

## RISK ANALYSIS OF HIGH RISE BUILDINGS

M. Kolisch, J. Šejnoha\*

**Summary:** *Interaction between a load-bearing building structure and the load non-bearing elements is a very important problem we have to face, when designing a high rise building. The present paper deals with a random character of deformation in columns and stiffening walls, which could be the cause of the failure of large facade glass panels. Several phenomena are taken into consideration, such as wind load, creep in concrete and long-term deformation of piles.*

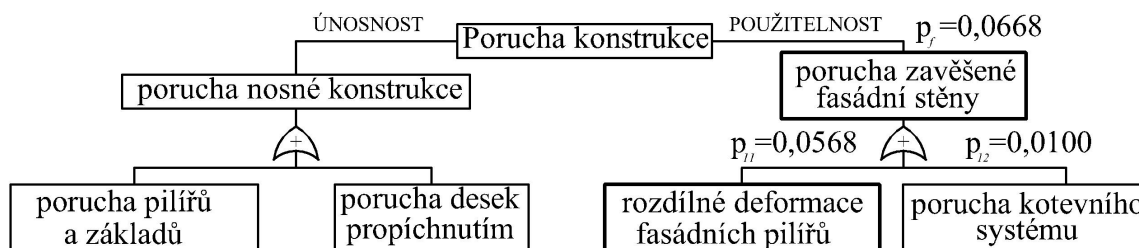
### 1. Úvod

Riziko ve výstavbě představuje očekávané finanční prostředky, které by bylo potřeba vynaložit k odstranění důsledků poruchy konstrukce, jejíž pravděpodobnost výskytu je  $p_f$  (failure probability). Slovnímu vyjádření odpovídá zápis

$$RISK = C \cdot p_f, \quad (1)$$

kde  $C$  je cena stavebních prací.

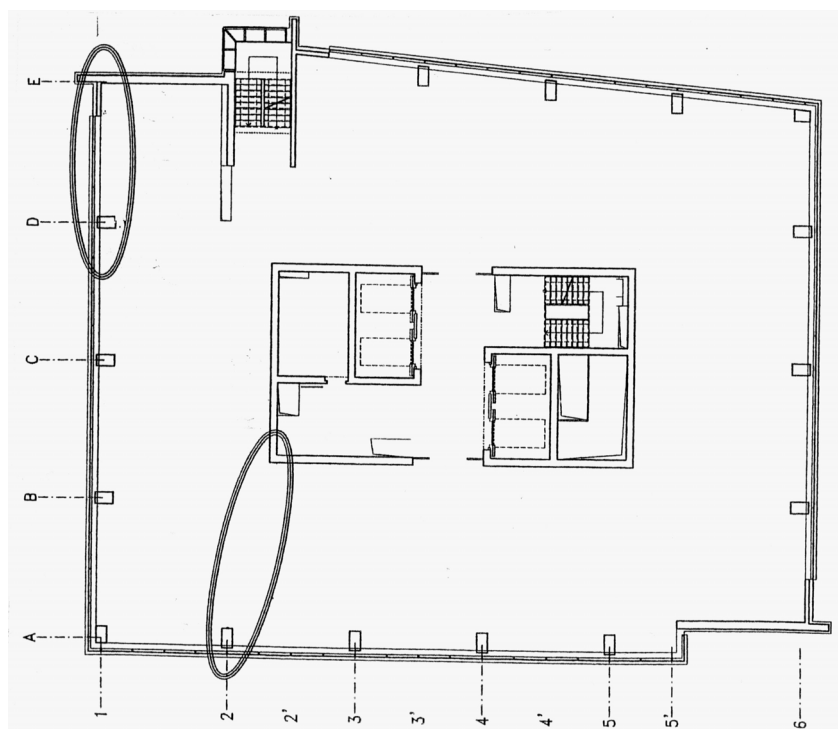
Ve výstavbě výškových budov narážíme na různé typy poruch. Zde se zmíníme o těch, na něž druhý z autorů narazil ve své mnohaleté konsultační činnosti v oblasti statiky a jež považuje za typické. Přehledně je znázorňují základní větve stromu poruch na obr. 1 (Faber, M., H. 2001). Tučnými rámečky je vyznačena oblast, na něž se v příspěvku zaměříme. Je zřejmé, že z hlediska pravděpodobnosti poruch je třeba analyzovat každou hlavní větev odděleně, neboť pro únosnost a použitelnost jsou předepsány řádově odlišné směrné hodnoty pravděpodobnosti poruchy. Z hlediska rizikové analýzy, která směřuje k očekávaným nákladům, se každá větev dále vyšetřuje pomocí stromů případů a očekávané náklady jsou součtem nákladů vyvolaných kterýmkoliv mechanismem selhání.



Obr. 1 Hrubý strom poruch konstrukce výškové budovy

\* Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc., Ing. Martin Kolisch: České vysoké učení technické – fakulta stavební, katedra stavební mechaniky; Thákurova 7; 160 00 Praha 6; tel.: +420.224.354.472, fax: +420.224.310.775; e-mail: [martin.kolisch@fsv.cvut.cz](mailto:martin.kolisch@fsv.cvut.cz)

V příspěvku se soustředíme na dopady časově závislé interakce nosné konstrukce s konstrukcemi nenosnými. Konkrétně jde o vliv rozdílného přetváření svislých prvků, a to sloupu *D* a ztužující železobetonové stěny *E*, mezi něž jsou po výšce budovy zavěšeny panely skleněné fasády (obr. 2).



Obr. 2 Půdorys typického podlaží

Rozdíl posunů je způsoben kombinací dlouhodobých účinků svislého zatížení s krátkodobým účinkem větru. Základní úlohou je nalezení pravděpodobnosti, že během životnosti rozdíl  $\Delta u$  překročí mezní hodnotu  $\Delta u_{lim}$ , danou konstrukčním řešením závěšení fasády. Dotvarování pilířů včetně pilot budeme vyšetřovat Bažantovým modelem  $B_3$  (Bažant, Z., P. 1995) s uvážením náhodnosti materiálových parametrů modelu. Obdobně lze sledovat poruchy dělicích příček a vyvolané nerovnosti podlah, což je úloha, o kterou by bylo možno rozšířit pravou větev stromu poruch. Kritické místo je zřejmě mezi pilířem 2 a ztužujícím jádrem.

Účinky větru budeme řešit jako náhodnou odezvu konstrukce na stacionární vzdušný proud. Alternativně lze popsat odezvu konstrukce na účinek maxim rychlosti (tlaku se známým Gumbelovým rozdělením a vztaženým na určitý úsek (např. roční maxima)).

Strom poruch označuje za možný zdroj poruchy i nedostatky v kotevním systému (nesprávné osazení kotev, kotvení do nekvalitního betonu a pod.). Pravděpodobnost poruchy příslušná tomuto vlivu má charakter subjektivní pravděpodobnosti a musí být oceněna na základě zkušeností. Obdobným způsobem je často třeba ocenit časově závislé deformace pilot (konsolidace podloží, osazení paty piloty, nejistoty geologického průřezu aj.).

Objektivní pravděpodobnosti jsou vyšetřovány standardními metodami stochastické mechaniky, jako jsou simulační metody Monte Carlo, LHS (Bittnar, Z. 1996), analytické metody typu FORM, SORM implementované v programech COMREL, VaP a pod..

Přiřazením pravděpodobností (ať již objektivních nebo subjektivních) jednotlivým větvím stromu poruch je úloha vyřešena.

## 2. Hodnocení dlouhodobých účinků vislého zatížení

Uvažujeme dva železobetonové nosné prvky – standardní sloup  $D$  a ztužující stěnový pilíř  $E$ , které tvoří podpory fasádnímu panelu (obr. 2). Časově závislé stlačování pilířů probíhá pod vlivem různých typů zatížení. Budeme pracovat s přepočtenou objemovou silou

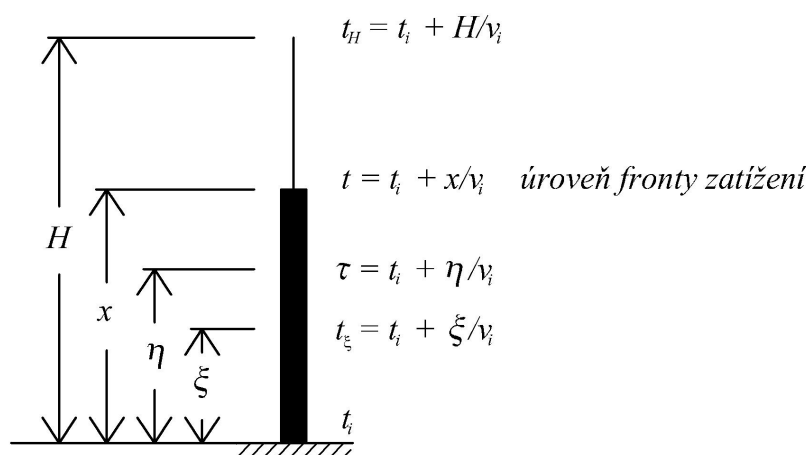
$$\gamma_i = \Delta G_i / V,$$

kde  $\Delta G_i$  je přitížení pilíře připadající na výšku jednoho podlaží,  $V = A \cdot h$  je objem pilíře o průřezu  $A$  a výšce  $h$ .

Přepočtená objemová síla se může po výšce měnit, zpravidla stupňovitě (obr. 3). Zatížení typu  $i$ , které se začne vyvíjet od okamžiku  $t_i$ , dosáhne v čase  $\tau$  úrovně

$$\eta = (\tau - t_i) \cdot v_i, \quad (2)$$

kde  $v_i$  je rychlost postupu fronty  $i$ -tého zatížení.



Obr. 3 Vývoj zatížení po výšce budovy

Nejprve vyjádříme vývoj rozdílu poměrných přetvoření  $\Delta \varepsilon_i(\xi, t)$  mezi pilířem  $D$  a  $E$ , a to v průřezu  $\xi$  a čase  $t$ . Za tím účelem zavedeme rozdíl objemových sil

$$\Delta \gamma_i(\eta) = \gamma_{iD}(\eta) - \gamma_{iE}(\eta). \quad (3)$$

S využitím Boltzmannova principu superpozice můžeme psát pro  $x \leq H$

$$\Delta \varepsilon_i(\xi, t) = \int_{\xi}^{x(t)} J[t_i + x/v_i, t_i + \eta/v_i] \Delta \gamma_i(\eta) d\eta = v_i \int_{t_i + \xi/v_i}^t J(t, \tau) \Delta \gamma_i[(\tau - t_i)v_i] d\tau, \quad t \leq t_H. \quad (4)$$

kde  $J(t, \tau) = 1/E(\tau) + C(t, \tau)$  je funkce poddajnosti popsána modelem  $B_3$ .

Od okamžiku, kdy fronta zatížení dosáhne úrovně  $H$ , bude dotvarování pod konečným napětím, takže pro  $x = H$

$$\Delta \varepsilon_i(\xi, t) = \Delta \varepsilon_i[\xi, H(t)] + C[t, t_i + H/v_i] \cdot \int_{\xi}^H \Delta \gamma_i(\eta) d\eta, \quad t \geq t_H. \quad (5)$$

Ve vzorci (4) a (5) jsme neuvažovali vliv smršťování, předpokládajíc, že kvalita betonu, stupně vyztužení a postup výstavby jsou u obou pilířů zhruba stejné.

Rozdíl posunů  $\Delta u_i$  mezi pilíři  $D$  a  $E$  nemusí dosahovat svého maxima v průřezu  $x' = H$ . Proto tuto veličinu vyjádříme v obecném průřezu  $x' \leq x$ , tedy pod úrovní fronty výstavby:

$$\begin{aligned} \Delta u_i [x', x(t)] &= \int_0^{x'} \left\langle \int_{\xi}^x J [t_i + x/v_i, t_i + \eta/v_i] \cdot \Delta \gamma_i (\eta) d\eta \right\rangle d\xi \\ &= x' \cdot \int_{x'}^x J [t_i + x/v_i, t_i + \eta/v_i] \cdot \Delta \gamma_i (\eta) d\eta + \int_0^{x'} \xi J [t_i + x/v_i, t_i + \xi/v_i] \cdot \Delta \gamma_i (\xi) d\xi, \quad t \leq t_H. \end{aligned} \quad (6)$$

V průřezech  $x' \geq x$ , tedy nad úrovní fronty zatížení, bude

$$\Delta u_i [x', x(t)] = \Delta u_i [x, x(t)] = \int_0^{x(t)} \xi \cdot J [t_i + x/v_i, t_i + \xi/v_i] \cdot \Delta \gamma_i (\xi) d\xi, \quad t \leq t_H. \quad (7)$$

Od okamžiku, kdy fronta zatížení dosáhne úrovně  $H$ , vzorec (7) přejde na tvar

$$\Delta u_i [x', x(t)] = \Delta u_i [x', t_i + H/v_i] + C [t, t_i + H/v_i] \int_0^H \xi \cdot \Delta \gamma_i (\xi) d\xi, \quad t \leq t_H. \quad (8)$$

Výsledný rozdíl posunu způsobeným stálým zatížením a zahrnující vliv dotvarování je součtem všech zatěžovacích účinků ( $i = 1$  vlastní tíha konstrukce,  $i = 2$  montáž fasádních panelů,  $i = 3$  instalace vnitřních nenosných konstrukcí, jako jsou podlahy, příčky a pod.):

$$\Delta u [x', t] = \sum_{i=1}^I \Delta u_i [x', t]. \quad (9)$$

Na obr. 4 je jako příklad vyznačen vývoj posunutí v průřezu  $x' = H$  od okamžiku dokončení hrubé stavby, tj. od  $t_{H1} = t_1 + H/v_1$ . Dále je vyznačen okamžik  $t_{H2} = t_2 + H/v_2$ , kdy byla dokončena montáž fasády. Počátky jednotlivých zatížení  $t_1 = 127$ ,  $t_2 = 262$ ,  $t_3 = 337$  dnů, nejsou v obr. 4 vyznačeny. Vzhledem k tomu, že fasáda byla osazena v okamžiku montáže do vodorovné polohy (lze uvažovat i mírné nadvýšení v místě pilíře  $D$ ), budeme uvažovat vývoj posunů

$$\Delta u'(H, t) = \Delta u(H, t) - \Delta u(H, t_2 + H/v_2), \quad (10)$$

který je pro  $x' = H$  na obr. 4 vyznačen druhou křivkou shora, zatímco první křivka odpovídá pro  $x' = H$  vztahu (9).

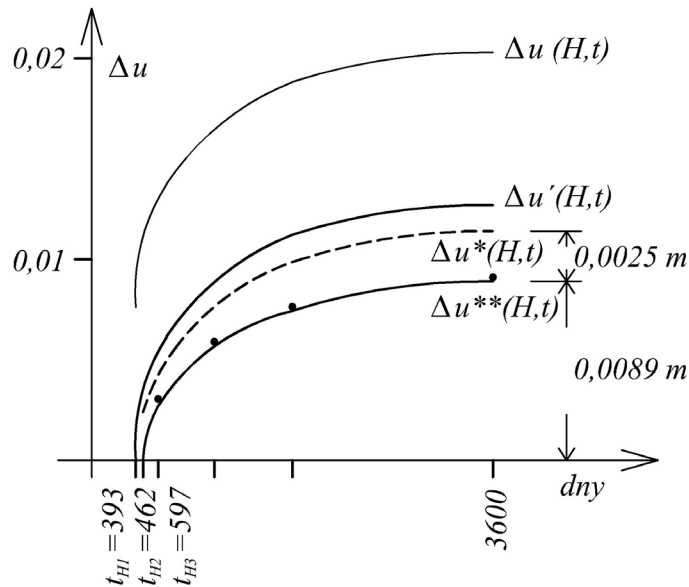
Při výrobě stropních tabulí na úrovni  $x$  (v čase  $t_1 + x/v_1$ ) by měla být dosažena jejich vodorovnost. V takovém případě se bude rozdíl posunů v úrovni  $x'$  a čase  $t$  řídit vztahem

$$\Delta u^* (x', t) = \Delta u(x', t) - \Delta u(x', t_1 + x'/v_1). \quad (11)$$

Nakonec vyjádříme vývoj rozdílů posunů v podporách horizontálně instalovaného fasádního panelu

$$\Delta u^{**}(x', t) = \Delta u(x', t) - \Delta u^*(x', t_2 + x'/v_2). \quad (12)$$

Kroužky ve vybraných časových okamžicích ukazují, že největších rozdílů v posunech pilířů může být dosaženo v úrovních  $x' \leq H$ .



Obr. 4 Vývoj rozdílu posunů mezi pilíři D a E

Grafy v obr. 4 odpovídají středním hodnotám materiálových parametrů v modelu dotvarování  $B_3$ . V rizikové analýze je třeba uvažovat v libovolném čase  $t$  náhodné rozdělení těchto parametrů. Rozdělení veličiny  $\Delta u'(t)$  lze pohodlně získat simulací Monte Carlo nebo LHS, popř. analyticky metodou FORM nebo SORM, při čemž mohou být uvažovány i korelace mezi jednotlivými vstupními parametry, jak to umožňuje např. program FREET. Veličina  $\Delta u'(t)$  je součtem řady účinků, a proto v duchu centrální limitní věty lze založit odhad rozdělení této veličiny na předpokladu normálního rozdělení. Nechť  $\Delta u_{\text{lim}}$  je mezní (přípustná) hodnota náhodné funkce  $\Delta u^{**}(t)$ . Potom z funkce spolehlivosti (hvězdičky v dalším nevyznačujeme)

$$Z(t) = \Delta u_{\text{lim}} - \sum_{i=1}^I \Delta u_i(t) \quad (13)$$

plyne pravděpodobnost selhání od dlouhodobých účinků svislého zatížení

$$p_f = P[Z(t) < 0] = \int_{-\infty}^0 f_z(z, t) dz = \Phi[-\beta(t)], \quad (14)$$

kde  $\beta(t) = \bar{Z}(t)/\sigma_z$  je index spolehlivosti,  $\bar{Z}(t) = \Delta u_{\text{lim}} - \sum_{i=1}^I \Delta \bar{u}_i(t)$  je střední hodnota rezervy spolehlivosti příslušející nejnižše položené křivce na obr. 4, a  $\sigma_z = \left[ \sum_{i=1}^I \sigma_i^2 \right]^{1/2}$  je směrodatná odchylka na čase nezávislá a vypočtená za předpokladu, že zatěžovací stavy  $i$  nejsou korelovány. Konečně  $\phi$  je Laplaceova funkce.

Při důsledném postupu bychom měli vyjít z rozdělení součtu náhodných veličin. K tomuto účelu lze použít rekurentní formuli, která plyne z věty o úplné pravděpodobnosti, platí pro libovolný typ rozdělení a vede na konvoluci dvou funkcí.

Nechť  $F_{X_1+\dots+X_{n-1}}(x) = P\left(\sum_{i=1}^{n-1} X_i \leq x\right)$  je distribuční funkce součtu  $n-1$  náhodných veličin  $X_i$ .

Distribuční funkce součtu  $n$  náhodných veličin (funkcí) je vyjádřena takto:

$$\begin{aligned} F_{X_1+\dots+X_{n-1}+X_n}(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} P\left[\sum_{i=1}^{n-1} X_i \leq x-u \mid u \leq X_n \leq u+du\right] f_{X_n}(u) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F_{X_1+\dots+X_{n-1}}(x-u) f_{X_n}(u) du. \end{aligned} \quad (15)$$

Tato formule je využitelná i pro kombinace s dalšími účinky zatížení, jako je účinek větru, pokles základů, nerovnoměrné teplotní účinky (ztužující stěna může být při nedokonalé izolaci na teplotní vlivy citlivější a pod.). Nelze však přehlédnout, že pro inženýrský návrh je aplikace této formule poněkud nepraktická, neboť výpočet integrálu často vyžaduje složité transformace, popř. numerickou integraci.

### 3. Účinky větru

Konstrukce studované výškové budovy má několik tisíc stupňů volnosti. Proto rozdíl svislých posunů od statické složky vypočteme nejnázne metodou konečných prvků. Fluktační složka se v čase chová jako stacionální proces charakterizovaný Davenportovou výkonou spektrální hustotou (Jendele, M. 1976). Variační součinitel rozdílu svislých posunů bude stejný jako variační součinitel vodorovné výchylky budovy

$$\frac{\sigma_{\Delta u}}{\Delta U} = \frac{\sigma_v}{\bar{V}} = 4\sqrt{K} \left(\frac{10}{H}\right)^\alpha \sqrt{\int_0^\infty Q(f) df}, \quad (16)$$

kde  $Q(f)$  je výkonná spektrální hustota výchylky budovy a  $\alpha$  a  $K$  jsou parametry vzdušného proudu.

Důsledně vzato bychom měli pracovat s poměrem  $\sigma_{v_{\text{max}}}/\bar{V}_{\text{max}}$ , neboť o porušení rozhodují maxima tlaku větru. Jelikož tato maxima lze znázornit obalovou křivkou dynamické výchylky, je zřejmé, že  $\sigma_{v_{\text{max}}} < \sigma_v$ , při čemž

$$v_{\text{max}}/\bar{V} \approx \bar{v}_{\text{max}}/\bar{V} = 1 + \sqrt{2} \cdot \left[ \sqrt{\log f_{(1)} \tau} + \frac{0,2886}{\sqrt{\log f_{(1)} \tau}} \right] \cdot \frac{\sigma_v}{\bar{V}}, \quad (17)$$

kde  $\tau$  je tzv. doba pozorování (5 až 10 minut) a  $f_{(1)}$  základní vlastní frekvence budovy.

Při spolehlivostním výpočtu obvykle pracujeme při hodnocení účinků větru s Gumbelovým rozdělením maxim tlaku dosažených na určitém časovém intervalu  $T = 1rok, \dots, 50$  let (Holický, M. 2003). Necht'  $F_{\Delta u_1}(\Delta u_1, t)$  je distribuční funkce rozdílu posunů pilířů  $D$  a  $E$  způsobených dlouhodobými účinky svislého zatížení v čase  $t$ , a necht'  $f_{\Delta u_2}(\Delta u_2, T)$  je hustota rozdělení téhož rozdílu způsobená tlakem větru připadajícím na období  $T$ . Pravděpodobnost, že porucha nastane kombinací těchto dvou účinků v intervalu  $t \leq \theta \leq t + dt$ , se vypočte ze vztahu (srov. 15)

$$P[Z(\theta) < \theta | t \leq \theta \leq t + dt] = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_{\Delta u_1}(\Delta u_{lim} - \Delta u_2, t)] f_{\Delta u_2}(\Delta u_2, T) d(\Delta u_2). \quad (18)$$

Nepodmíněná pravděpodobnost pak bude jako

$$P[Z < \theta] = \int_0^T P[Z(\theta) < \theta | t \leq \theta \leq t + dt] \frac{dT}{T}. \quad (19)$$

#### 4. Odhad pravděpodobnosti poruchy a cenové riziko

Jak již bylo řečeno výšková budova je složitá konstrukce s několika tisíci stupňů volnosti. Proto střední účinky větru bylo třeba zjistit metodou konečných prvků. Střední účinky svislého zatížení byly získány ze vzorců (6) až (12). Přehledně je znázorňuje Tab. 1, v níž jsou zahrnuty i očekávané odchylky od vodorovnosti stropních desek a odchylky od projektované polohy kotevních prvků jako aditivní členy ve vztahu (9). Nedostatky v kvalitě kotvení jsou odhadnuty ve stromu poruch.

Tab. 1 Vstupní hodnoty pro hodnocení pravděpodobnosti poruchy

mm	Dlouhodobé posuny vč. pilot	vodorovnost	Poloha kotev	vítr	Maxima větru
$\bar{\Delta u}$	8,9 (7,1*)	1	1	2,6	4,6
$\sigma_{\Delta u}$	0,8 (0,7*)	0,3	0,4	0,312	0,37

\*) redukce hodnot na základě geodetických měření v devíti podlažích

Z poměru dynamického a statického relativního posunu pilířů podle ČSN 730035 vychází hodnota dynamického součinitele  $\delta = 4,6/2,6 = 1,8$ . Stejnou hodnotu dává predikce (17),  $\tau = 300s$ . Rovněž předpověď směrodatné odchylky podle (16),  $\sigma_v/\bar{v} = 0,35$ , je blízká hodnotě 0,312 pro rozdělení maxim tlaku větru dle Gumbelova rozdělení.

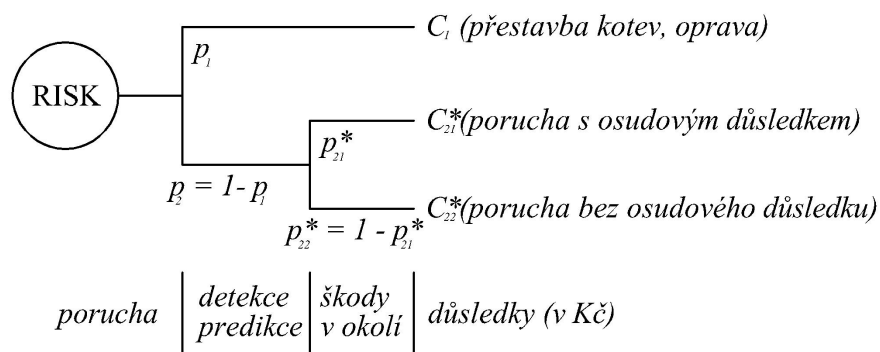
Kvalitu kotvení oceníme pravděpodobností selhání  $p_{12} = 0,01$ .

Aby byla dosažena směrná hodnota indexu spolehlivosti pro návrhovou životnost,  $\beta_{sm} = 1,5$ , postihující vliv nerovnoměrných posunů  $\Delta u$  musí platit

$$p_{11} = \phi \left[ -\frac{\bar{Z}(t)}{\sigma_Z} \right] \leq \phi(-1,5) - p_{12}, \text{ tj. } \phi \left( \frac{\bar{Z}(t)}{\sigma_Z} \right) \geq 1 - 0,05681 = 0,94319.$$

Odtud s uvažováním dynamických účinků větru (poslední sloupec v Tab. 1) dostáváme  $\Delta u_{lim} \geq 15,2mm$ . Pokud bychom uvažili redukci pravděpodobnosti poruchy podle (19) a navíc omezili dopady technologické nekázně, mohla by být hodnota  $\Delta u_{lim} = 10 \div 12mm$ .

Při hodnocení cenového rizika, které přináší každý mechanismus porušení, můžeme vyjít ze stromu případů na obr. 5



Obr. 5 Strom případů

Poruchu můžeme včas předvídat na základě předchozí analýzy a korigovat kotvení fasádní stěny. Pravděpodobnost  $p_1$ , tak bude při dobré predikci blízká hodnotě  $1 - p_f$  a  $p_2 \approx p_f$ . Spolehne-li se na vizuální detekci pravděpodobnost  $p_1$  spojená s nízkými náklady  $C_1$  poklesne, avšak  $p_2$ , s níž jsou spojeny vysoké náklady, vzroste. Osudovým důsledkem se rozumí nejen škody na majetku, ale zejména na lidech, kdy se prasklá okenní tabule uvolní a může vážně zranit lidi i ve značné vzdálenosti od budovy. V tomto případě pracujeme s rizikem

$$RISK = p_1 C_1 + p_2 (p_{21}^* C_{21}^* + p_{22}^* C_{22}^*) . \quad (20)$$

Je zřejmé, že pravděpodobnost, že pravděpodobnost  $p_{22} = 1 - p_{21}$  bude blízká jedničce.

## 5. Závěr

V příspěvku jsou popsány některé teoretické modely potřebné k rizikové analýze výškové budovy. Dále jsou naznačeny zjednodušené postupy k odhadu rizika spojeného s významnou a poměrně drahou částí konstrukce – zavěšenou fasádní stěnou. Detailní výpočet pravděpodobnosti selhání systému připojení fasádní stěny k nosné konstrukci vymezuje „nezbytné vůle“, s nimiž je třeba v projektu i při realizaci stavby počítat.

## 6. Poděkování:

Příspěvek je vypracován za podpory projektu MSM 210000001.



## 7. Literatura:

- Bažant, Z., P. (1995): *Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures – model  $B_3$* , Materials and Structures (357 – 365)
- Bittnar, Z., Šejnoha, J. (1996): *Numerical Methods in Structural Analysis*, ASCE Press New York and Thomas Telford, London (422 pp.)
- Faber, M., H. (2001): *Risk and Safety in Civil Engineering*, Swiss Federal Institute of Technology (112 – 117, 322 pp.)
- Holický, M.(2003): *Vybrané modely náhodných veličin. “Uplatnění pravděpodobnostních metod při navrhování konstrukcí”*, ČVUT KÚ, ČKAIT a Česká betonářská společnost ČSSI, (47 - 65)
- Jendele, M., Šejnoha, J.(1976): *Výškové stavby s tuhými jádry a výztužnými stěnami*, Praha, SNTL, (323 str.)