

ANALYSIS OF A CRACK GROWING THROUGH AN INTERFACE OF TWO DIFFERENT MATERIALS BASED ON CRACK TIP OPENING DISPLACEMENT

P. Bareš*, Z. Knésl*

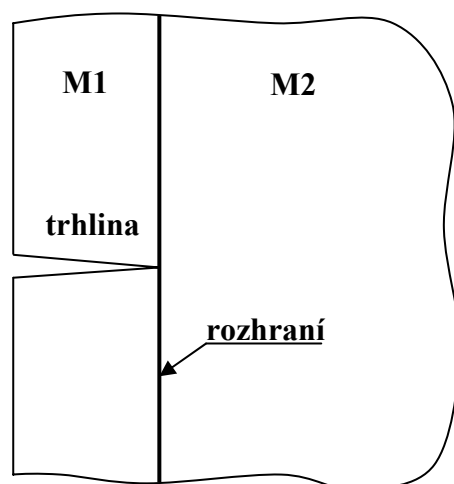
Summary: *Paper describes a study of a crack penetrating the interface between two different elastic materials. The conditions of stability of a crack terminating at the interface are formulated. It is supposed that crack stability is controlled by the corresponding value of the crack tip opening displacement. The resulting critical stresses are compared with those obtained by other approaches.. Numerical calculations are performed by finite element method (system ANSYS).*

1. Úvod

V současnosti dochází v technické praxi stále ve větší míře k využívání složených materiálů. Tyto kompozity mají obecně v mnoha směrech lepší mechanické vlastnosti než jejich jednotlivé materiálové komponenty. Obrovskou výhodou složených materiálů je možnost cíleně měnit jejich užité vlastnosti, a to volbou jednotlivých komponent a jejich vzájemným geometrickým uspořádáním. Vzhledem k tomu, že k porušení těchto materiálů může dojít v důsledku přítomnosti trhlin, stejně jako tomu bylo v homogenních materiálech, je nutné věnovat problematice šíření trhlin ve složených materiálech nemalou pozornost. V řadě případů je pro používání složených materiálů limitujícím prvkem existence rozhraní mezi jednotlivými materiálovými složkami.

V příspěvku je analyzováno chování trhliny šířící se přes bi-materiálové rozhraní. Jako řídicí veličina je použita hodnota otevření kořene trhliny (*CTOD*) a je sledován vliv materiálových charakteristik obou komponent na napěťovou prahovou hodnotu, při které dojde k šíření trhliny přes rozhraní z jednoho materiálu do druhého. Postup je obecný a umožňuje popis chování trhliny jak v případě lineární-elastické tak i v případě pružně-plastické lomové mechaniky. Odpovídající výpočty jsou provedeny metodou konečných prvků (MKP) systémem ANSYS. Celý postup určení stability trhliny pomocí uvedeného kritéria založeného na parametru *CTOD* je demonstrován na případu trhliny šířící se v povrchové ochranné vrstvě. Předpokládáme, že se trhlina šíří kolmo na rozhraní, viz obr. 1. Získané výsledky jsou porovnány s hodnotami určenými pomocí jiných kritérií. Práce přispívá k spolehlivějšímu popisu lomově-mechanických vlastností kompozitů a ke zvýšení provozní spolehlivosti strojnických součástí využívajících složené materiály.

* Ing. Pavel Bareš, Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc., Ústav fyziky materiálů, Akademie věd České republiky, Žitkova 22, 616 62 Brno (tel.:+420 532290 362, e-mail: bares@ipm.cz)



Obr.1 Trhlina kolmá k bi-materiálovému rozhraní.

2. Typy studovaných bi-materiálů

Kompozitní materiály mohou být obecně dvou a vícesložkové. Při numerické analýze šíření trhlin v těchto materiálech nás většinou zajímá pouze rozhraní mezi dvěma složkami daného kompozitu, a tak tyto materiály modelujeme jako dvoufázové prostředí pomocí bi-materiálového tělesa. Daný bi-materiálový model můžeme získat libovolnou kombinací dvou homogenních materiálů, které lze podle jejich vlastností rozdělit na lineárně-elastické a pružně-plastické. V důsledku toho můžeme z našeho pohledu rozdělit bi-materiály do několika základních skupin.

Do první skupiny můžeme zařadit bi-materiály jejichž obě dvě složky lze charakterizovat jako lineárně-elastické. Jejich chování tedy závisí pouze na Youngově modulu pružnosti v tahu E a Poissonově konstantě ν obou komponent. Ve druhé skupině mají jednotlivé bi-materiálové složky pružně-plastické vlastnosti a jejich chování je obecně rozdílné jak v elastické, tak i v plastické oblasti. Jako speciální případ můžeme do této skupiny zařadit i v praxi poměrně dosti rozšířené pružně-plastické bi-materiály, jejichž obě komponenty jsou elasticky identické, ale mají rozdílné meze kluzu. Příkladem takového kompozitu je duplexní ocel.

Třetí skupina je pak tvořena bi-materiály, které vznikly kombinací lineárně-elastického a pružně-plastického materiálu.

Cílem našich výzkumů v několika posledních letech je nalézt obecný způsob popisu chování trhlin v těchto bi-materiálech, na jehož základě by bylo možné předikovat jejich další vývoj, zejména pak rozhodnout, zda a jak se trhlina za daných podmínek bude či nebude přes rozhraní šířit z jednoho materiálu do druhého, viz např. (Náhlík, 2002).

Problematika trhliny šířící se přes rozhraní dvou lineárně-elastických materiálů je již v podstatě vyřešena a existuje několik možných způsobů jak popsat chování takového trhliny a formulovat odpovídající kriteria stability. Trhlina s vrcholem na rozhraní dvou lineárně-elastických materiálů je přitom chápána jako obecný singulární koncentrátor napětí. Zmíňme zde například přístup založený na srovnání velikostí plastických zón před čelem trhliny pro bi-materiál a příslušný homogenní materiál (Náhlík, 2002) nebo přístup na základě určení

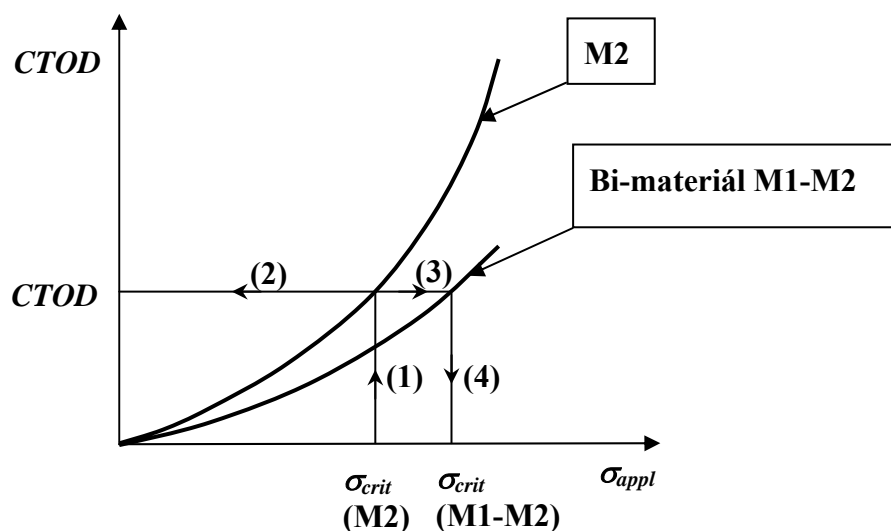
kritické hodnoty středního napětí před vrcholem trhliny (Knésl, Knápek & Bednář, 1998). První zde uvedený přístup je vhodný k popisu šíření především únavových trhlin, druhý zase pro studium křehkého porušení.

Vhodné způsoby popisu chování trhliny šířících se přes rozhraní dvou různých pružně-plastických materiálů se stále hledají a tato problematika vzhledem ke své obsáhlosti a náročnosti není zdaleka tak dobře popsána jako výše zmíněný případ trhliny na rozhraní dvou lineárně elastických materiálů.

V této práci je navrženo řešení této problematiky vycházející z veličiny kritického otevření kořene trhliny *CTOD* (Bareš, 2003). Poznamenejme, že kritérium založené na *CTOD* je běžně využíváno pro hodnocení stability trhliny v oblasti platnosti pružně plastické lomové mechaniky u homogenních těles, např. (Anderson, 1995). Výhodou tohoto kritéria je jeho fyzikální jednoduchost a názornost. Mezi nevýhody pak patří zejména otázka definice *CTOD* a jeho stanovení.

3. Posouzení stability trhliny s vrcholem na rozhraní pomocí *CTOD*

Jak již bylo uvedeno v pracích (Bareš & Knésl, 2003; Bareš & Knésl, 2004), je pro popis trhliny ležící na rozhraní z hlediska nelineární pružně-plastické lomové mechaniky vhodným parametrem *CTOD* a na jeho základě lze formulovat kritérium stability trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů. Za předpokladu, že se trhlina šíří v případě homogenního materiálu a bi-materiálu stejným mechanismem, lze srovnáním kritických hodnot *CTOD* v obou případech určit odpovídající kritické napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů.



Obr.2 Postup při určování kritického napětí σ_{crit} pro trhlinu na rozhraní dvou materiálů M1 a M2.

Na základě známé hodnoty kritického napětí v homogenním materiálu M2 $\sigma_{crit,(M2)}$, určené pomocí lomové houževnatosti, příp. pomocí únavové prahové hodnoty, můžeme z vypočtené závislosti *CTOD* na σ_{appl} pro materiál M2, viz obr.2, určit kritickou hodnotu $(CTOD)_c$ pro křehké porušení, případně únavovou prahovou hodnotu $(CTOD)_{th}$ pro cyklické namáhání v tomto materiálu. Tato hodnota bude na základě předchozích předpokladů zároveň

i prahovou (kritickou) hodnotou pro případ trhliny šířící se z rozhraní do materiálu M2. Kritérium stability pro trhlínu ležící na rozhraní můžeme potom napsat ve tvaru:

$$CTOD < (CTOD)_C, \quad \text{pro křehké porušení}$$

$$CTOD < (CTOD)_{th} \quad \text{pro únavové namáhání}$$

kde

$CTOD = CTOD(\sigma_{appl}, M1, M2, \sigma_{01}, \sigma_{02})$ je vypočtené pro trhlínu s vrcholem na rozhraní a $CTOD_{th}$, $CTOD_C$ jsou materiálové charakteristiky materiálu M2, určené pomocí obr.2, tj.

$$CTOD_{th} = CTOD(\sigma_{crit})_{\text{ÚNAVA}} = CTOD(M2)$$

$$CTOD_C = CTOD(\sigma_{crit})_{\text{KŘEHKÉ PORUŠENÍ}} = CTOD(M2).$$

Na základě znalosti $CTOD_{th}$ (popř. $CTOD_C$) můžeme ze závislosti $CTOD$ na σ_{appl} (získané rovněž pomocí numerického řešení (MKP)), tentokrát ale pro případ bi-materiálového vzorku, viz obr.2, určit pro dané podmínky zatěžování mezní hodnotu vnějšího zatížení σ_{crit} tak, že pro $\sigma_{appl} < \sigma_{crit}$ se trhlína zastaví a nebude se šířit dále do materiálu M2. Kritérium stability formulované výše pak můžeme psát pomocí napětí ve tvaru:

$$\sigma_{appl} < \sigma_{crit} .$$

Toto kritérium bylo původně navrženo pro určení stability trhliny ležící na rozhraní dvou různých pružně-plastických materiálů (Bareš & Knésl, 2003; Bareš & Knésl, 2004). Jelikož platnost tohoto kritéria stability nebyla dosud ještě experimentálně zkoumána, je užitečné porovnat takto získané výsledky s hodnotami pro případ trhliny šířící se přes rozhraní dvou lineárně-elastických materiálů, pro který můžeme příslušné hodnoty určit na základě již známých kritérií. Klíčovým krokem při aplikaci tohoto postupu je vhodná definice veličiny $CTOD$.

4. Způsoby výpočtu CTOD

V literatuře lze nalézt celou řadu definic veličiny $CTOD$, např. (Anderson, 1995; Hutař & Knésl, 2002). Konečná volba definice pak závisí na konkrétním analyzovaném případě. Poznamenejme, že jednotlivé definice otevření kořene trhliny vedou ve stejném případě k různým hodnotám $CTOD$. Abychom získali správnou hodnotu kritického napětí, je tedy vždy nutné porovnávat hodnotu $CTOD$ s kritickou hodnotou $(CTOD)_{crit}$ určenou na základě stejné definice. Jak si dále ukážeme, volba vhodné definice $CTOD$ není vždy jednoduchá a vyžaduje jisté zkušenosti. Uvedme dále některé příklady definic $CTOD$ a jejich možného použití.

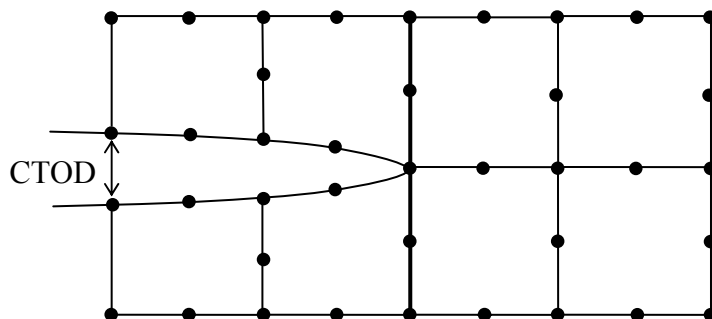
$CTOD$ se primárně definuje jako otevření trhliny na hranici plastické zóny (obvykle pomocí korekce délky trhliny na velikost plastické zóny). Tuto definici lze použít u numerických výpočtů v případě homogenního tělesa, kdy průsečík okraje plastické zóny a profilu trhliny je jasně definovaný. V případě trhliny na rozhraní dvou materiálů tato definice použít nelze, jelikož tvar plastické zóny je komplikovaný a výše zmíněný průsečík nelze jednoznačně určit, viz (Bareš, 2003) pro podrobnosti.

Další možností jak stanovit $CTOD$ je definice pomocí přímky vycházející z kořene trhliny pod úhlem 45° , např. (Anderson, 1995). Tato definice je však v případě malých plastických deformací obtížně použitelná. Jiný přístup je založen na základě extrapolace lineární části

profilu trhliny do jejího kořene (Bílek, Kuna & Knésl, 1977). Posledně zmíněný způsob určení *CTOD* lze však použít jen pro určitý tvar profilu trhliny při otevření, kdy část profilu musí být lineární. I v tomto případě se při jeho určování můžeme dopustit určitých chyb daných subjektivním určováním extrapoláčního intervalu. Při špatném zvolení extrapoláčního intervalu můžeme dojít ke zkresleným výsledkům. Poznamenejme, že tato definice byla použita v pracích (Bareš & Knésl, 2003; Bareš & Knésl, 2004). Tuto definici však nelze použít např. pro trhliny šířící se uvnitř těles.

Stanovení *CTOD* pomocí složek vektoru posunutí povrchu trhliny v určitém bodě v blízkosti vrcholu trhliny

Další definice *CTOD*, která nemá přímé fyzikální opodstatnění, ale z hlediska výpočtového je výhodná a často používaná, je založena na stanovení *CTOD* pomocí složek vektoru posunutí povrchu trhliny v určitém bodě v blízkosti vrcholu trhliny. Výhodou této definice je i snadné stanovení *CTOD* pro smíšený mód namáhání. Tento způsob je zejména často používaný při určování *CTOD* pomocí metody konečných prvků (MKP) a obvykle se volí hodnoty posunutí určené na druhém uzlu od vrcholu trhliny ležícím na jejím profilu (v případě použití čtyřuzlových prvků (Solanski, Daniewicz & Newman, 2004)). Uvedený postup je použit i v tomto příspěvku s tím rozdílem, že pro výpočty byly použity izoparametrické osmi-uzlové prvky, a tak na základě vlastních zkušeností a skutečností popsanych níže byla tedy hodnota *CTOD* určena z posunutí čtvrtého uzlu, viz obr. 3. Výhodou této metody je jednoznačná definice místa určení *CTOD*, čímž jsou do jisté míry eliminovány chyby v důsledku subjektivního úsudku výpočtáře, jak tomu může být například ve výše zmíněném postupu založeném na základě extrapolace lineární části profilu trhliny do jejího kořene.



Obr.3 Stanovení *CTOD* pomocí složek vektoru posunutí povrchu trhliny na čtvrtém uzlu od vrcholu trhliny.

Nevýhodou této definice je možný vliv hustoty sítě na dosažené výsledky, a proto je nutné při výpočtech analyzovat i tuto otázku. Poznamenejme, že v případě používání posunutí na konkrétním uzlu v blízkosti kořene trhliny obecně neplatí obvyklý závěr prezentovaný jako „čím hustější síť, tím přesnější výsledky“. Příliš jemná síť naopak může v některých případech přesnost snížit, jelikož na jednu stranu výpočet celkově zkvalitníme, ale na druhou stranu se při určování *CTOD* dostaneme blíže kořeni trhliny kde je velký gradient napětí, a tím i větší míra numerické nepřesnosti. Na druhé straně se pro hrubší síť můžeme dostat do oblastí, kde jsou hodnoty posunutí již silně ovlivněny nesingulárními členy Williamsova rozvoje a přesnost jejich hodnot je více než sporná. Otázka volby optimální vzdálenosti, ve které lze definovat *CTOD*, musí být tedy kompromisem mezi oběma hledisky a problematika

je do jisté míry analogická volbě hustoty sítě při stanovování hodnot faktoru intenzity napětí přímými metodami, viz např. (Kněsl, Hutař & Seitl, 2002).

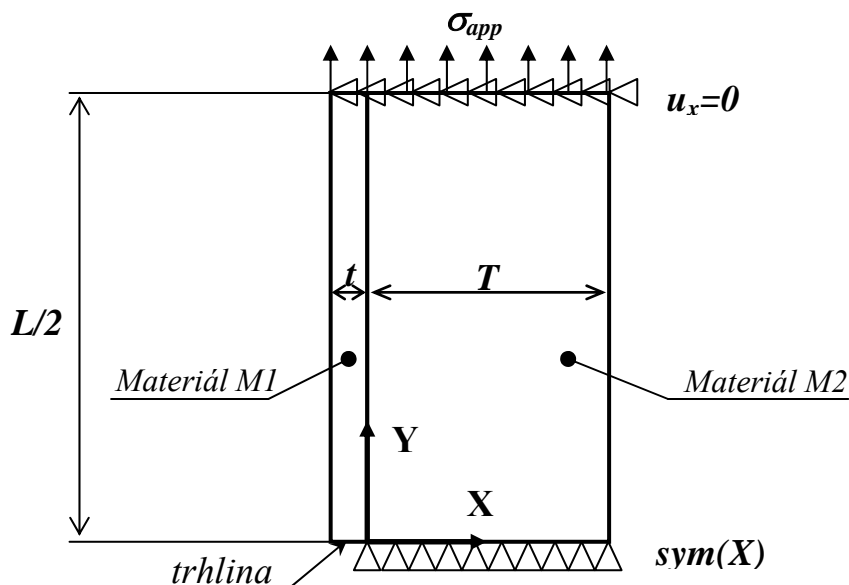
Nelze doporučit v literatuře někdy používané určování *CTOD* na 1. (v případě použití čtyř uzlových prvků) respektive 2. uzlovém bodě sítě (při použití osmi uzlových prvků). Tento způsob určení *CTOD* není zcela přesný právě z důvodu velkého gradientu napětí v bezprostřední blízkosti kořene trhliny a numerickým chybám, které jsou na těchto uzlech největší. Jak je ukázáno v práci (Whitcomb, Raju & Goree, 1982), používání hodnot napětí nebo posunutí, které jsou získány v oblasti prvních dvou elementů nejbližších singularitě napětí je zatíženo velkou chybou bez ohledu na hustotu sítě, tj. oblast nepřesností numerických výsledků získaných v okolí singularity je omezena na první dva prvky použité sítě. Tato skutečnost tedy vylučuje použití hodnot napětí a posunutí určených uvnitř prvních dvou prvků pro odhady lomové mechanických parametrů. Jak již bylo zmíněno, právě tyto důvody a také vlastní zkušenosti nás vedli k definici *CTOD* pomocí hodnot posunutí určených ve čtvrtém uzlovém bodě.

5. Numerický příklad.

V tomto příkladě je na základě námi navrženého kritéria, viz kapitola 3, určeno kritické napětí σ_{crit} v případě šíření únavové trhliny pro únavovou prahovou hodnotu $K_{th} = 5 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, při kterém se trhlina bude šířit z prvního materiálu M1 dále do materiálu M2. Získané hodnoty jsou srovnány s výsledky vypočítanými na základě jiných kritérií.

Výpočtový model

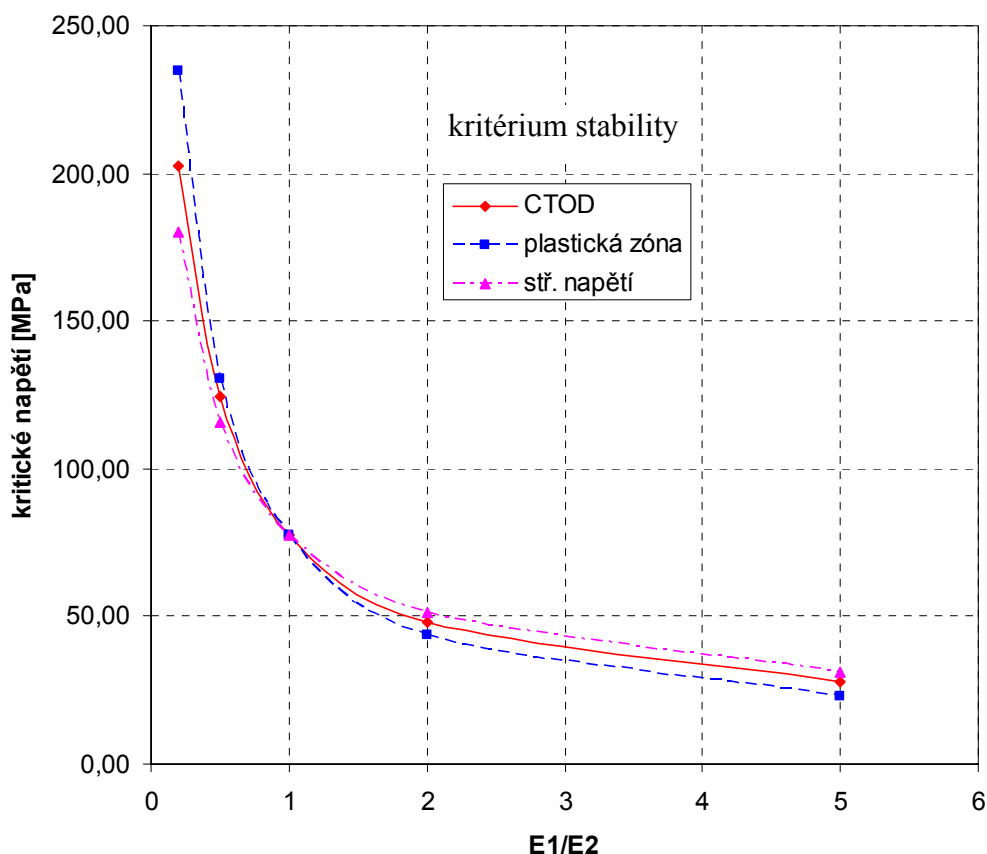
Veškeré výpočty byly provedeny na modelu tělesa s povrchovou ochrannou vrstvou s trhlinou, jejíž vrchol leží na rozhraní (model byl zvolen dle práce (Náhlík, 2002)), viz obr.4.



Obr.4 Bi-materiálové těleso modelující povrchovou vrstvou s trhlinou.
(Geometrické parametry vzorku jsou: $T = 15\text{mm}$, $t = 1\text{mm}$, $L = 60\text{mm}$)

Výsledky výpočtů

Srovnání výsledků kritických napětí, určených pomocí námi navrženého kritéria stability na základě *CTOD*, s výsledky získanými porovnáním velikostí plastických zón před čelem trhliny pro bi-materiál a příslušný homogenní materiál respektive na základě kritické hodnoty středního napětí před vrcholem trhliny je uvedeno na obr. 5.



Obr.5 Závislost kritických napětí na poměru E_1/E_2 pro různá kritéria stability.

Z obrázku 5. je patrná dobrá shoda výsledků získaných na základě všech tří kritérií pro velký rozsah poměrů E_1/E_2 .

6. Závěr

Ze získaných výsledků lze konstatovat, že kritérium stability trhliny založené na základě otevření vrcholu trhliny *CTOD* je dalším možným kritériem pro posouzení stability trhliny jejíž vrchol leží na rozhraní dvou různých lineárně-elastických materiálů. V příspěvku je diskutována otázka numerického stanovení otevření trhliny a je ukázáno, že jako nejvhodnější definice *CTOD* se při použití osmi-uzlových izoparametrických prvků jeví výpočet hodnot posunutí ve čtvrtém uzlovém bodě (počítáno od vrcholu trhliny). Výsledné kritické napětí určené pomocí navrženého kritéria stability odpovídá v oblasti platnosti lineárně elastické lomové mechaniky výsledkům získaným na základě jiných postupů. Vzhledem k tomu, že *CTOD* je jednoznačným lomově-mechanickým parametrem jak v oblasti LELM tak i v oblasti EPLM, zdá se že toto kritérium bude možné použít i v případě obecného bi-materiálového

tělesa, jehož komponenty mohou být jak lineárně-elastické, tak pružně-plastické. Tato problematika je v současné době předmětem našeho intenzivního zkoumání.

7. Poděkování

Projekt byl realizován za finanční podpory Grantové agentury České republiky (projekt č. 101/03/0331) a Grantové agentury Akademie věd České republiky (projekt č. K2076106).

8. Literatura

- Anderson, T.L. (1995) *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*, Second Edition. CRC Press, London.
- Bareš, P. (2003) Šíření únavových trhlin přes rozhraní dvou materiálů. *Diplomová práce*, ÚMT FSI VUT v Brně, Brno.
- Bareš, P. & Knésl, Z. (2003) Hodnocení stability trhliny s vrcholem na rozhraní mezi dvěma materiály s odlišnou mezí kluzu. *Sborník konference Výpočtová mechanika 2003*, Nečtiny.
- Bareš, P. & Knésl, Z. (2004) Problematika hodnocení rozhraní dvou materiálů z hlediska nelineární pružně-plastické lomové mechaniky. *Sborník semináře Semdok 2004*, Žilina.
- Bílek, Z., Kuna, M. & Knésl, Z. (1977) Studium otevření trhliny metodou konečných prvků. *Kovové materiály XV*.
- Hutař, P. & Knésl, Z. (2002) Vliv T-napětí na přepočtové vztahy pro otevření v kořeni trhliny a J-integrálu. *Sborník konference Inženýrská mechanika 2002*, CD verze, Svratka.
- Náhlík, L. (2002) Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů. *Ph.D. disertační práce*, ÚFM AV ČR, Brno.
- Knésl, Z., Hutař, P. & Seitzl, S. (2002) Výpočet faktoru intenzity napětí metodou konečných prvků. *Výpočty konstrukcí metodou konečných prvků*, Praha.
- Knésl Z., Knápek A. & Bednář K. (1998) Evaluation of the critical stress in bonded materials th a crack perpendicular to the interface. *Proceedings of the International Conference Surface Modification Technologies XI*, ed. T.S.Sudershan, M. Jeandin, K.H.Khor, The Institute of Materials, London.
- Solanski, A., Daniewicz, S. R. & Newman, J. C., Jr. (2004) A new methodology for computing crack opening values from finite element analyses. *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 71, Issues 7-8.
- Whitcomb, J. D., Raju, I.S. & Goree, J. G. (1982) Reability of the finite element method for calculating free edge stresses in composite laminates. *Computer and Structures*, Vol. 15, No. 1, pp. 23-37.