

APPLICATION THE “IMPACT-ECHO” METHOD TO THE CONCRETE STRUCTURE DIAGNOSTIC IN NPP BUILDING.

Š.Morávka, J.Voldřich ^{*)}

Summary: To be nuclear power plants exploited as long as is safely possible, they must certify their safety. Many steel-concrete structures participate considerably on this safety.

This work has two main purposes:

◆ *The first one is possibility study of the reinforcing rods detection. The exact rods position is needed to know to choose properly the place where the specimen can be taken from to don't get into collision with any steel rod. And the rods depth is needed to know to determine the steel affection by corrosion agents.*

◆ *The localization and detection of potential cracks at the both surfaces (accessible and inaccessible) is the second purpose of this work. The detection of cracks with variable depth and wall with cavity are being about to do.*

The main point of this presented part of the wider work is to realize the study of method usage. In the both cases the “impact-echo” acoustic method is employed (according to ASTM standard). The reflection of the elastic waves from the inhomogenities and discontinuities is utilized here.

1. Úvod.

Aby mohly být jaderné elektrárny co nejdéle a zároveň bezpečně provozovány, musejí svoji bezpečnost prokázat. Významně se na ní podílí i velké množství železobetonových konstrukcí.

Předložená práce má dva hlavní cíle. Prvním je lokalizace armovacích tyčí. Přesná poloha jednotlivých tyčí není dokumentována a je potřeba ji znát kvůli volbě místa pro odběr vzorků betonu. Hloubku je nutné vědět pro výpočet zasažení tyčí difúzí korozních činitelů z povrchu betonu. Druhým cílem práce je detekce a lokalizace možných povrchových trhlin betonové stěny na obou površích a dále vnitřních trhlin a dutin.

V obou případech se zde využívá „impact-echo“ metody (podle americké ASTM), tj. odrazu rázových vln od nehomogenit nebo nespojitostí. Cílem práce je provést numerickou studii možného použití této metody.

Práce navazuje na [1], [2]. V předloženém příspěvku jsou nejprve testovány možnosti výpočtu lokalizace armovacích tyčí a dále jsou uvedeny výpočty odezvy stěny (tlusté desky) s trhlinou na přístupné (kde je buzení) i na nepřístupné straně. Práce nyní dále pokračuje na výpočtech odezvy stěny s povrchovou trhlinou proměnlivé hloubky a stěny s dutinou.

^{*)} Dr. Ing. Štefan Morávka, RNDr. Josef Voldřich, CSc., Nové technologie - Výzkumné centrum, ZČU, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, tel.: 37763-4708, mail: moravka@ums.zcu.cz, voldrich@ntc.zcu.cz

2. Numerický model a jeho vlastnosti.

Pro numerickou simulaci „impact-echo“ metody používáme metodu konečných prvků (MKP). Materiál armování (ocel) je homogenní, izotropní a elastický. Stejně tak uvažujeme i beton - volbou sítě a časového kroku respektujeme vlny o vlnové délce $\lambda_{\min} = 100 \text{ mm}$ (testovací výpočty) nebo $\lambda_{\min} = 60 \text{ mm}$ (finální výpočty) a delší, zatímco písek má zrna do 4 mm a kamenivo do 16 mm (proto homogenní), beton je litý (izotropní) a zatížení při testech je relativně velmi malé (elastický), [3].

Před zahájením výpočtů se testovaly možnosti použití a porovnávaly se výsledky systémů COSMOS/M a MSC-MARC/MENTAT. K porovnání výsledků obou systémů bylo využito i dřívějších experimentálních dat [4 až 8]. Výsledky Marcu se zjevně lépe shodují s experimentem (obr.budou předvedeny na konferenci ve Svatce). Proto je dále používán systém MSC-Marc.

(Zajímavé je porovnání časů výpočtů. Na jinak stejných modelech trvá výpočet celé úlohy programem Cosmos cca poloviční dobu, ale samotná eliminace matice tuhosti zde zabere asi 13 hodin, zatímco Marc eliminuje pouhé 2 hodiny. Další časové kroky ale Cosmos řeší v řádu desítek vteřin, kdežto Marcu trvá jeden krok 4,5 minuty. Z uvedeného je zřejmé jen to, že algoritmy obou systémů se liší. Potvrzuje se tedy, že pro seriózní použití numerických metod (zejména komerčního software) je nutností jeho důkladné otestování.)

V testovacích výpočtech s armováním bylo použito 8-mi uzlových izoparametrických prvků o délce hrany 5 mm a časového kroku $\Delta t = 1,2 \mu\text{s}$. Průměr armovacího drátu je 40 mm, tj. 8 prvků. Zde narážíme na technická omezení, protože pro tento typ úlohy nelze zvolit různé velké prvky (různé mezní frekvence, falešné odrazy vln, viz např. [9 až 13]). Pokud bychom takto chtěli popsat 1x2 metrovou část 1 metr tlusté stěny, potřebovali bychom tak 16 milionů prvků. Homogenizace stěny také není možná, protože potřebujeme lokalizovat jednotlivé tyče. *(Rozdíl měřítek velkého tělesa s relativně malými tyčemi (škálový problém) lze v tomto případě těžko nějak elegantně vyřešit. Zmenšení prvku ve 3D tělese na 1/2 znamená, že těleso má $2^3 = 8$ -krát více konečných prvků. Matice hmotnosti a tuhosti jsou pak 8-krát vyššího řádu. Počet operací (a tím časová náročnost eliminace matice tuhosti) roste s 3.mocninou, takže se dostáváme řádově na 512x delší výpočetní čas eliminace matice. A to ještě neuvažujeme potřebný dvojnásobný počet časových kroků.)*

Pro výpočty stěny s trhlinami uvažujeme prvky o velikosti hrany 3 cm a časový krok integrace $\Delta t = 7 \mu\text{s}$ (pro testování byly použity také prvky o hraně 5 cm a $\Delta t = 12 \mu\text{s}$). Při minimální délce vlny 6 cm (nebo 10 cm) zde naopak není nutné zohledňovat přítomnost armovacích tyčí. Pro volbu parametrů numerických výpočtů byly využity praktické zkušenosti získané při dřívějších výpočtech a při konfrontacích numerických simulací se známými analytickými řešeními, viz [9, 10].

Použité prvky o hraně 3 cm jsou schopné v limitním případě, kdy na vlnovou délku uvažujeme dva prvky (resp.uzly), přenést bez poklesu amplitudy vlny o frekvenci do přibližně 70 kHz. Tato, tzv. „mezní frekvence“, by měla korespondovat s časovým krokem integrace tak, aby frekvenční omezení daná časovou a prostorovou diskretizací byla podobná. Jinak jsou parametry výpočtu zvoleny nevhodně – například s velkým nákladem získaný výsledek jemné prostorové diskretizace může být znehodnocen příliš hrubou diskretizací časovou (nebo naopak). Význam má též správná volba metody časové integrace (zde Newmarkova implicitní integrace) v kombinaci s prostorovou diskretizací (zde plná (konzistentní) matice hmotnosti), aby se vedlejší účinky obou diskretizací nescítali, ale pokud možno eliminovaly, [14 až 16].

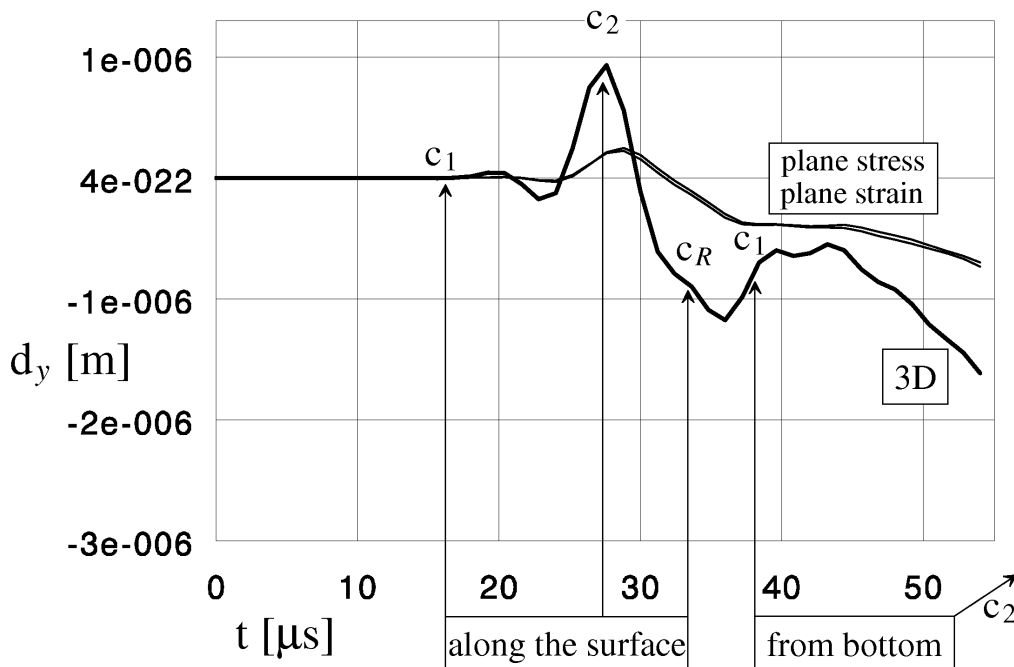
Volba velikosti časového kroku integrace a velikosti konečného prvku, jakož i volba vhodné integrační metody a způsobu prostorové diskretizace, zásadně určují možnosti a náročnost výpočtů. Související problematika frekvenčního omezení, o důsledcích časové a prostorové disperze vln (a jejich působení současně) nebo anizotropie modelu dané diskretizací byly už popisovány v dřívějších pracích, např. [9 až 16].

Buzení je realizováno úderem zkušebního kladívka. Odhadujeme úder o síle 5.000 N trvající 36 μ s. Ve výpočtu uvažujeme buzení vzhledem k velkým rozměrům tělesa jako bodové.

Používáme numerickou implicitní časovou integraci Newmarkovo metodou s modifikovanými koeficienty $\beta = 0,275625$ a $\gamma = 0,55$. Touto modifikací, zachovávající bezpodmínečnou stabilitu metody, zavádíme zároveň mírné numerické tlumení, které potlačuje zejména rušivý vliv vyšších frekvencí. Tato volba byla testována a osvědčila se již v předcházejících výpočtech, např. [9] a dále [4 až 8].

Dále jsme zkusili pro urychlení výpočtu použít prvky s jednobodovou redukovanou integrací. Výsledky se pro tento typ úlohy příliš neliší, takže použití redukované integrace je v podstatě možné.

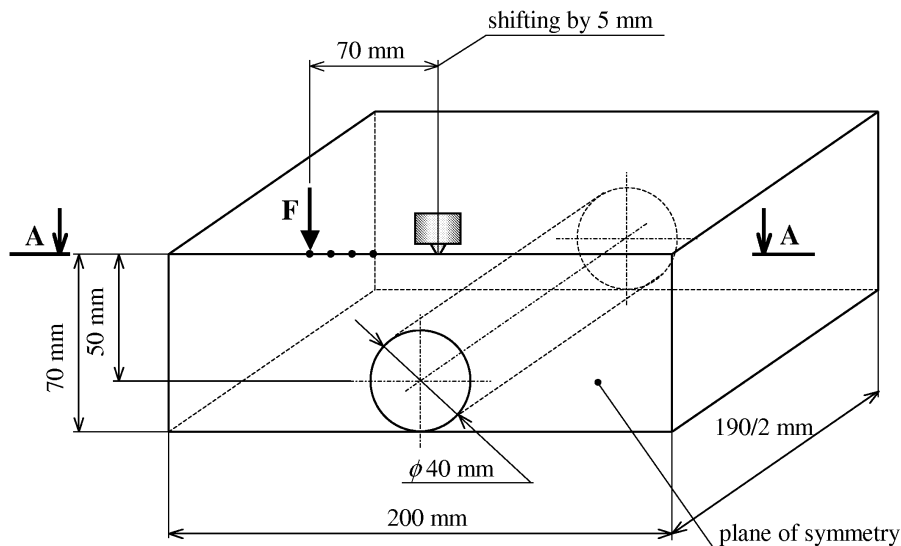
Samotné vzorky by bylo možno nahradit 2D modely, ale vzhledem k bodovému buzení jsou uvažované úlohy dimenze 3D. Přesto jsme vyzkoušeli možnost řešit úlohy jako 2D případ, a to jako rovinnou napjatost i jako rovinnou deformaci. Jak vidíme na obrázku 1, dávají oba dva 2D přístupy výsledky navzájem velmi podobné. Avšak výsledky 2D a 3D výpočtu se dosti podstatně rozcházejí, takže je nutno setrvať u 3D modelů.



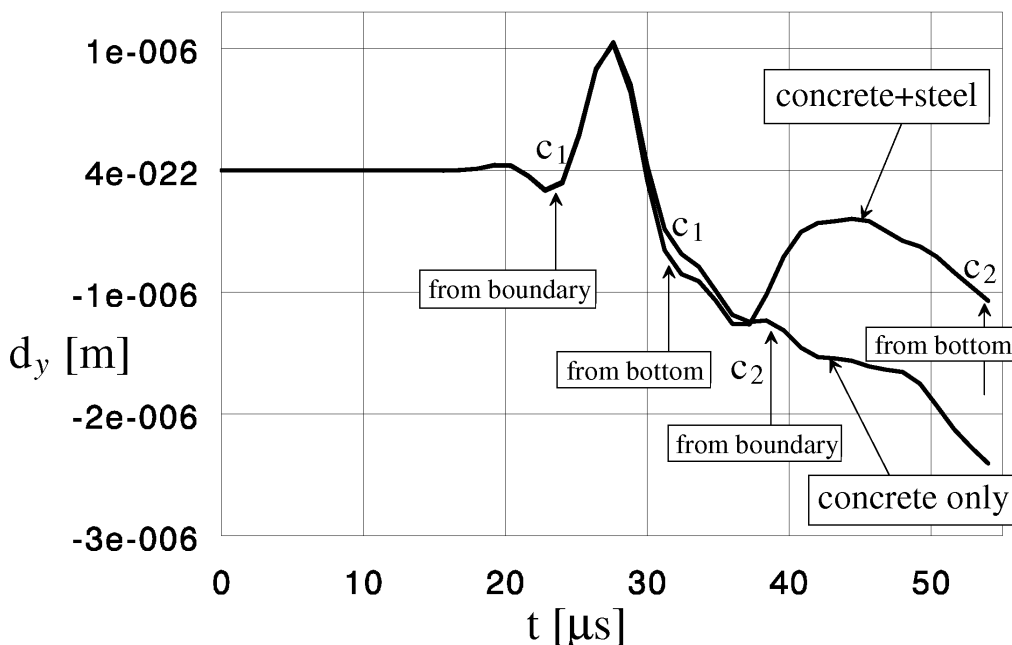
Obr. 1. Porovnání odezvy stejného modelu vypočítaného jako 2D a 3D případ.

3. Testování možnosti lokalizace armovacích tyčí.

Nejprve řešíme odezvu betonového výřezu stěny o rozměrech 190x200 mm a tloušťce 70 mm. Použity jsou prvky o hraně 5 mm. Místa buzení a měření na povrchu jsou vzdálena také 70 mm a jejich spojnice, rovnoběžná s hranou vzorku, prochází středem jeho horní plochy. S využitím symetrie lze pak úlohu řešit na polovičním modelu, který má 10.640 prvků. V druhém případě je geometrie modelu stejná. Těleso se liší jen tím, že jeho dolní polovina je z oceli, zatímco horní (kde se budí a snímá se odezva) zůstává betonová, viz obr. 2 bez zobrazené armovací tyče. Cílem je zjistit, jak se odráží vlny od rozhraní beton-ocel a jak jím procházejí zpět po odrazu ode dna.



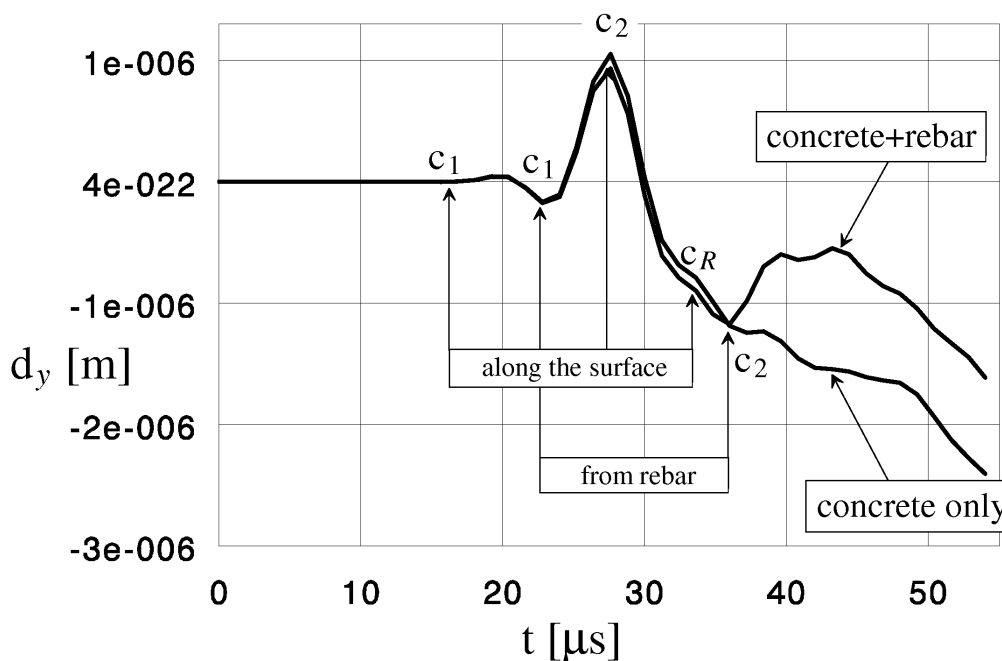
Obr. 2. Schéma úloh pro testování možností detekce a lokalizace armovacích tyčí.



Obr. 3. Porovnání odezvy vzorku z betonu a vzorku s rozhraním beton-ocel.

Porovnání časových průběhů posuvů kolmých k povrchu obou případů vidíte na obr.3. Čas, kdy se oba průběhy výrazně rozcházejí, se nachází poblíž čela smykové vlny odražené od rozhraní, $t = 39,02 \mu s$. Usuzovat z této blízkosti, že právě odraz smykové vlny od rozhraní přináší k povrchu tu hlavní informaci o tomto rozhraní, by bylo zatím značně spekulativní. Nicméně to pokládáme za pravděpodobné, viz také obr. 4.

Dalším případem je betonový hranol stejných rozměrů jako výše uvedené vzorky. Do něj je rovnoběžně s povrchem v hloubce 50 mm vložena jedna armovací tyč o průměru 40 mm, viz schéma na obr. 2. Na průbězích posuvu kolmého k povrchu (obr.4) vidíme, že čas, kdy se rozchází průběh odezvy tělesa s vloženou tyčí a tělesa jen z betonu, zde souhlasí velmi přesně s časem příchodu čela smykové vlny od vrcholku tyče ($t = 36,34 \mu s$). To podporuje shora uvedenou hypotézu o možnosti detekce tyčí pomocí odrazu smykových vln.

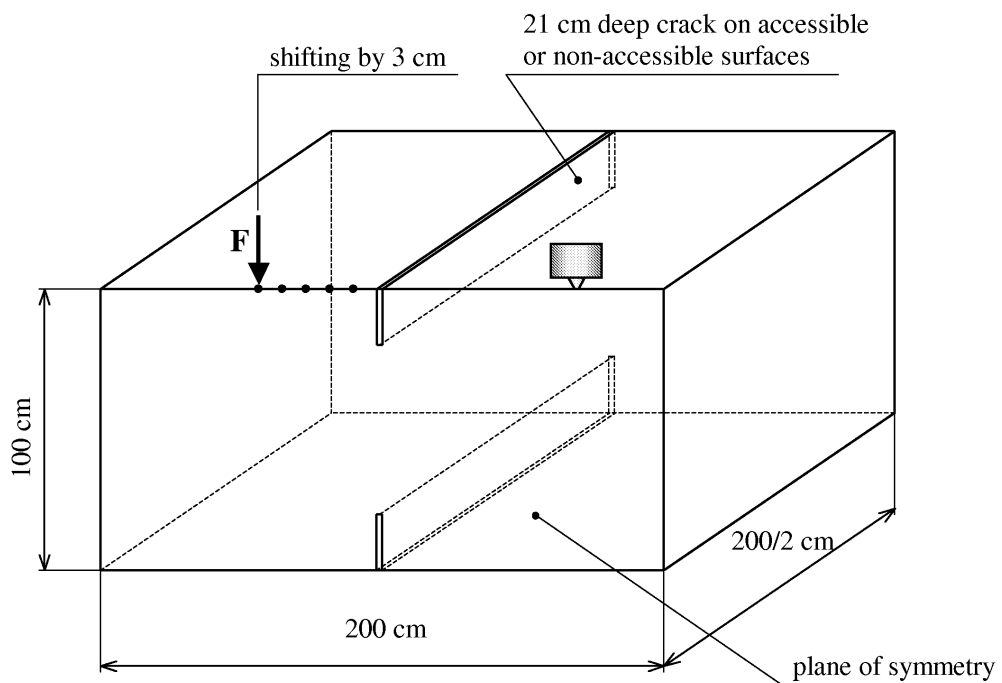


Obr. 4. Porovnání odezvy vzorku jen z betonu a vzorku s vloženou armovací tyčí.

Testování možností numerické detekce a lokalizace armovacích tyčí bude dále pokračovat. Nyní máme k dispozici nový 64-bitový počítač s procesorem Intel Itanium. Nebude sice možné modelovat plnou stěnu (tloušťky 1m), ale předpokládáme jisté zvětšení uvažované oblasti a zjemnění diskretizace.

(Pro výpočty používáme jednak počítač s 32-bitovým procesorem Intel Pentium IV, 3 GHz, 2 GB RAM, s SCSI disky a s operačním systémem Windows XP Professional a jednak počítač s 64-bitovým procesorem Intel Itanium, 4GB RAM, stejnými SCSI disky a s op.syst. Linux. Provedli jsme porovnání výkonu těchto technologií na rozsáhlejších MKP výpočtech (komplexní úlohy využívající procesorový výkon, RAM, rychlost sběrnice a disků). Ukazuje se, že Itanium je jen o max. 10 a 20 % rychlejší než 32-bitový počítač. Vezmeme-li v úvahu podstatně rozdílné pořizovací náklady, pak v této době vychází poměr cena/výkon jednoznačně nepříznivě pro 64-bitový počítač.)

Druhou částí úkolu je detekce a lokalizace trhlin a dutin betonové stěny. Tyto simulace provádíme na části betonové stěny o rozměrech 2x2 metru a tloušťce 1 metr. Díky rovinné symetrii úlohy je opět možno uvažovat 1/2 tělesa (tj. 1x2x1m), viz obr 5. Testování jsme prováděli na 8-mi uzlových prostorových izoparametrických prvcích o délce hrany 5 cm (16000 prvků, $\Delta t = 12 \mu s$). Pro finální výpočty jsou pak použity prvky o hraně 3 cm (71.874 prvků, 144 časových kroků o $\Delta t = 7 \mu s$). Výpočet končí v čase 1001 μs , kdy už výsledky začínají být znehodnocovány odrazy od bočních stěn vzorku.



Obr. 5. Schéma úloh pro výpočty stěny s povrchovými trhlinami.

Řeší se postupně tyto části úlohy:

- porovnávací výpočet odezvy tlusté desky bez trhlin na bodové buzení experimentálním kladívkem v 67 bodech (buzení a měření jsou na témže povrchu)
- odezva tlusté desky s trhlinou na bodové buzení kladívkem v 68 bodech povrchu stěny (1 bod navíc vznikl hranou trhliny) (buzení, měření a trhlina na témže (přístupném) povrchu)
- odezva tlusté desky s trhlinou na opačném (nepřístupném) povrchu na bodové buzení kladívkem v 67 bodech povrchu stěny

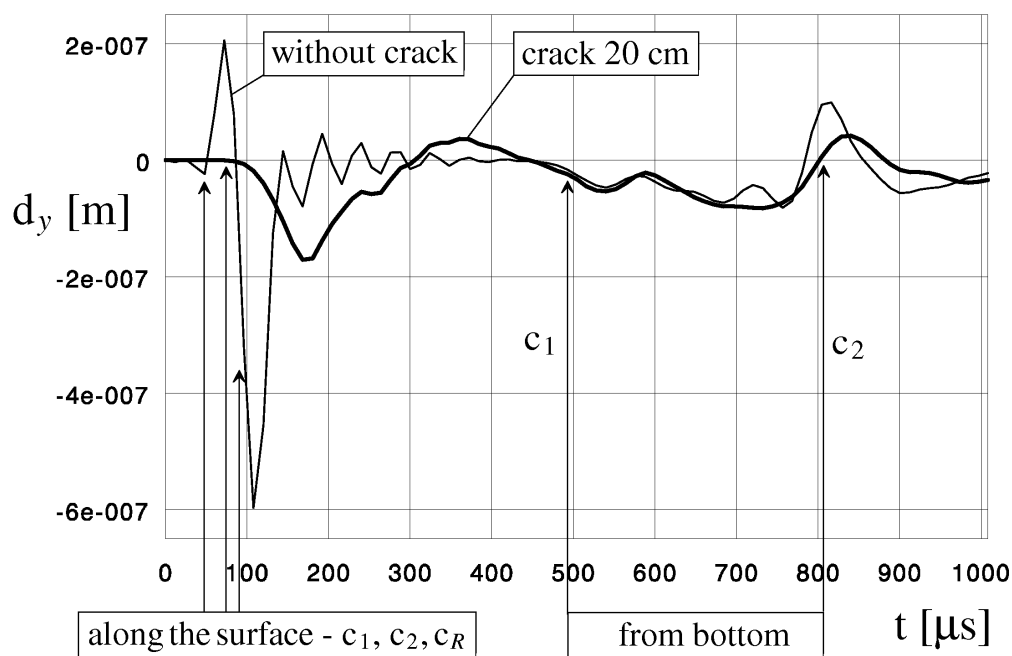
(- studie vlivu hloubky trhliny – výpočty jen s proměnnou hloubkou trhliny)

(- detekce a lokalizace vnitřních trhlin nebo dutin)

(Poslední 2 body zde nejsou uvedeny, výpočty probíhají)

Předpokládáme, že nespojitost vzniklá trhlinou v betonu se chová tak, jako kdyby se její stěny nedotýkaly. To by mohl být nesprávný předpoklad při tlakově zatížené trhlině. Lze však důvodně předpokládat, že trhliny budou spíše vznikat tahovým zatížením, kde lze tento předpoklad přijmout. Zda-li je uvedená úvaha správná, ukáže experiment.

Na následujícím obrázku č.6 je uvedeno porovnání dvou časových průběhů posuvu kolmého k povrchu. Buzení a snímání je na stejném povrchu, a to vždy ve vzdálenosti 20 cm od sebe. V jednom případě se jedná o betonovou stěnu bez vady, v druhém případě je uprostřed mezi budícím a snímacím bodem vedena napříč vzorkem průběžná trhлина o hloubce 20 cm. Z obrázku je patrné, jak trhлина brání zejména průchodu povrchové Rayleighovy vlny, viz také obr.8, 11 a), 11 b) níže.

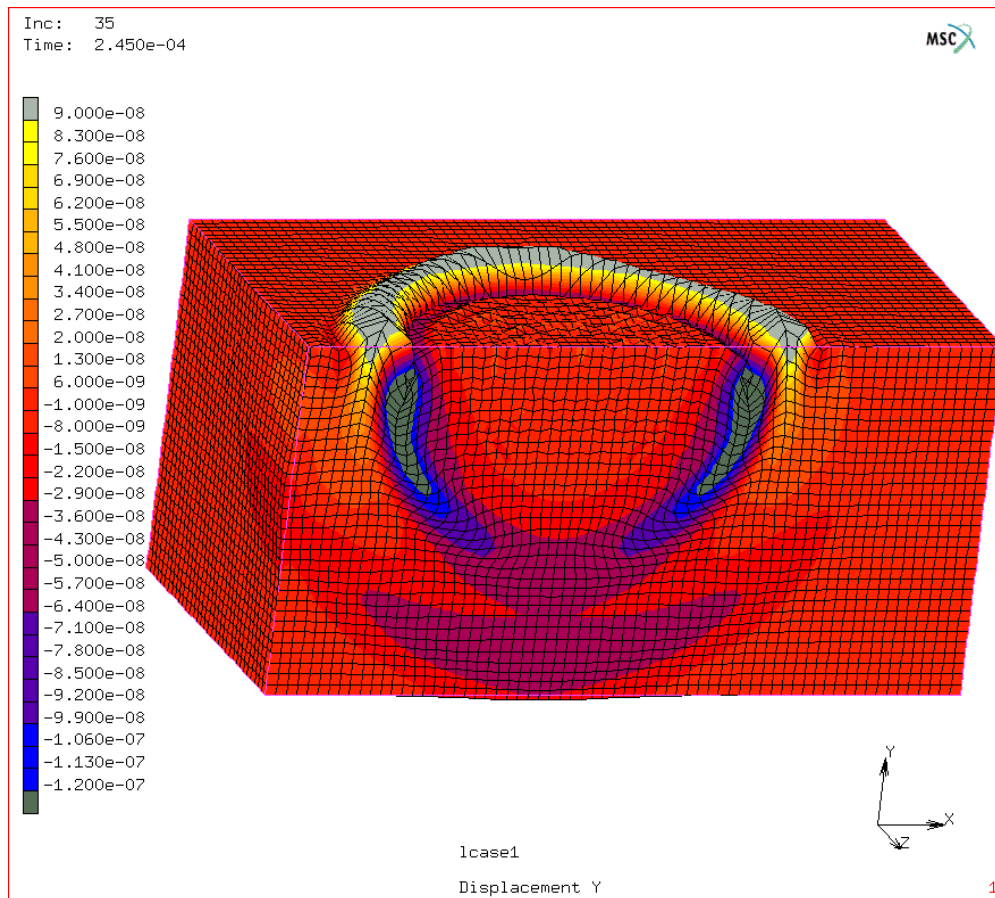


Obr. 6. Porovnání odezvy vzorku bez vady a s trhlinou o hloubce 20 cm.

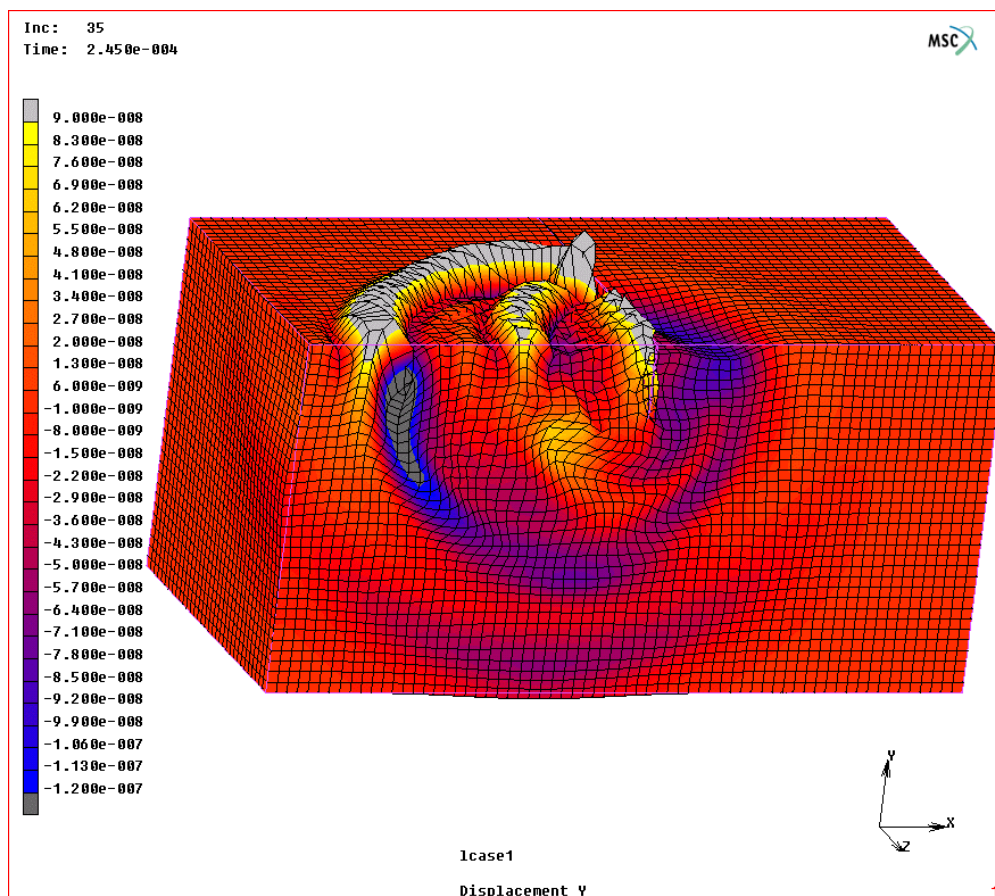
Pro případ stěny bez vady, s trhlinou na horním (přístupném) a na dolním (nepřístupném) povrchu provádíme vždy sérii výpočtů pro buzení posouvající se po 3 cm po dvoumetrové linii procházející středem vzorku, viz obr. 5 výše. Pro každý případ stěny se takto počítá 67 úloh (nebo 68, trhlinou vznikne hrana s dalším buzeným uzlem). Výpočet jedné úlohy na 32-bitovém počítači trvá cca 25 hodin (viz také porovnání počítačů výše).

Na obrázku 7 je ukázka rozložení posuvu kolmého k měřenému povrchu v čase 245 μ s pro stěnu bez vady při buzení ve vzdálenosti 0,78 m od hrany vzorku. Významné vlnové čelo odpovídá povrchové Rayleighově vlně. Čelo dilatační vlny není v tomto měřítku pozorovatelné a čelo smykové vlny nelze odlišit od čela R vlny. Na obrázku 7 (též na 8 a 9) je zajímavá oblast okolí čela Rayleighovy vlny, která je charakteristická svým eliptickým pohybem bodů kontinua v blízkosti povrchu.

Na dalším obrázku 8 je stejná situace jako na předchozím, ale vzorek má trhlinu o hloubce 20 cm na měrném povrchu (přístupném, kde je buzení i snímač). Na první pohled je patrné, jak trhлина výrazně brání postupu zejména povrchových vln.



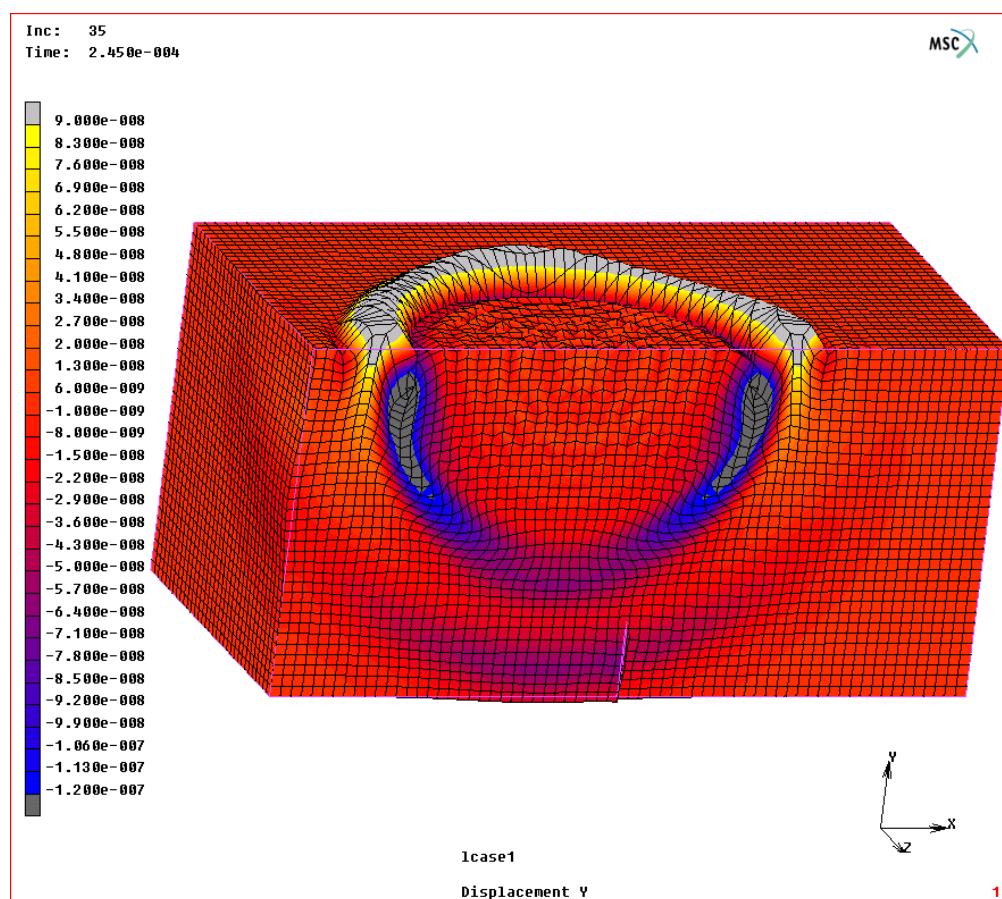
Obr. 7 Rozložení posuvů kolmých k měřnému povrchu v čase 245 μ s pro vzorek bez vady.



Obr. 8 Rozložení posuvů kolmých k měřnému povrchu v čase 245 μ s pro vzorek s 20 cm hloubkou trhlinou na měřném (horním) povrchu.

Poslední ukázka rozložení posuvů v čase 245 μ s na obrázku 9 je pro stěnu s trhlinou o hloubce 20 cm na nepřístupném (dolním) povrchu. Z tohoto náhledu není oproti případu bez trhliny vidět zběžným pohledem téměř žádný významný rozdíl. Rozdíl je ale ve vlnách odražených ode dna, které nejsou v tomto měřítku viditelné.

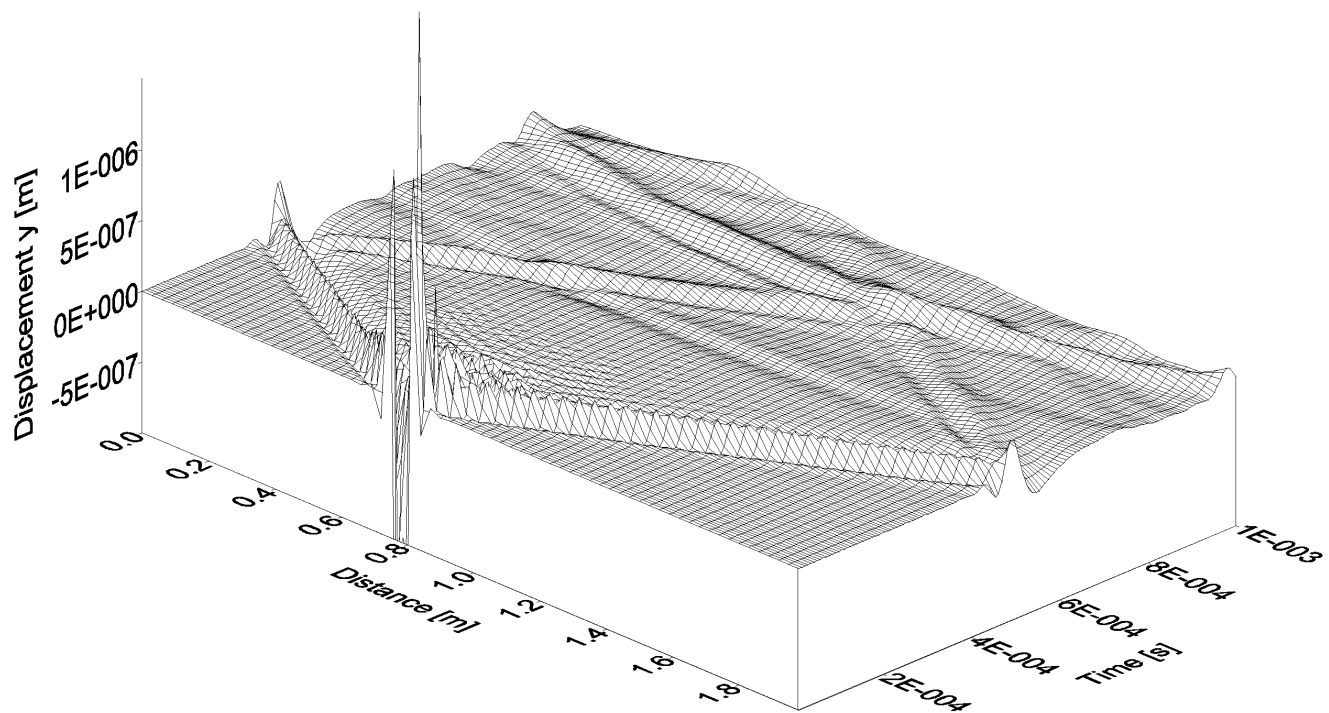
Na konferenci budou předvedeny časové animace těchto výsledků.



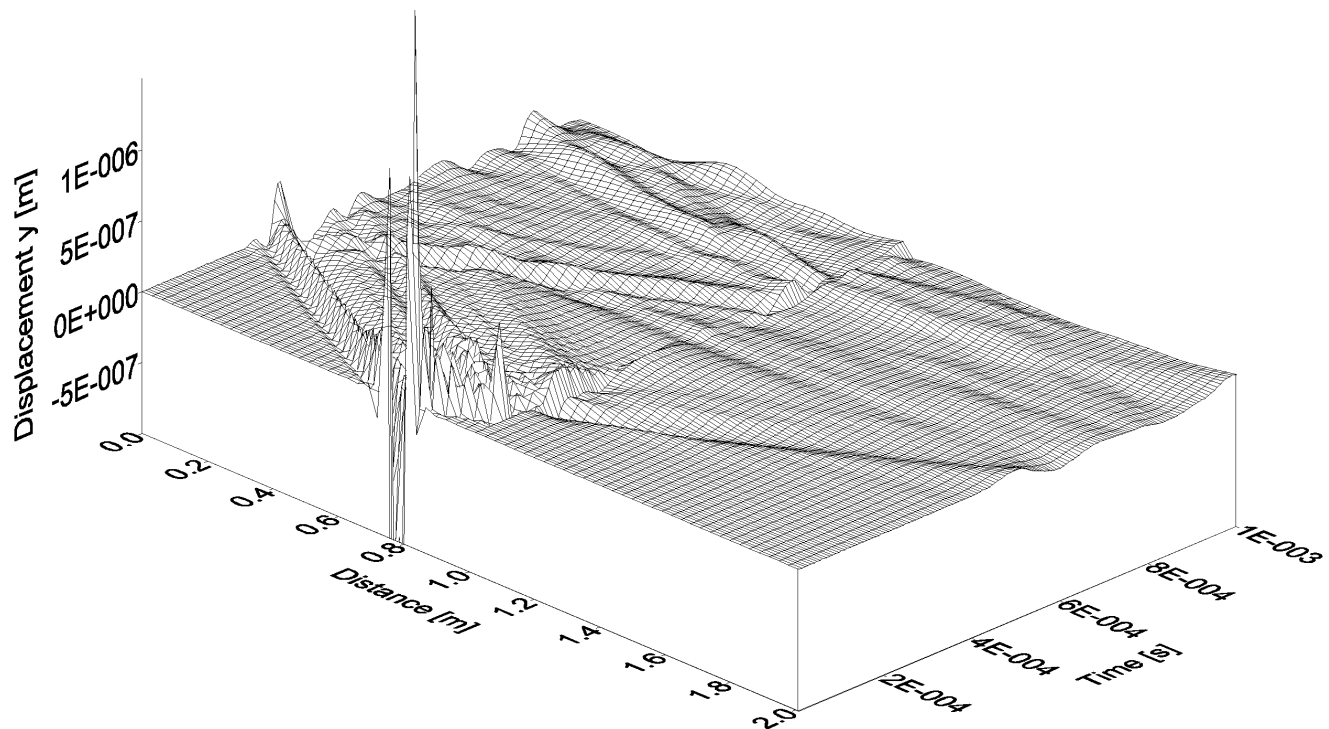
Obr. 9 Rozložení posuvů kolmých k měřenému povrchu v čase 245 μ s pro vzorek s 20 cm hlubokou trhlinou na nepřístupném (horním) povrchu.

Ukládáme časové průběhy posuvů kolmých k povrchu všech uzlů na celé horní ploše. Pro názorné zobrazení vlnových dějů je na následujících dvou (resp. třech) ukázkách (obr.10, 11 a), 11 b)) použita část těchto odezvy – a to časové průběhy posuvu kolmého k povrchu uzlů ležících na přímé linii procházející středem vzorku (u stěny s trhlinou kolmo k trhlíně). Místo buzení pro tyto dvě ukázky leží také na snímané linii, a to ve vzdálenosti 0,78 m od okraje vzorku (jako na obrázcích 7, 8, 9).

Osa „Distance“ je prostorová souřadnice bodů na snímané linii. Osa „Time“ je čas. V tomto směru je tedy zobrazen časový průběh posuvu kolmého k povrchu, „Displacement y“, každého jednotlivého bodu linie.

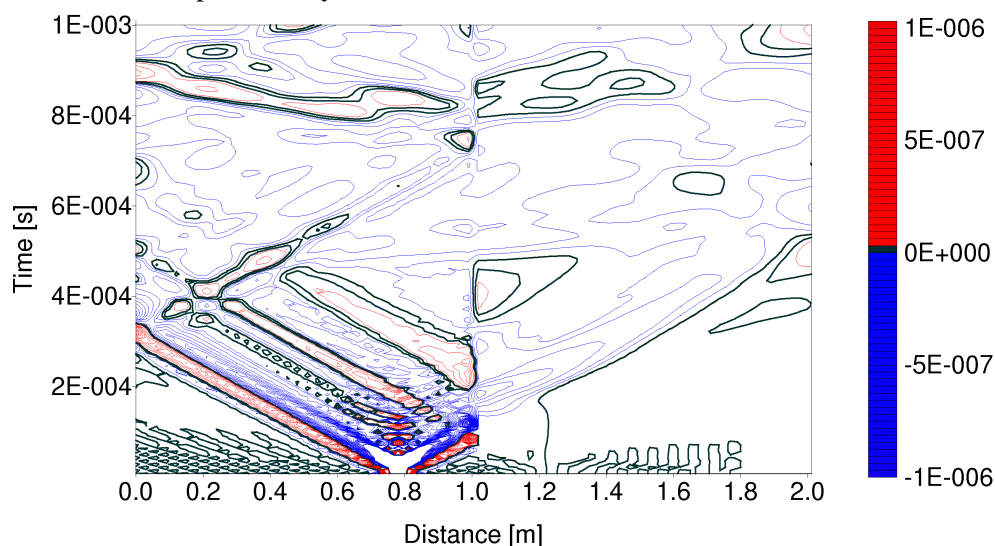


Obr. 10. Časové odezvy stěny bez vady v linii procházející středem vzorku.



Obr. 11 a). Časové odezvy vzorku s trhlinou o hloubce 20 cm v linii kolmé k trhlíně.

Z obrázků 10 a 11 a) lze vyčíst řadu informací. Ploché trojúhelníkové oblasti rozbíhající se od místa buzení do stran jsou zhruba v polovině protnuty čelem dilatační vlny šířící se podél povrchu. Toto čelo ale na obrázku není v daném měřítku vůbec viditelné. První výrazná hrana přísluší až Rayleighově a smykové vlně (částečně splývají). Vidíme, že toto čelo je trhlinou velmi zásadně redukováno a posunuto o cca $50 \mu s$ vzad. Lépe je to vidět z barevného půdorysu sestaveného z vrstevnic, viz obr. 11 b). Uvedená skutečnost bude hlavním ukazatelem detekce trhliny. I diskontinuita ostatních vln je patrná. Zajímavá je dále oblast v levé horní části obrázků 10, 11 a), 11 b), kde vidíme, jak se jednotlivá vlnová čela odrážejí od hrany vzorku a jak odražené vlny s příchozími interferují. Pro měnící se místo buzení (oblast velkých výchylek) jsou tato „prostorově - časová“ zobrazení spojena do animací, které budou předvedeny na konferenci.



Obr. 11 b). „Půdorysný“ pohled na obr. 11 a).

4. Závěr.

Získanou rozsáhlou databází odezev se pokusíme využít pro rutinní lokalizaci trhlin experimentálním měřením. Měření navrhujeme provádět tak, že se po zkoumané oblasti bude postupně po cca 10 cm budit experimentálním kladívkem a ve stejné vzdálenosti měřit odezvy. Lepší by bylo měřit odezvy ve dvou směrech na sebe kolmých nebo dokonce i ve 4 směrech od místa buzení. Změřený průběh (po úpravě měřítka) pak bude porovnáván s napočtenou databází a při nalezení větší shody bude možno dané místo považovat za „kandidáta“ na trhlinu a proměřit jej podrobněji.

Jak je zřejmé z předcházejících stránek, nepojednává předložený příspěvek o ukončeném projektu. Popisované výpočty jsou dokončené pro stěnu bez vady, s trhlinou na straně buzení a snímání a s trhlinou na opačné (nepřístupné) straně stěny. Pokračují výpočty pro proměnlivou hloubku trhliny, které ocení vliv její hloubky na tvar odezvy. Dále bude pokračovat modelování stěny s vnitřní trhlinou rovnoběžnou s povrchem (resp.dutinou). Budou také dále pokračovat práce na detekci armovacích tyčí a navazovat měření na experimentálně odlitým bloku s vadami. Věříme, že i tyto další výsledky bude možno podobným způsobem publikovat.

5. Poděkování.

Tato práce vznikla za finančního přispění MŠMT ČR v rámci projektu výzkumu a vývoje LN00B084.

6. Literatura.

- [1] Pečínka L., Morávka Š., Voldřich J.: *Mathematical Model of the Propagation of P, S and R-Waves in a Concrete Thick Walls With Rebars and Cracks.*, CSNI/RILEM Workshop on Use and Performance of Concrete in NPP Fuel Cycle Facilities, Madrid, Spain, March 15-16, 2004.
- [2] Morávka Š., Voldřich J.: Příspěvek numerické simulace k detekci armování a trhlin v železobetonu. 19. konference s mezinárodní účastí Výpočtová mechanika 2003, Nečtiny, 2003.
- [3] kopie části technické zprávy o betonáži, kapitola IX. Výroba čerstvé betonové směsi, A – Složení směsi, tab.str.18.
- [4] Morávka Š.: *The Elastic Wave Propagation over the Shape Transitions of Bodies.* International Conference *Engineering Mechanics 2000*, Svratka, page 133-138, Czech Republic, May 2000.
- [5] Morávka Š.: *Šíření elastických vln v prizmatických tělesech se strmými změnami tvaru.* 16.konference s mezinárodní účastí, *Computational Mechanics 2000*, str. 283-290, Nečtiny, Czech Republic, October 2000.
- [6] Morávka Š.: *Numerical and Experimental Modelling of the Elastic Wave Propagation in the Shafts with Offsets. Affecting of Measurements by Transducer's Presence.* National conference with international participation *Engineering Mechanics 2001*, p.177, AV ČR, Svratka, 2001.
- [7] Morávka Š.: *Porovnání numerického modelu šíření elastických vln v tělesech s výsledky měření piezoelektrickým snímačem. Vliv přítomnosti snímače na měření.* 38th International Conference *EAN 2000*, pp. 231-236, Tábor, June 2001.
- [8] Morávka Š.: *Šíření elastických vln v rotačně symetrických tělesech s tvarovými přechody - 3D MKP model a experiment. Zpětné ovlivnění měření přítomností snímače.* 17.konference s mezinárodní účastí *Výpočtová mechanika 2001*, str.223-230, Západočeská univ., Nečtiny, 2001.
- [9] Morávka Š.: *Porovnání analytického řešení nestacionární rázové napjatosti kontinua s výpočtem pomocí MKP.*, *Strojnícky čas.*49, č.6, str.406-425, Bratislava, 1998.
- [10] Morávka Š.: *Testování možností modelování nestacionárního šíření napěťových vln metodou konečných prvků.* Národní konference *Inženýrská mechanika '98*, str.489-494, Svratka, V. 1998.
- [11] Brepta R.: *Modifikace metody konečných prvků pro nestacionární problémy dynamiky.* Studie ČSAV č.13, Academia Praha, 1982.
- [12] Brepta R.: *Vlastnosti modelu rovinného kontinua vytvořeného pravoúhlými nebo rovnostrannými trojúhelníkovými prvky*, *Stroj.časopis* 36, č.4-5, Bratislava, 1985.
- [13] Okrouhlík M., Brepta R.: *Side Effect of Finite Element Method Applied on Stress Wave Propagation in a Thin Elastic Bar*, *Acta Technica ČSAV*, No.4, Praha, 1976.
- [14] Morávka Š.: *Společné posouzení vedlejších účinků časové a prostorové diskretizace při nestacionárním zatížení.* Národní konf. *Inženýrská mechanika '99*, str. 391-396, Svratka, 1999.
- [15] Morávka Š.: *Disperze vln na MKP modelu způsobené současně časovou a prostorovou diskretizací kontinua.* Konference *Výpočtová mechanika '99*, str. 255-261, Západočeská univerzita, Nečtiny, říjen 1999.
- [16] Morávka Š.: *Side Effect of Simultaneous Spatial and Temporal Discretization of a Continuum Under Transient Load.* In: *Proceedings of University of West Bohemia 1999*, page 127-135, Plzeň, April 2000.