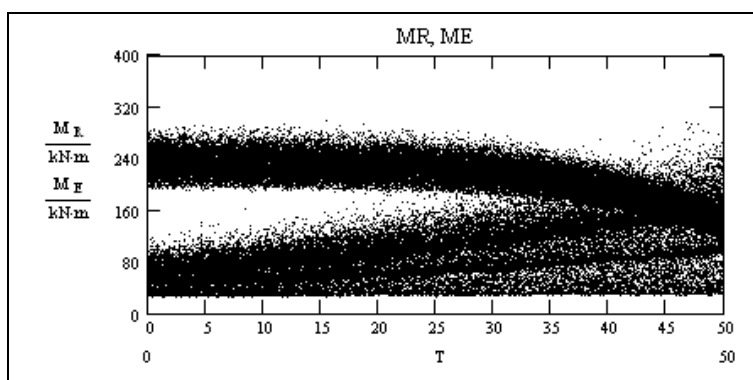
$$SF(T) = M_R(T) - M_E(T), \quad (1)$$

kde funkce $M_R(T)$ je odolnost konstrukce závislá na čase T a $M_E(T)$ je časově závislý účinek kombinace všech zatížení (podrobnosti viz Pustka (2002)-doktorská práce). Spolehlivost konstrukce v určitém čase T je prokázána splněním podmínky:

$$P_f[SF(T)] < P_d, \quad (2)$$

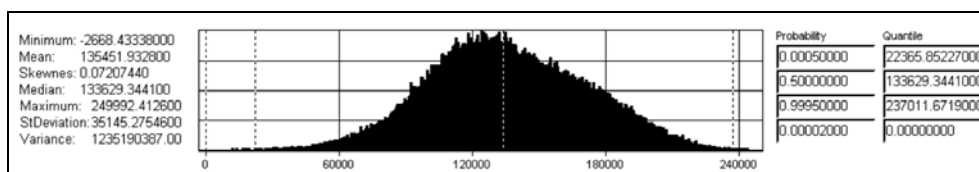
kde P_d je návrhová pravděpodobnost daná normou.

Funkce spolehlivosti (1) pro „apriorní“ odhady složek zatížení (viz Obrázek4) a průřezového modulu (viz Obrázek5) byla analyzována programem AntHill pro Windows. Vzájemný vztah odolnosti konstrukce $M_R(T)$ a účinků zatížení $M_E(T)$ je zobrazen na Obrázku6.



Obrázek6: Vztah odolnosti $M_R(T)$ a účinků zatížení $M_E(T)$

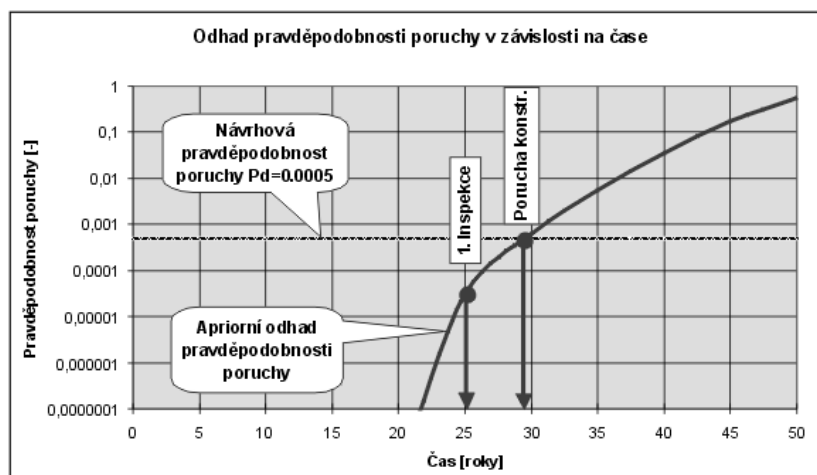
Metoda SBRA umožňuje stanovit snadno v kterémkoliv časovém okamžiku T_i pravděpodobnost poruchy konstrukce. Době $T = 25$ let odpovídá např. pravděpodobnost poruchy $P_f[SF(25)] = 0,00002$ (viz Obrázek7 – výstup z programu AntHill pro Windows), což je menší než návrhová pravděpodobnost poruchy $P_d = 0,0005$ (daná např. normou), konstrukce tedy vyhoví podmínce spolehlivosti (2).

Obrázek7 Funkce spolehlivosti $SF(T)$ pro $T = 25$ let

Postupnou analýzou funkce spolehlivosti $SF(T)$ (např. pro $T = 0, 5, \dots, 50$ let) lze určit „apriorní“ odhad pravděpodobností poruch $P_f(T)$ – viz Tabulka3. Pro tyto výsledné pravděpodobnosti poruch lze sestavit „křivku pravděpodobností poruch“ uvedenou na Obrázku8. Z obrázku je patrné, že zvolená návrhová pravděpodobnost $P_d = 0,0005$ by měla být dosažena v době $T = 29$ let. Z tohoto důvodu je navržena v čase $T = 25$ let první inspekce konstrukce. Výsledek inspekce vede ke korekci předpokládané funkce $M_R(T)$ a k odhadu této funkce pro následující období provozu konstrukce.

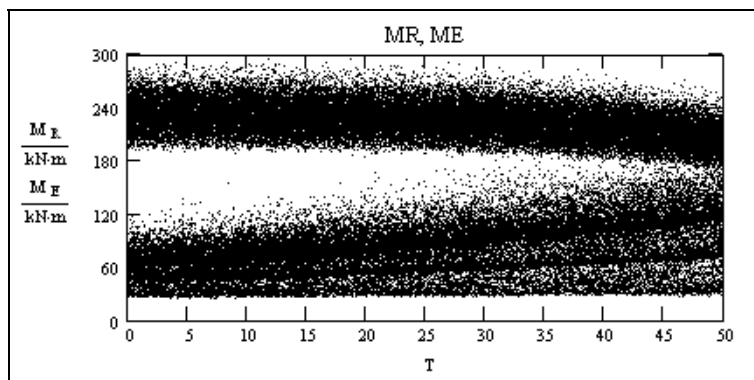
Tabulka3 Apriorní odhad pravděpodobností poruch $P_f[SF(T)]$

	T [roky]										
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$P_f(T)$	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000020	0,000540	0,005110	0,037840	0,180760	0,562140



Obrázek8 Apriorní určení „křivky pravděpodobností poruch“

Na základě výsledků první inspekce provedené v čase $T = 25$ let bylo zjištěno, že pokles odolnosti konstrukce vlivem koroze byl uvažován „a-priori“ příliš konzervativně. Výsledky inspekce umožnily zavést nový odhad časově závislého průřezového modulu. Rovněž časový nárůst předpokládaných maximálních hodnot dílčích složek zatížení $LL2$ a $SL2$ byl na základě проверки skutečného zatížení upraven. Takováto úprava vstupních veličin má za následek nejen změnu vztahu ohybové odolnosti $M_R(T)$ a účinků zatížení $M_E(T)$ (viz Obrázek9), ale také hodnot pravděpodobností poruch $P_f[SF(T)]$ (viz Tabulka4). Výsledná „křivka pravděpodobností poruch“ sestavená na základě hodnot uvedených v Tabulce4 je nakreslena na Obrázku10 - čárkovaně.

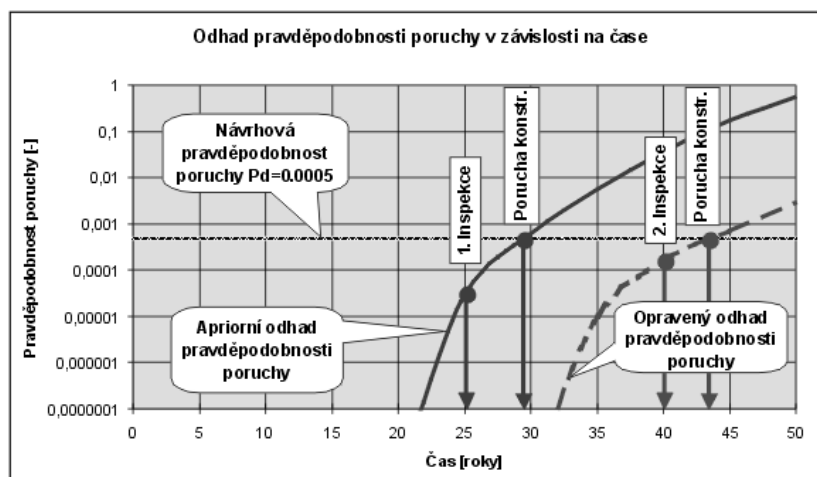


Obrázek9 Vztah odolnosti $M_R(T)$ a účinků zatížení $M_E(T)$ po korekci vstupních veličin

Z grafu je patrné, že nový odhad životnosti konstrukce pro návrhovou pravděpodobnost $P_d = 0,0005$ je 43,3 let. Na základě této hodnoty byla naplánována další inspekce konstrukce v čase $T = 40$ let. Na základě zhodnocených výsledků této druhé inspekce bude např. možné znovu upřesnit korozní model, popř. upřesnit údaje o zatížení působících na konstrukci.

Tabulka4 Korigovaný (druhý) odhad pravděpodobností poruch $P_f[SF(T)]$

	T [roky]										
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$P_f(T)$	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000010	0,000130	0,000710	0,003060



Obrázek10 Korigovaný (druhý) odhad „křivky pravděpodobností poruch“

(F) Závěr:

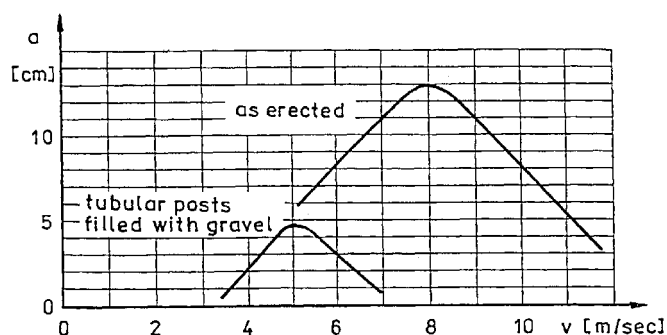
Na jednoduchém příkladu ocelového nosníku byl naznačena podstata metody SBRA z hlediska posudku bezpečnosti konstrukcí vystavených časově závislým účinkům prostředí a korozi materiálu. Analogický postup lze použít i pro mnohé další účinky zatížení závislé na čase a pro zdroje akumulovaného poškození. Navržený postup umožňuje naplánovat termíny inspekčních prohlídek, korekci předpokládaných údajů, upřesnění korozního modelu a odhad zbývající doby života konstrukce, jakož časový plán rekonstrukce objektu apod.

3. Příklad II: Akumulace poškození únavou ocelových podpěr namáhaných větrem

Následující příklad stručně připomíná aplikaci metody SBRA v případě posudku spolehlivosti ocelové konstrukce zatížené větrem z hlediska únavového poškození (viz [Marek et al., 1998]). Předmětem posudku je 40 m vysoká oboustranně kloubově připevněná stojka podírající mostovku ocelového obloukového mostu. Stojka je zatížena osovou silou od zatížení mostovkou a příčně je zatížena větrem. Stojky jsou ocelové svařované roury o průměru 1000 mm. Po dokončení soustavy „mostovka, stojky-mostní oblouk“ bylo při působení větru pozorováno výrazné kmitání stojek o frekvenci cca 1,6 Hz kolmo ke směru větru. (viz Tabulka5).

Hodnoty rozkmitů napětí v kritických místech stojek odpovídající příčnému kmitání od zatížení větrem a naměřeným amplitudám nebyly zanedbatelné a bylo nutno zabývat se rozbohem akumulace poškození ocelové konstrukce stojek únavou. Vztah mezi rychlostí větru, amplitudou, frekvencí a časem je naznačen v Tabulce 5). Po zhodnocení alternativ byla k sanaci stojek zvolena následující alternativa úpravy (viz Marek et al. 1998). Vlastní frekvence (a odpovídající dynamická odezva 40 metrů vysokých stojek) byla snížena tím, že ocelové roury byly naplněny štěrkem o velikosti zrna 5 až 15 mm. Změna objemu snížila přirozenou frekvenci z 1,6 Hz na 0,73 Hz a také výrazně odpovídající amplitudu. Výslednou dynamickou odezvu bylo možno prohlásit za zanedbatelnou. Vztah rychlosti větru a amplitudy před a po změně hmotnosti stojek je zobrazen na Obrázku 11.

V dalším textu je stručně připomenuta studie akumulace poškození únavou uvedených stojek metodou SBRA.



Obrázek 11 Závislost rychlosti větru a amplitudy

(A) Aplikace metody SBRA:

Dílními úkoly rozboru spolehlivosti bylo mj. zodpovězení následujících otázek:

- Jaká byla pravděpodobnost poruchy stojek únavou v čase změny objemové hmotnosti stožárů (tj. po 120 týdnech dynamické odezvy na zatížení větrem)?
- Jaká životnost stožárů odpovídala pravděpodobnosti poruchy $P_f = 0,05$? Tj. po kolika týdnech dynamické odezvy k zatížení větrem by došlo k porušení stojky s výše uvedenou pravděpodobností?

Na základě dostupných informací a dat o rychlostech a směrech větru, kritérií posudku na únavu podle ČSN 73 1401-1998, metody SBRA a odpovídajícího software (M-Star™ a AntHill™) byly uvažovány následující vstupní údaje (viz Tabulka5): (a) rychlost a četnost větru v S-J směru a (b) počet cyklů a amplitudy.

Tabulka5 Rychlosti větru, odpovídající amplitudy a počty cyklů ve čtyřech týdnech

Rychlost větru v [m/s]			Četnost [%]	Počet cyklů N ve čtyřech týdnech	Amplituda a [cm]			i
stř. hodn.	od	do			stř. hodn.	od	do	
5	4.51	5.49	3.92	75868	3	1.04	4.96	1
6	5.51	6.49	2.66	51481	7	5.04	8.96	3
7	6.51	7.49	1.82	35224	11	9.04	12.96	5
8	7.51	8.49	1.40	27095	13	12.5	13.5	7
9	8.51	9.49	0.84	16257	11	9.60	12.4	6
10	9.51	10.49	0.49	9483	8.14	6.74	9.54	4
11	10.51	11.49	0.42	8129	5.28	3.88	6.68	2

Normálová napětí v polovině výšky rourové stojky byla uvažována následovně: (a) tlakové napětí odpovídající celkovému svislému zatížení mostovky $27,4 \text{ N.mm}^{-2}$, (b) rychlosti větru $v = 8 \text{ m.sec}^{-1}$ odpovídala amplituda 130 mm a ohybové napětí $+78,3 \text{ N.mm}^{-2}$.

Kritický průřez s ohledem na únavové porušení bylo nutno uvažovat v polovině výšky 40 m vysoké stojky. Konfigurace definovaná v normě v kategorii 140 reprezentuje vrubový účinek (svařované spoje válcového stožáru). Počet cyklů/týden byl určen na základě směru větru S-J, frekvence $f = 1,6 \text{ Hz}$ a střední hodnoty rychlosti větru $v = 5$ až 11 m.sec^{-1} (viz Tabulka5). Rozptyly jednotlivých proměnných veličin (rychlosti větru, amplitud, Wöhlerových křivek, počtu cyklů apod.) byly vyjádřeny histogramy a použity v simulační analýze (podrobnosti viz Marek et al. 1998).

(C) Proces analýzy spolehlivosti:

Posudek spolehlivosti byl rozčleněn do následujících kroků:

- Určení spektra rychlostí větru odpovídající jednomu týdnu (časová jednotka),
- Určení napětového spektra (v kritickém místě) odpovídající jednomu týdnu (časová jednotka),
- Zvolení odpovídající Wöhlerovy křivky,
- Odhad a implementace rozptylů jednotlivých vstupních veličin,
- Analýza funkce spolehlivosti (aplikace programu M-Star™)

(D) Veličiny a postupy uplatněné v analýze spolehlivosti:

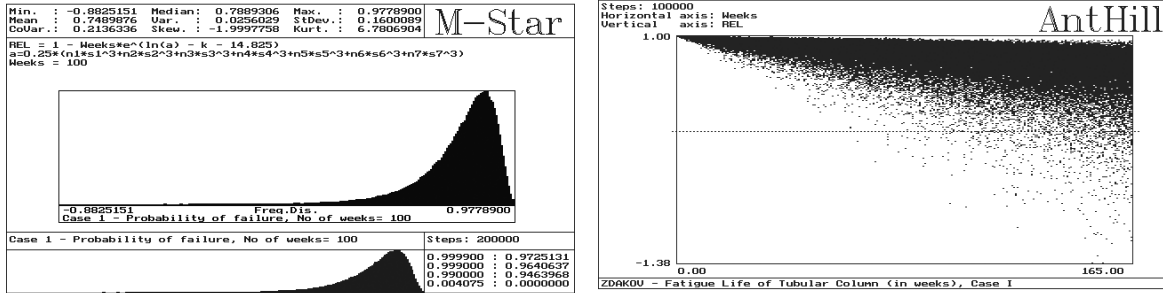
Transformační úpravy potřebné pro simulační výpočet jsou uvedeny v Marek et al. 1998 a 1995.

Tabulka6 Skutečná napět'ová spektra a redukovaná napět'ová spektra vs. počet cyklů

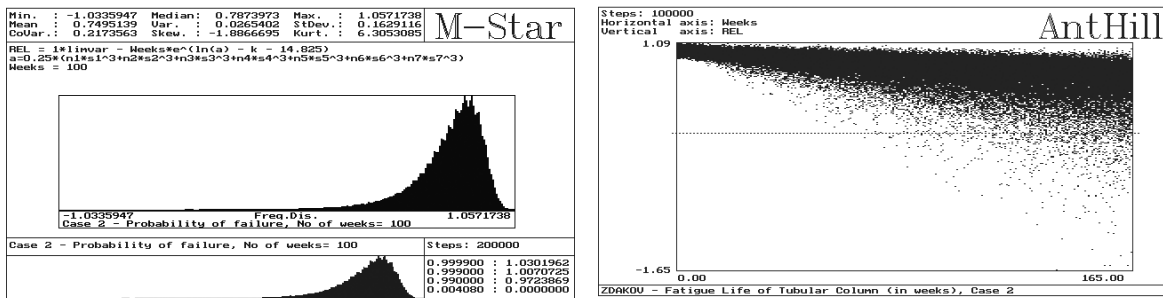
i	Napět'ové spektrum $\Delta\sigma_i$ [N/mm ²] "skutečné" a ("redukované")			Počet cyklů N ve čtyřech týdnech		
	střední hodota	od	do	stř. hodn.	od	do
1	36.1 (21.8)	12.6 (7.6)	59.7 (36.8)	75866	62598	89143
2	63.6 (40.0)	46.7 (28.1)	80.5 (53.3)	8129	6706	9552
3	84.3 (56.6)	60.7 (37.7)	107.9 (75.5)	51481	42472	60490
4	98.1 (69.1)	81.2 (54.1)	114.9 (80.9)	9483	7823	11143
5	132.5 (95.3)	108.9 (76.2)	156.1 (113.9)	35224	29060	41388
6	132.5 (95.3)	115.6 (81.4)	149.4 (109.1)	16257	13412	19102
7	156.6 (114.3)	150.6 (109.9)	162.6 (119.6)	27095	22353	31837

(E) Posudek spolehlivosti programy M-Star™ a AntHill™:

Jak je blíže vysvětleno v Marek et al. 1995, 1998 a Vlk 1998 může metoda SBRA sloužit jako transparentní nástroj k analýze zbytkového života ocelové stojky. Na Obrázku12 a Obrázku13 je uveden výsledek rozboru programy M-Star™ a AntHill™ (výstup z programu M-Star™ uvádí pravděpodobnost poruchy odpovídající 100 týdnům provozu konstrukce).



Obrázek12 (Případ I) Palmgren-Miner $\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$ ($P_f = 0,004$ po 100 týdnech)



Obrázek13 (Případ II) Palmgren-Miner $\sum \frac{n_i}{N_i} = D_d$ ($P_f = 0,004$ po 100 týdnech)

Rozdíl mezi Obrázky12 a 13 spočívá v aplikaci Palmgren-Minerova kritéria (v Obrázku13 velična D_d představuje náhodně proměnnou tolerovatelnou akumulaci poškození, zatímco v případě Obrázku12 je $D_d = 1$). Výstup z programu AntHill™ na Obrázcích12 a 13 vpravo ilustruje vzrůstající pravděpodobnost poruchy s narůstajícím počtem týdnů. Body pod vodorovnou tečkovanou čarou odpovídají poruše.

(F) Zbytková únavová životnost ocelové stojky:

Analýza spolehlivosti zadané úlohy byla provedena programy M-Star™ a AntHill™. Výsledné pravděpodobnosti poruchy a počty týdnů do poruchy jsou v Tabulce7.

Tabulka7 Zbývající únavová životnost stojky

Pravděpodobnost poruchy P_f	Počet týdnů
0,005	85
0,01	95
0,05	153

5. Závěr

Pravděpodobnostní metoda posuzování spolehlivosti konstrukcí s využitím simulační techniky SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment) není omezena na posudek bezpečnosti a provozuschopnosti konstrukcí při jejich uvedení do provozu, nýbrž vytváří předpoklady ke sledování a pravděpodobnostnímu hodnocení akumulace poškození (únavou, korozi, atd.) a tím k posuzování trvanlivosti. Příspěvek stručně připomíná dříve sledované příklady posudku životnosti ocelové konstrukce, a to (a) nosníku vystaveného korozi (včetně návrhu inspekce a aplikace hodnocení výsledků těchto inspekce), a (b) vysoké podpěře vystavené dlouhodobé dynamické odezvě k zatížení větrem.

6. Oznámení

Tato práce vznikla za významné podpory Grantové agentury České republiky, čís. proj. 103/01/1410 a 105/01/0783.

7. Literatura

- Marek P., Pirner, M., Vlk, M. (1998) *Fatigue of a Tubular Posts Exposed to Wind*. 2nd East European Conference on Wind Engineering, Prague, Czech Republic.
- Marek, P., Guštar, M., Anagnos, T. (1995) *Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers*. CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.
- Marek, P., Haldar, A., Guštar, M., Tikalsky, P., editors (2002) *Proceedings of Euro-SiBRAM 2002*. International Colloquium, Prague. Org. ITAM CAS Prague, ISBN 80-86246-15-9.
- Marek, P., Brozzetti, J., Guštar, M. (2001) *Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Background, Exercises and Software*. Institut of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague.
- Pustka, D. (2002) *Application of reliability method SBRA in design of steel, concrete and steel-concrete structures*. Doctoral thesis. VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering, Department of Structural Mechanics.
- Pustka, D. (2002). *Reliability analysis of statically indeterminate steel frame (pilot study)*. Proceedings: International Colloquium Euro-SiBRAM'2002. Volume II. Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague, June 2002. ISBN 80-86246-17-5.
- Pustka, D., Marek, P. (2002) *Moving variable loads in reliability analysis of a statically indeterminate steel frame by probabilistic method SBRA*. Proceedings: International conference „Reliability and diagnostics of transport structures and means“. Page 272-285. University of Pardubice, Pardubice, September 2002. ISBN 80-7194-464-5.
- Pustka, D., Marek, P. (2002) *Reliability analysis of statically indeterminate reinforced concrete frame by probabilistic method SBRA*. Proceedings: International conference „Reliability and diagnostics of transport structures and means“. Page 283-289. University of Pardubice, Pardubice, September 2002. ISBN 80-7194-464-5.
- Vlk M. (2002) *Probabilistic assessment of the remaining fatigue life of welded joints using SBRA method*. Ocelové konstrukce 2002/5, pages 26 to 28, Ostrava, Czech Republic. (in Czech)