ENGINEERING MECHANICS 2004
NATIONAL CONFERENCE
with international participation
Svratka, Czech Republic, 10 - 13 May 2004

THE PROBLEM OF THE EXCITATION FUNCTIONS GENERATION FOR THE MODEL OF THE SPECIAL POSITIONAL SERVOMECHANISM OF THE RANGEFINDER

V. Čech*, J. Jevický**

Summary: *The accuracy of the measured target coordinates depends both on the accuracy of the measured target range and on the accuracy of the measured target angle coordinates which are measured relatively against the rangefinder position. The mathematical model of the rangefinder aiming system (special positional servomechanism) is created [1]. It makes possible the accuracy analysis of the acquisition process of the target angle coordinates. It requires the generation of the target and vehicle (with the rangefinder) trajectory and calculation of the conformable excitation functions. The corresponding sub model is described in this paper.*

1. Úvod

Optický i impulsní laserový dálkoměr lze podmíněně rozdělit na dva hlavní subsystémy a to na systém měření dálky (SMD) a systém pro zamiřování vlastního SMD na cíl (SZ) [1].

SZ je tvořen obvykle základnou, řiditelným Cardanovým závěsem, zaměřovačem (obvykle optickým), který je jednoznačně svázán s držákem pro uchycení vlastního SMD nebo je přímo součástí jeho optické soustavy.

Základnu tvoří zpravidla trojnožka k postavení dálkoměru na terén nebo speciální držák k jeho montáži na dopravním prostředku. Mezi základnu a vlastní držák pro uchycení SMD je vložen obvykle řiditelný Cardanův závěs, který umožňuje nezávislý úhlový pohyb vlastního SMD spolu se zaměřovačem vůči základně. K jeho osám jsou připevněny snímače úhlů natočení (SÚN). Po zamíření SMD na cíl pomocí zaměřovače SÚN udávají relativní úhlové souřadnice cíle $(\varphi,\psi)_Z$ vůči základně tj. (relativní) náměr a odměr zaměřovače. Základnou může být i člověk, držící dálkoměr volně v rukou. SZ pak obvykle neobsahuje Cardanův závěs. S využitím snímačů, které udávají okamžitou polohu základny dálkoměru v prostoru, lze vypočíst azimut cíle α a jeho polohový úhel ε vůči SMD.

* doc. Ing. Vladimír Čech, CSc.: Akademie, o.p.s., Šumavská 31/33, CZ – 612 00 Brno, e-mail: cech.vladimir@post.cz

** doc. RNDr. Jiří Jevický, CSc.: Katedra matematiky, Vojenská akademie, Kounicova 65, CZ – 612 00 Brno, e-mail: jiri.jevicky@vabo.cz

Po změření šikmé dálky cíle D_C pomocí SMD je poloha cíle určena ve sférických souřadnicích (α, ε, D_C). Z nich lze jednoduše určit, s využitím znalosti topografických souřadnic dálkoměru (X_D, Y_D, H_D), topografické souřadnice cíle

$$X_C = X_D + D_C \cos\alpha \cos\varepsilon , \tag{1a}$$

$$Y_C = Y_D + D_C \sin\alpha \cos\varepsilon , \tag{1b}$$

$$H_C = H_D + D_C \sin\varepsilon . \tag{1c}$$

Ze vzorců (1a,b,c) plyne, že rozbor přesnosti určení souřadnic cíle (X_C,Y_C,H_C) lze rozdělit na tři samostatné skupiny problémů a to na rozbor přesnosti určení souřadnic dálkoměru (X_D,Y_D,H_D), rozbor přesnosti určení úhlových souřadnic cíle (α, ε) resp. $(\varphi, \psi)_Z$ vůči dálkoměru a rozbor přesnosti určení (relativní) šikmé dálky cíle D_C pomocí SMD.

Tento příspěvek se týká problematiky určování přesnosti úhlových souřadnic cíle vůči dálkoměru a to s využitím odpovídajícího matematického modelu systému zamiřování (SZ) dálkoměru na cíl. Model lze podmíněně rozdělit na dvě části.

Matematický model vlastního systému zamiřování (SZ) dálkoměru jako speciálního polohového servomechanismu (sledného systému) [1,4,5,6,7] představuje první dílčí model. K simulaci jeho činnosti je nutno generovat jednak pohyb cíle v prostoru (cíl je reprezentován tzv. záměrným bodem) a jednak pohyb dopravního prostředku (dále jen DP), na němž je dálkoměr instalován, po nerovném terénu (vozidlo) nebo za jeho letu (vrtulník, letoun, balón). Jedná se tedy o generaci řady budicích funkcí, které vstupují buď na vstup modelu SZ (řídicí veličiny) a nebo představují pro model SZ veličiny poruchové. Model generující budicí funkce je tedy druhým dílčím modelem. V příspěvku se budeme zabývat pouze problematikou tohoto druhého dílčího modelu.

Matematický model dálkoměru jako celku, k němuž náleží i DP, byl sestavován za předpokladu, že k zjišťování přesnosti systému bude použito metody Monte Carlo [1].

Uvažujeme-li typický parametr resp. stavovou proměnnou v modelu, pak jeho apriori správná hodnota je „zašuměná" jednak „šumem" transformovaným od stavových proměnných a parametrů, na kterých je tato veličina funkčně závislá a které jsou v modelu uvažovány, a jednak může být navíc „zašuměná" svým „vlastním šumem", který ve své podstatě reprezentuje další reálné jevy, které však v modelu systému nejsou explicitně uvažovány. Tento „vlastní šum" může být jak aditivní tak i multiplikativní. Obvykle se jedná o bílý šum s omezenou šířkou kmitočtového pásma, který je navíc *obvykle* považován za normální (Gaussovský) náhodný proces [1].

2. Popis pohybu cíle a dopravního prostředku v prostoru

V praxi mohou nastat čtyři základní scénáře z hlediska charakteru činnosti systému zamiřování (SZ) dálkoměru a to podle toho zda se cíl resp. dopravní prostředek (DP) pohybuje či ne. V dalším se budeme zabývat pouze scénářem nejobecnějším, ve kterém se pohybuje cíl i DP.

Polohu a pohyby cíle a DP budeme vyjadřovat v základní (výchozí) nepohyblivé souřadné soustavě [2], jíž je levotočivá pravoúhlá topografická souřadná soustava. Její rovina (X,Y) je tečnou rovinou k zemskému geoidu ve zvoleném, nepohyblivém počátku. Osa X směřuje k severu a osa Y na východ. Osa H (resp. Z) je normálou geoidu v počátku a na ní je udávána nadmořská výška bodového objektu. Tradičně jsou úhly měřené v rovině (*XY*) měřeny od osy *X* ve směru pohybu hodinových ručiček. Směřuje-li osa *X* do severu zeměpisného nebo magnetického resp. kilometrového, jsou úhly označovány jako azimuty resp. směrníky. V dalším tyto úhly budeme označovat pro jednoduchost jako směrníky.

K vlastnímu popisu modelu budeme používat maticové metody [2].

Okamžitá poloha DP je dána souřadnicemi (X_P, Y_P, H_P) smluvního bodu reprezentujícího DP a souřadnice cíle jsou reprezentovány souřadnicemi tzv. záměrného bodu (X_C, Y_C, H_C). Vektory okamžité rychlosti DP $\vec{v}_P$ a cíle $\vec{v}_C$ jsou udávány ve sférických souřadnicích, tedy

$\vec{v}_P = (v_P, \alpha_P, \delta_P)$ a $\vec{v}_C = (v_C, \alpha_C, \varepsilon_C)$, kde v_P resp. v_C je velikost vektoru rychlosti, α_P resp. α_C je směrník pohybu DP resp. cíle, δ_P resp. ε_C je úhel stoupání ($\delta_P > 0$, $\varepsilon_C > 0$) nebo klesání DP resp. cíle.

Dálkoměr je obvykle upevněn pomocí Cardanova závěsu na odpérovaných částech vozidla resp. draku letounu (vrtulníku) (dále jen „báze, platforma, plošina“). Obecnější a složitější případ představuje umístění dálkoměru na vozidle. V tomto případě pro definování okamžité polohy báze a jejích pohybů zavedeme dvě pravotočivé pravoúhlé souřadné soustavy:

- roviny dotyku nosiče báze (např. podvozku) s terénem v bodě $P(X_P, Y_P, H_P)$,
- báze vůči jejímu nosiči.

Pravotočivá *souřadná soustava roviny dotyku nosiče báze s terénem* je určena jejím počátkem *P*

$$\overrightarrow{u_{1P}} = \left[X_P, Y_P, H_P\right]^T \qquad (2)$$

a dvěma úhly (δ_P, δ_{PP}). Úhel stoupání ($\delta_P \geq 0$) /klesání ($\delta_P < 0$) nosiče určuje jednoznačně jednotkový vektor osy x_T této souřadné soustavy

$$\overrightarrow{n_{Tx}} = \begin{pmatrix} \cos\delta_P \cos\alpha_P \\ \cos\delta_P \sin\alpha_P \\ \sin\delta_P \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

tzn. osa x_T je stejně orientována jako vektor okamžité rychlosti nosiče báze $\overrightarrow{v_N}$, přičemž předpokládáme, že $\overrightarrow{v_N} = \overrightarrow{\mathrm{v}_P}(\mathrm{v}_P, \alpha_P, \delta_P)$.

Osa z_T je na osu x_T kolmá a je určena úhlem δ_{PP} bočního náklonu nosiče báze ($\delta_{PP} > 0$, jestliže nosič je nakloněn doleva, tj. jeho levá strana je níže jak strana pravá při pohledu ve směru pohybu daném $\overrightarrow{v_N}$, tj. osou x_T). Jednotkový vektor určující polohu osy z_T je pak dán vztahem

$$\overrightarrow{n_{Tz}} = \begin{pmatrix} -\cos\delta_{PP} \sin\alpha_P \\ \cos\delta_{PP} \cos\alpha_P \\ \sin\delta_{PP} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Jednotkový vektor osy y_T je kolmý na oba jednotkové vektory $\overrightarrow{n_{Tx}}$ a $\overrightarrow{n_{Tz}}$, a je dán vztahem

$$\overrightarrow{n_{Ty}} = \begin{pmatrix} -\sin\delta\,\cos\alpha_T \\ -\sin\delta\,\sin\alpha_T \\ \cos\delta \end{pmatrix}, \tag{5}$$

kde $\delta \geq 0$ je úhel maximálního úhlu stoupání roviny (x_T, z_T) a α_T je směrník směru, ve kterém je dosaženo tohoto maximálního stoupání. Jde o směr gradientu roviny (x_T, z_T). Postupem, který vychází z řešení příslušných sférických trojúhelníků, lze odvodit vztahy [1]

$$\mathrm{tg}\,\delta = \sqrt{\mathrm{tg}^2\,\delta_P + \mathrm{tg}^2\,\delta_{PP}}\ , \tag{6a}$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_T = \frac{\mathrm{tg}\,\delta_{PP}}{\mathrm{tg}\,\delta_P}, \quad \beta_T \in \langle -\pi/2, \pi/2 \rangle, \tag{6b}$$

přičemž základní hodnota $\alpha_T \in <0; 2\pi)$ je dána vztahy

$$\mathrm{tg}\ \alpha_{T0} = \left|\mathrm{tg}(\alpha_P + \beta_T)\right|, \qquad \alpha_{T0} \in \langle 0, \pi/2 \rangle, \tag{6c}$$

a zároveň

$$\mathrm{sign}\cos\alpha_T = \mathrm{sign}(B\cos\alpha_P - A\sin\alpha_P), \tag{6d}$$

$$\mathrm{sign}\sin\alpha_T = \mathrm{sign}(A\cos\alpha_P + B\sin\alpha_P), \tag{6e}$$

kde $A = \cos\delta_P \sin\delta_{PP}$, $B = \sin\delta_P \cos\delta_{PP}$.

Pro úhel svahu ve směru udaném směrníkem α platí

$$\mathrm{tg}\ \delta(\alpha) = \mathrm{tg}\,\delta\ \cos(\alpha_T - \alpha)\ . \tag{7a}$$

Pro úhel $\Delta\alpha_{Rg}$ mezi směrem největšího spádu (směrník α_T) a libovolným směrem udaným směrníkem α, který je měřen v nakloněné rovině terénu „T“ platí

$$\cos\Delta\alpha_{Rg} = \frac{\cos\delta(\alpha)}{\cos\delta}\cos(\alpha_T - \alpha)\,. \tag{7b}$$

Matici směrových kosinů $\mathbf{S}_T$ této transformace získáme pomocí tří postupných otočení [1,2]: $\mathbf{S}_5(\varphi_y = -\alpha_T)$, dále $\mathbf{S}_6$ $(\varphi_z = \delta)$ a konečně $\mathbf{S}_5$ $(\varphi_y = -\alpha_{TP})$, kde úhel $\alpha_{TP} = \Delta\alpha_{Rg}$ dle (7b) pro směrník $\alpha = \alpha_P$. Vzhledem k přechodu z pravotočivé souřadné soustavy (x_T, y_T, z_T) do levotočivé (základní) topografické soustavy (X, Y, H) je nakonec nutno přehodit druhý a třetí řádek v matici. Pro prvky matice $\mathbf{S}_T = (s_{Tij})$ tedy platí

$$s_{T11} = (\cos\delta\cos\alpha_T)\cdot\cos\alpha_{TP} - \sin\alpha_T\sin\alpha_{TP}\,, \tag{8a}$$

$$s_{T12} = -(\sin\delta\cos\alpha_T)\ , \tag{8b}$$

$$s_{T13} = -[(\cos\delta\cos\alpha_T)\cdot\sin\alpha_{TP} + \sin\alpha_T\cos\alpha_{TP}]\ , \tag{8c}$$

$$s_{T21} = (\cos\delta\sin\alpha_T)\cdot\cos\alpha_{TP} + \cos\alpha_T\sin\alpha_{TP}\ , \tag{8d}$$

$$s_{T22} = -(\sin\delta\sin\alpha_T)\ , \tag{8e}$$

$$s_{T23} = -[(\cos\delta\sin\alpha_T)\cdot\sin\alpha_{TP} - \cos\alpha_T\cos\alpha_{TP}]\ , \tag{8f}$$

$$s_{T31} = \sin\delta\cos\alpha_{TP}\ , \tag{8g}$$

$$s_{T32} = \cos\delta, \tag{8h}$$

$$s_{T33} = -\sin\delta\sin\alpha_{TP}\,, \tag{8i}$$

takže transformační matice této transformace je (vztahy (2) a (8a až i))

$$\mathbf{T_T} = \begin{bmatrix} \mathbf{S_T} & \overrightarrow{u_{1P}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Pravotočivá *souřadná soustava báze vůči jejímu nosiči* má v základní klidové (statické) poloze odpovídající souřadné osy (x_B, y_B, z_B) rovnoběžné s osami (x_T, y_T, z_T) souřadné soustavy roviny dotyku nosiče báze s terénem. Její počátek B je vůči bodu $P(X_P, Y_P, H_P)$ posunut o

$$\overrightarrow{u_{NB}} = \begin{pmatrix} x_0 + x \\ y_0 + y \\ z_0 + z \end{pmatrix}, \tag{10}$$

kde (x_0, y_0, z_0) je klidová poloha (statická) počátku B vůči bodu P a (x, y, z) jsou okamžité odchylky polohy B vůči bodu P způsobené např. kmitáním odpérovaných částí vozidla za jízdy nebo kmitáním vysokozdvižné pozorovací plošiny (báze) vůči terénu [1,3,5,6]. Tyto jevy zároveň způsobují, že i osy (x_T, y_T, z_T) se natáčejí o Cardanovy úhly (φ_x, φ_y, φ_z) ze své klidové, základní (statické) polohy. Ovšem obecně opět může platit, že celková natočení $\varphi_{Cx} = \varphi_{x0} + \varphi_x$, $\varphi_{Cy} = \varphi_{y0} + \varphi_y$, $\varphi_{Cz} = \varphi_{z0} + \varphi_z$ jsou složena ze statické (klidové) složky (φ_{x0}, φ_{y0}, φ_{z0}) a složky dynamické (φ_z, φ_z, φ_z) [1].

Transformační matice je dána vztahem

$$\mathbf{T_{NB}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S_{NB}} & \overrightarrow{u_{NB}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

kde matice směrových kosinů $\mathbf{S}_{NB}$ je určena výrazy

$$m_{11} = \cos\varphi_y \cos\varphi_z, \tag{12a}$$

$$m_{12} = -\cos\varphi_y \sin\varphi_z, \tag{12b}$$

$$m_{13} = \sin\varphi_y, \tag{12c}$$

$$m_{21} = \cos\varphi_x \sin\varphi_z + \sin\varphi_x \sin\varphi_y \cos\varphi_z, \tag{12d}$$

$$m_{22} = \cos\varphi_x \cos\varphi_z - \sin\varphi_x \sin\varphi_y \sin\varphi_z, \tag{12e}$$

$$m_{23} = -\sin\varphi_x \cos\varphi_y, \tag{12f}$$

$$m_{31} = \sin\varphi_x \sin\varphi_z - \cos\varphi_x \sin\varphi_y \cos\varphi_z, \tag{12g}$$

$$m_{32} = \sin\varphi_x \cos\varphi_z + \cos\varphi_x \sin\varphi_y \sin\varphi_z, \tag{12h}$$

$$m_{33} = \cos\varphi_x \cos\varphi_y. \tag{12i}$$

Transformační matice transformace souřadnic bodu M určených vzhledem k souřadné soustavě báze $\overrightarrow{u_{BM}} = [x_{BM}, y_{BM}, z_{BM}]^T$ resp. $\overrightarrow{r_{BM}} = \left[\overrightarrow{u_{BM}^T}, 1\right]^T$ na jeho souřadnice v (základní) topografické soustavě $\overrightarrow{u_M} = [X_M, Y_M, H_M]^T$ resp. $\overrightarrow{r_M} = \left[\overrightarrow{u_M^T}, 1\right]^T$ je dána vztahem

$$\mathbf{T}_B = \mathbf{T}_T \cdot \mathbf{T}_{NB}, \tag{13a}$$

kde $\mathbf{T}_T$ resp. $\mathbf{T}_{NB}$ je určena vztahem (9) resp. (11) a

$$\mathbf{T}_\mathrm{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{S_B} & \overrightarrow{u_B} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \tag{13b}$$

kde $\mathbf{S}_\mathrm{B}$ je příslušná matice směrových kosinů

$$\mathbf{S}_\mathrm{B} = \mathbf{S}_\mathrm{T} \cdot \mathbf{S}_\mathrm{NB} \tag{13c}$$

a $\overrightarrow{u_B}$ je vektor udávající souřadnice bodu B, tj. počátku souřadného systému báze v (základní) topografické souřadné soustavě

$$\overrightarrow{u_B} = \overrightarrow{u_{1P}} + \mathbf{S_T} \cdot \overrightarrow{u_{NB}} = [X_B, Y_B, Z_B]^T \qquad \text{a} \tag{13d}$$

$$X_B = X_P + (x_0 + x)\, s_{T11} + (y_0 + y)\, s_{T12} + (z_0 + z)\, s_{T13}\,, \tag{13e}$$

$$Y_B = Y_P + (x_0 + x)\, s_{T21} + (y_0 + y)\, s_{T22} + (z_0 + z)\, s_{T23}\,, \tag{13f}$$

$$H_B = H_P + (x_0 + x)\, s_{T31} + (y_0 + y)\, s_{T32} + (z_0 + z)\, s_{T33}\,. \tag{13g}$$

Známe-li pohyb souřadné soustavy báze (x_B, y_B, z_B) vůči (základní) topografické soustavě, je nutné ještě určit charakteristiky náklonu roviny (x_B, z_B) vůči rovině (X, Y). Uvědomíme si nejprve, že matice směrových kosinů $\mathbf{S}_\mathrm{B} = (s_{Bij})$ (viz (13c)) má tvar

$$\mathbf{S}_\mathrm{B} = \left(\overrightarrow{n_{Bx}}, \overrightarrow{n_{By}}, \overrightarrow{n_{Bz}}\right), \tag{14}$$

kde $\overrightarrow{n_{Bx}}$ je jednotkový vektor osy x_B $\overrightarrow{n_{Bx}} = (s_{B11}, s_{B21}, s_{B31})^\mathrm{T}$, $\overrightarrow{n_{By}}$ je jednotkový vektor osy y_B $\overrightarrow{n_{By}} = (s_{B12}, s_{B22}, s_{B32})^\mathrm{T}$, $\overrightarrow{n_{Bz}}$ je jednotkový vektor osy z_B $\overrightarrow{n_{Bz}} = (s_{B13}, s_{B23}, s_{B33})^\mathrm{T}$.

Osa x_B svírá s rovinou (X, Y) úhel χ_x, pro který platí

$$\sin\chi_x = s_{B31}\,, \qquad \chi_x \in (-\pi/2, \pi/2) \tag{15a}$$

a pro směrník α_B osy x_B platí

$$\cos\alpha_{Bx} = s_{B11} / \cos\chi_x \quad \text{nebo} \tag{15b}$$

$$\sin\alpha_{Bx} = s_{B21} / \cos\chi_x\,. \tag{15c}$$

Pro úhel maximálního náklonu báze γ, tj. úhlu mezi osou y_B a osou H, platí

$$\cos\gamma = s_{B32} \geq 0, \qquad \gamma \in \langle 0, \pi/2), \tag{16a}$$

přičemž směr tohoto největšího stoupání roviny báze (x_B, z_B) je dán směrníkem α_B, takže

$$\cos\alpha_B = -\, s_{B12}/\sin\gamma \quad \text{nebo} \tag{16b}$$

$$\sin\alpha_B = -\, s_{B22}/\sin\gamma, \quad \alpha_\mathrm{B} \in \langle 0; 2\pi). \tag{16c}$$

Pro úhel náklonu báze v libovolném směru udaném směrníkem α platí

$$\mathrm{tg}\chi(\alpha) = \mathrm{tg}\gamma \cdot \cos(\alpha_B - \alpha)\,. \tag{17a}$$

Pro úhel $\Delta\psi_R$ mezi směrem největšího spádu (směrník α_B) a libovolným směrem udaným směrníkem α, který je měřen v nakloněné rovině báze („odměr“ zaměřovače, věže,…), platí

$$\cos\Delta\psi_R = \frac{\cos\gamma(\alpha)}{\cos\gamma}\cos(\alpha_B - \alpha)\,. \tag{17b}$$

Tímto jsme ukončili popis kinematických vlastností báze a můžeme přejít k popisu vlastního procesu měření šikmé délky cíle pomocí dálkoměru umístěného na bázi.

3. Popis Cardanova závěsu dálkoměru a určení relativního náměru a odměru zaměřovače pro zamiřování na daný cíl

K popisu Cardanova závěsu dálkoměru použijeme dvou pravotočivých pravoúhlých souřadných soustav [6,7]

- souřadné soustavy „odměru" dálkoměru (index „4*Z*") a
- souřadné soustavy „náměru" dálkoměru (index „5*Z*").

Předpokládejme, že v základní, klidové (statické) poloze jsou osy obou souřadných soustav rovnoběžné s odpovídajícími osami báze tj. $x_{4Z} \,//\, x_{5Z} \,//\, x_B$, $y_{4Z} \,//\, y_{5Z} \,//\, y_B$, $z_{4Z} \,//\, z_{5Z} \,//\, z_B$.

Poloha počátku $Z0$ souřadné soustavy „4*Z*" je posunuta vůči středu (počátku) báze B o *konstantní* vzdálenost

$$\overrightarrow{u_{Z0}} = (x_B = x_{Z0}, y_B = y_{Z0}, z_B = z_{Z0})^{\mathrm{T}}. \tag{18}$$

Dále předpokládáme, že osy Cardanova závěsu jsou obecně mimoběžné, takže počátek $C0$ souřadné soustavy „5*Z*" je posunut vůči bodu $Z0$ o konstantní vzdálenost

$$\overrightarrow{u_{C0}} = (x_{4Z} = l, y_{4Z} = h, z_{4Z} = a)^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

Odměr zaměřovače je dán úhlem ψ_Z, který představuje natočení souřadné soustavy „4*Z*" vůči souřadné soustavě báze okolo osy y_B o úhel $\varphi_y = -\psi_Z$, tzn. úhel ψ má stejnou orientaci jako směrníky v (základní) topografické souřadné soustavě (X, Y, H). Platí tedy, že matice transformace

$$\mathbf{T}_{4Z} = \mathbf{T}_{123} \cdot \mathbf{T}_5\,(\varphi_y) \tag{20}$$

kde $\mathbf{T}_5\,(\varphi_y)$ je matice transformace základního pohybu [1,2] a $\mathbf{T}_{123}$ je matice transformace pro posunutí.

Náměr zaměřovače je dán úhlem φ_z , který představuje natočení souřadné soustavy „5*Z*" vůči souřadné soustavě „4*Z*" okolo osy z_{4Z} o úhel $\varphi_{Z4Z} = \varphi_Z$ tzn. úhel φ_z má stejnou orientaci jako úhel stoupání δ_P DP při jeho jízdě v terénu. Platí tedy, že matice transformace

$$\mathbf{T}_{5Z} = \mathbf{T}_{123} \cdot \mathbf{T}_6(\varphi_z), \tag{21}$$

kde $\mathbf{T}_{123}$ je matice transformace pro posunutí [1,2] a $\mathbf{T}_6(\varphi_z)$ je matice transformace základního pohybu.

Transformační matici „zaměřovače" (index „*Z*") definujeme vztahem

$$\mathbf{T}_Z = \mathbf{T}_{4Z} \cdot \mathbf{T}_{5Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{S_Z} & \overrightarrow{u_{ZS}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \tag{22a}$$

kde $\overrightarrow{u_{ZS}} = \overrightarrow{u_{Z0}} + \mathbf{S_{4Z}} \cdot \overrightarrow{u_{C0}}$ je poloha „středu" Cardanova závěru zaměřovače udaná vzhledem ke středu (počátku) báze B

$$\overrightarrow{u_{ZS}} = \begin{bmatrix} x_{ZS} = x_{Z0} + l \cdot \cos\psi_Z - a \cdot \sin\psi_Z \\ y_{ZS} = y_{Z0} + h \\ z_{ZS} = z_{Z0} + l \cdot \sin\psi_Z - a \cdot \cos\psi_Z \end{bmatrix}. \tag{22b}$$

$\mathbf{S_Z}$ je matice směrových kosinů

$$\mathbf{S_Z} = \begin{bmatrix} \cos\psi_z \cdot \cos\varphi_z & -\cos\psi_z \cdot \sin\varphi_z & -\sin\psi_z \\ \sin\varphi_z & \cos\varphi_z & 0 \\ \sin\psi_z \cdot \cos\varphi_z & -\sin\psi_z \cdot \sin\varphi_z & \cos\psi_z \end{bmatrix}. \tag{22c}$$

Předpokládejme, že optická osa zaměřovače je totožná s osou x_{5Z} souřadné soustavy „5“ zaměřovače. Dále předpokládejme, že střed výstupní plochy (pupily) optické soustavy zaměřovače Z má souřadnice $\overrightarrow{u_{RZ}} = (r_Z, 0, 0)^T$ a tudíž

$$\overrightarrow{r_{RZ}} = \left(\overrightarrow{u^T_{RZ}}, 1\right)^T. \tag{23}$$

Souřadnice cíle je pak dána vektorem $\overrightarrow{u_{CR}} = (D_{CR}, 0, 0)$ a tudíž

$$\overrightarrow{r_{CR}} = \left(\overrightarrow{u^T_{CR}}, 1\right)^T, \tag{24}$$

kde D_{CR} je (relativní) šikmá dálka cíle od výstupní plochy (pupily) optické soustavy zaměřovače.

Souřadnice cíle v (základní) topografické souřadné soustavě pak jsou

$$\overrightarrow{r_C} = \mathbf{T_{ZC}} \cdot \overrightarrow{r_{CR}}, \tag{25a}$$

kde $\mathbf{T_{ZC}}$ je matice celkové transformace polohy bodu M udané v souřadné soustavě “6” zaměřovače, která má osy rovnoběžné s osami souřadné soustavy “5” zaměřovače, ale její počátek je umístěn do středu výstupní optické plochy (pupily) zaměřovače tzn. leží na ose x_{5Z} ve vzdálenosti r_z (viz (23))

$$\mathbf{T}_{ZC} = \mathbf{T}_B \cdot \mathbf{T}_Z' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\mathbf{Z}C} & \overrightarrow{u_{ZC}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \tag{25b}$$

kde $\mathbf{T}_B$ je matice transformace báze a je dána vztahy (13a až g), $\mathbf{T}_Z'$ je matice transformace zaměřovače daná vztahy (22a,b,c), přičemž vektor jejího počátku $\overrightarrow{u_{ZS}}$ je nahrazen $\overrightarrow{u_{ZC}}$.

$\mathbf{S}_{\mathbf{Z}C}$ je matice směrových kosinů (vztahy (13c a 22c))

$$\mathbf{S}_{\mathbf{Z}C} = \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{S}_Z. \tag{25c}$$

$\overrightarrow{u_{ZC}}$ ($\overrightarrow{r_{ZC}}$) je vektor udávající souřadnice středu výstupní optické plochy (pupily) zaměřovače Z udaný souřadnicemi (základní) topografické soustavy $\overrightarrow{r_{ZC}} = (\mathbf{T}_B \cdot \mathbf{T}_Z) \cdot \overrightarrow{r_{RZ}}$, resp.

$$\overrightarrow{u_{ZC}} = \overrightarrow{u_B} + \mathbf{S}_B \cdot \overrightarrow{u_{ZS}} + \mathbf{S}_{ZC} \cdot \overrightarrow{u_{RZ}}. \tag{25d}$$

$\overrightarrow{u_B}$ je vektor udávající souřadnice bodu B (13d až g), $\overrightarrow{u_{ZS}}$ je vektor udávající souřadnice “středu” Cardanova závěsu zaměřovače C0 vzhledem k bodu B (22b) a $\overrightarrow{u_{RZ}}$ je dán vztahem (23). Uvážíme-li, že po $\mathbf{S}_B$ platí vztah (14) a pro $\mathbf{S}_{ZC}$ vztah (25c), pak

$$X_{ZC} = X_B + [x_{Z0}\, s_{B11} + y_{Z0}\, s_{B12} + z_{Z0}\, s_{B13}] + [s_{B11}\ [(l + r\cos\varphi_z)\cos\psi_Z - a\sin\psi_Z] +$$
$$+ s_{B12}\,(h + r\sin\varphi_z) + s_{B13}\,[(l + r\cos\varphi_z)\sin\psi_z + a\cos\psi_z]]\,, \tag{25e}$$
$$Y_{ZC} = Y_B + [x_{Z0}\, s_{B21} + y_{Z0}\, s_{B22} + z_{Z0}\, s_{B23}] + [s_{B21}\cdot[(l + r\cos\varphi_z)\cos\psi_Z - a\sin\psi_Z] +$$
$$+ s_{B22}\,(h + r\sin\varphi_z) + s_{B23}\,[(l + r\cos\varphi_z)\sin\psi_z + a\cos\psi_z]]\,, \tag{25f}$$
$$H_{ZC} = H_B + [x_{Z0}\, s_{B31} + y_{Z0}\, s_{B32} + z_{Z0}\, s_{B33}] + [s_{B31}\cdot[(l + r\cos\varphi_z)\cos\psi_Z - a\sin\psi_Z] +$$
$$+ s_{B32}\,(h + r\sin\varphi_z) + s_{B33}\cdot[(l + r\cos\varphi_z)\sin\psi_z + a\cdot\cos\psi_z]]\,. \tag{25g}$$

Výraz (25a) lze zapsat také ve tvaru

$$\overrightarrow{u_C} = [X_C, Y_C, Z_C]^T = \mathbf{S_{ZC}} \cdot \overrightarrow{u_{CR}} + \overrightarrow{u_{ZC}}\,, \tag{25i}$$

takže platí pro souřadnice cíle

$$X_C = X_{ZC} + D_{CR}\ p_{DX}\,, \tag{25j}$$
$$Y_C = Y_{ZC} + D_{CR}\ p_{DY}\,, \tag{25k}$$
$$H_C = H_{ZC} + D_{CR}\ p_{DH}\,, \tag{25m}$$

kde

$$p_{DX} = (s_{B11}\ \cos\psi_z + s_{B13}\sin\psi_z)\cos\varphi_Z + s_{B12}\sin\varphi_Z\,, \tag{25n}$$
$$p_{DY} = (s_{B21}\ \cos\psi_z + s_{B23}\sin\psi_z)\cos\varphi_Z + s_{B22}\sin\varphi_Z\,, \tag{25o}$$
$$p_{DH} = (s_{B31}\ \cos\psi_z + s_{B33}\sin\psi_z)\cos\varphi_Z + s_{B32}\sin\varphi_Z\,. \tag{25p}$$

Pro šikmou dálku cíle pak platí

$$D_{CR} = \sqrt{(X_C - X_{ZC})^2 + (Y_C - Y_{ZC})^2 + (H_C - H_{ZC})^2}\,, \tag{26a}$$

takže musí také platit

$$p_{DX}^2 + p_{DY}^2 + p_{DH}^2 = 1\,. \tag{26b}$$

Výrazy (25j až p) a (26a,b) použijeme k určení okamžité (relativní) šikmé dálky cíle D_{CR}, (relativního) náměru φ_Z a odměru ψ_Z zaměřovače. Výpočet lze provádět pouze iteračně. Na tento výpočet navazuje určení prvních a druhých derivací podle času těchto veličin. Ve studii [1] jsou odvozeny příslušné explicitní vzorce.

4. Závěr

Pro zadaný scénář pohybu dopravního prostředku (DP) určený veličinami [($v_P(t)$, $\alpha_P(t)$, $\delta_P(t)$, $\delta_{PP}(t)$), (δ, α_T), ($X_P(t)$, $Y_P(t)$, $H_P(t)$)], a to včetně jejich prvních a druhých derivací dle času, a scénář pohybu cíle [($v_C(t)$, $\alpha_C(t)$, $\delta_C(t)$), ($X_C(t)$, $Y_C(t)$, $H_C(t)$)], a to včetně jejich prvních a druhých derivací dle času, určíme ideální (budicí) charakteristiky zamíření zaměřovače a šikmé dálky cíle jako funkce času, a to ve dvou variantách, tj. pro ideální a reálný povrch terénu [1]. K výpočtům jsou pak používány

- charakteristiky kmitání báze (nutné jako budicí funkce pro různé typy snímačů náklonu a lineárních pohybů báze, resp. se jedná o poruchové veličiny ovlivňující činnost systému zamiřování dálkoměru) $(X_B(t),\ Y_B(t),\ H_B(t))$, $(\dot{X}_B, \dot{Y}_B, \dot{H}_B)$, $(\ddot{X}_B, \ddot{Y}_B, \ddot{H}_B)$, $[(\gamma_X,\ \gamma_Z,\ \alpha_{BX});$ $(\gamma,\ \alpha_B)]$, $[(\dot{\gamma}_x, \dot{\gamma}_z, \dot{\alpha}_{BX}), (\dot{\gamma}, \dot{\alpha}_B)]$, $[(\ddot{\gamma}_x, \ddot{\gamma}_z, \ddot{\alpha}_{BX}), (\ddot{\gamma}, \ddot{\alpha}_B)]$, dále

- charakteristiky šikmé dálky cíle měřené dálkoměrem z báze $(D_{CR}, \dot{D}_{CR}, \ddot{D}_{CR})$ a konečně
- charakteristiky zamíření na cíl z báze $(\varphi_Z, \psi_Z), (\dot{\varphi}_Z, \dot{\psi}_Z), (\ddot{\varphi}_Z, \ddot{\psi}_Z)$, což jsou řídicí veličiny pro systém zamiřování dálkoměru.

5. Poděkování

Příspěvek vznikl za podpory finančních prostředků z projektu průmyslového výzkumu MPO ČR – kód projektu: FD – K3/099: "Výzkum a vývoj technologie a technických prostředků pro pasivní optoelektronické sledování a měření objektů".

6. Literatura

1. Čech,V.: Soubor matematických modelů pro hodnocení vlivu přesnosti měření vzdálenosti cílů pasivním optoelektronickým dálkoměrem na užitné vlastnosti typických palebných systémů pozemních sil (Výzkumná zpráva). Součást projektu průmyslového výzkumu MPO ČR – kód projektu: FD – K3/099. Brno 2003, s. 224
2. Brát, V.: Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů. Praha, Academia 1981, s. 212
3. Pirner, M. aj.: Dynamika stavebních konstrukcí. Technický průvodce 33, Praha, SNTL 1989, s. 489
4. Balda, M. – Hanuš, B. aj.: Základy technické kybernetiky. Praha, SNTL/ALFA 1986, s. 348
5. Kornějev, V.V. aj.: Osnovy avtomatiky i tankovyje avtomatičeskije sistěmy. Moskva, Vojennaja akademija bronětankovych vojsk 1976, s. 546
6. Balaštík, P. – Wolf, V. – Čech, V.: Lafetace děl. Vojenská akademie v Brně 1984, s. 474
7. Balaštík, P. – Wolf, V. – Čech, V.: Zhodnocení možných způsobů umístění zaměřovací a střelecké věže na korbě vozidla (Studie pro ZVS – VVÚ Brno-součást státního výzkumného úkolu Varianta/Strop II.). Vojenská akademie v Brně 1984, s. 35