

## APPLICATION OF HOT-WIRE ANEMOMETRY IN A WIND TUNNEL MODELLING OF GASEOUS POLLUTANTS SPREADING

E. Moryń-Kucharczyk<sup>1</sup>, P. Jonáš<sup>2</sup>, O. Mazur<sup>2</sup>, V. Uruba<sup>2</sup>

**Summary:** *Measurements of molar concentration  $C$  in a  $CO_2$  jet issuing from a narrow pipe, which is parallel to an air stream in a wind tunnel were performed both by two-sensor hot-wire probe and by  $CO_2$  analyser Guardian plus at the Institute of Thermal Machinery Technical University of Częstochowa. A new method of calculation  $C$  from hot-wire anemometer data is briefly described.*

### 1. Úvod

Jedním z úkolů, které staví před experimentální aerodynamiku řešení naléhavé problematiky šíření emisí ze zdrojů znečištění do jejich okolí je potřeba současného měření pole rychlosti proudění a pole rozložení koncentrace emisí, které se v laboratorních podmínkách simulují vypouštěním značkovacího plynu z vhodně tvarovaných a vhodně v tunelovém proudě vzduchu rozmístěných trysek. V současné době se k těmto měřením začíná čím dál častěji používat termoanemometr se sondou, která má jedno nebo více žhavených čidel ve tvaru válečku o malém průměru  $d$  a délce  $\ell$ , které díky své nepatrné hmotnosti mají malou tepelnou kapacitu a jsou tudíž schopná reagovat na velmi rychlé změny jak rychlosti proudění, tak i koncentrace značkovacího plynu. Tento způsob měření vyžaduje rozsáhlou kalibrační proceduru, při níž je třeba velmi podrobně proměřit závislost ochlazování jednotlivých žhavených čidel jak na rychlost s jakou jsou ofukována, tak na molární koncentraci značkovacího plynu ve směsi. K tomuto účelu byla v aerodynamické laboratoři Ústavu termomechaniky sestrojena malá hermeticky uzavřená cirkulační aerodynamická trati, ve které je možno vytvářet směs vzduchu s vhodným aditivním plynem v celém rozsahu jeho molární koncentrace  $C$ . Uspořádání trati je stručně popsáno v práci Mazur&Řehák (2001) a postup při vytváření směsi vzduchu a helia s předem zvolenou hodnotou jeho koncentrace (pro jiný aditivní plyn je postup zcela obdobný) je uveden v práci Mazur aj. (2001).

### 2. Ochlazování žhaveného čidla ve směsi dvou plynů

Spolehlivý ochlazovací zákon válcového čidla připevněného na jeho koncích k přívodním jehlám termoanemometrické sondy lze v současné době získat pouze experimentálně na základě jeho podrobné kalibrace. V případě, že tato sonda má být použita pro měření v proudě směsi dvou plynů, provádí se tato kalibrace zpravidla tak, že při každé hodnotě molární koncentrace  $C$  je v potřebném rozsahu měněna rychlost proudění směsi  $U$  postupně při několika hodnotách střední žhavicí teploty čidla  $T_w$ , přičemž se měří výstupní napětí  $E$  anemometru, k němuž je čidlo připojeno a také stavové veličiny směsi, tj. statický tlak  $p$  a teplota směsi  $T$  v měřicím prostoru trati, v němž se nachází žhavené čidlo cejchované sondy.

<sup>1</sup> Elżbieta Moryń-Kucharczyk, PhD.: Institute of Thermal Machinery, TU of Częstochowa, e-mail: moryn@imc.pcz.czyst.pl

<sup>2</sup> RNDr. Pavel Jonáš, Dr.Sc., Oton Mazur, prom.fyz., Ing. Václav Uruba, CSc.: Institute of Thermomechanics AS CR, Prague; e-mail: mazur@it.cas.cz

Výsledky těchto měření jsou pak vyjádřeny pro každé žhavené čidlo v kritériálním tvaru jako závislost Nusseltova čísla  $Nu$  charakterizujícího ochlazování daného žhaveného čidla na Reynoldsově čísla  $Re$ , které charakterizuje jeho obtékání proudem dané směsi plynů a na poměru tzv. střední teploty filmu  $T_m$ , která je zde definována jako  $T_m = 0,5(T_w + T)$ , k teplotě směsi  $T$  v nabíhajícímu proudě. Experimentálně zjištěný průběh této závislosti se v současné době nečastěji aproximuje následujícím tvarem ochlazovacího zákona

$$Nu \left( \frac{T_m}{T} \right)^M = A + B(Re)^N, \quad (1)$$

který navrhli Koch a Gartshore (1972), když na základě svých měření zjistili, že tento tvar vyhovuje i pro čidla konečné délky a jeho aplikace v termoanemometrii je poněkud jednodušší než aplikace univerzálnějšího, avšak svou strukturou složitějšího zákona, který dříve našli Collis a Williams (1959).

Nusseltovo číslo  $Nu$  žhaveného čidla připojeného k anemometru, který udržuje jeho odpor  $R_w$  a tudíž i jeho střední teplotu  $T_w$  na konstantní hodnotě (CTA), je možno vyjádřit ve tvaru

$$Nu = \frac{K E^2}{\lambda_m (T_w - T)}, \quad (2)$$

kde veličina  $K$  je definována vztahem

$$K = \frac{R_w}{\pi \ell (R_A + R_w)^2}, \quad \text{kde } R_A = R_B + R_L + R_P. \quad (3)$$

Reynoldsovo číslo žhaveného elementu na pravé straně rovnice (1) je pak definováno obvyklým způsobem jako

$$Re = \frac{\rho_m U d}{\mu_m}. \quad (4)$$

V těchto rovnicích  $R_B$  značí jistý fixní odpor zapojený sériově v jedné větvi měrného můstku CTA anemometru s odporem  $R_L$  přírodních jehel k čidlu, odporem  $R_P$  přírodního kabelu od sondy k anemometru a odporem  $R_w$  žhaveného čidla,  $\lambda_m$  je součinitel tepelné vodivosti uvažované směsi plynů,  $\rho_m$  její hustota a  $\mu_m$  její součinitel dynamické viskozity, přičemž indexem  $m$  u těchto fyzikálních charakteristik směsi je vyznačeno, že se berou při střední teplotě filmu  $T_m$ . Z rovnic (3) je zřejmé, že pro danou konfiguraci anemometru a čidla žhaveného na stálou teplotu je veličina  $K$  konstantní.

Veličiny  $A, B, M, N$  v rovnici (1) jsou kalibrační parametry daného čidla, jejichž určení je úkolem kalibrační procedury. Tyto parametry se jeví pro daný plyn jako konstanty v dosti širokém rozmezí Reynoldsových čísel i žhavicích teplot čidla. Avšak v případě směsi vzduchu s nějakým přídavným plynem se všechny tyto parametry buď výrazně mění se změnou jeho molární koncentrace  $C$ , jak ukázala měření, která provedli Mazur aj. (2002) s heliem, nebo se mění jen některé, zejména  $A$  a  $B$ , jak ukazují nedávná měření Moryń-Kucharczyk aj. (2003).

Pro úplný popis chování žhaveného čidla v proudě binární směsi plynů je tedy nutno z řady postupných kalibrací při různých hodnotách molární koncentrace  $C \in \langle 0,1 \rangle$  jedné ze složek směsi získat statistickým zpracováním souborů kalibračních dat průběhy závislosti  $A = A(C)$ ;  $B = B(C)$ ;  $M = M(C)$ ;  $N = N(C)$ . (5)

Poznamenejme ještě, že v dalším budeme uvažovat především sondu se dvěma žhavenými čidly, která budeme označovat indexy 1 a 2. Tytéž indexy budeme pak také připojovat ke všem veličinám, které se vztahují k jednomu nebo druhému čidlu (obecně index  $i=1$  nebo 2). Aby bylo možno zpracovávat kalibrační měření jednotlivých žhavených čidel sondy provedených v proudu binární směsi, kdy jsou známy jak molární koncentrace jejich složek tak i rychlosti proudění nebo vyhodnocovat rychlosti a koncentrace z měření s touto sondou v proudu téže směsi, v němž tyto veličiny nejsou předem známé, je nutno mít k dispozici podklady pro výpočet fyzikálních vlastností dané směsi při různých hodnotách koncentrace jejich složek. Zejména se to týká hustoty směsi, součinitele dynamické viskozity, součinitele tepelné vodivosti, ap. Níže jsou uvedeny vztahy pro výpočet těchto veličin pro některé binární směsi, které jsou zajímavé s hlediska možnosti jejich využití při modelování šíření exhalací v aerodynamických tunelech. V těchto vztazích jsou veličiny vztahující se ke složce, jejíž molární koncentrace je  $C$ , označovány indexem  $C$ , veličiny vztahující se ke druhé složce, pro jejíž molární koncentraci pak vyplývá z definice hodnota  $1-C$ , jsou označovány indexem  $A$  (obecně index  $e=A$  nebo  $C$ ), kdežto pro směs budou tyto veličiny uváděny bez indexu. V první řadě pro střední molární hmotnost směsi  $m$  platí očividné vyjádření

$$m = (1 - C)m_A + Cm_C, \quad (6)$$

kde  $m_A$  a  $m_C$  značí po řadě střední molární hmotnost složky A a složky C. Přímým důsledkem poslední rovnice je formálně zcela obdobné vyjádření i pro hustotu směsi  $\rho$

$$\rho = (1 - C)\rho_A + C\rho_C. \quad (7)$$

Pro součinitel dynamické viskozity směsi libovolného počtu složek odvodil Wilke (1950) vztah, který se pro námi uvažovanou binární směs redukuje na tvar

$$\mu = \frac{\mu_A}{1 + \frac{C}{(1-C)} \frac{\left[1 + (\mu_A/\mu_C)^{1/2} (m_C/m_A)^{1/4}\right]^2}{4\sqrt{2}\left[1 + (m_A/m_C)\right]^{1/2}}} + \frac{\mu_C}{1 + \frac{(1-C)}{C} \frac{\left[1 + (\mu_C/\mu_A)^{1/2} (m_A/m_C)^{1/4}\right]^2}{4\sqrt{2}\left[1 + (m_C/m_A)\right]^{1/2}}}. \quad (8)$$

Obdobně z obecného vzorce pro součinitel tepelné vodivosti směsi s libovolným počtem složek, který našli Mason a Saxena (1958), plyne pro binární směs vyjádření

$$\lambda = \frac{\lambda_A}{1 + 1,065 \frac{C}{(1-C)} \frac{\left[1 + \left(\frac{\lambda_A^0}{\lambda_C^0}\right)^{1/2} \left(\frac{m_A}{m_C}\right)^{1/4}\right]^2}{2\sqrt{2}\left(1 + \frac{m_A}{m_C}\right)^{1/2}}} + \frac{\lambda_C}{1 + 1,065 \frac{(1-C)}{C} \frac{\left[1 + \left(\frac{\lambda_C^0}{\lambda_A^0}\right)^{1/2} \left(\frac{m_C}{m_A}\right)^{1/4}\right]^2}{2\sqrt{2}\left(1 + \frac{m_C}{m_A}\right)^{1/2}}}, \quad (9)$$

kde symboly  $\lambda_A^0$  a  $\lambda_C^0$  jsou označeny fiktivní součinitelé tepelné vodivosti, které by příslušné složky měly, kdyby všechny jejich vnitřní stupně volnosti „zamrzly“. Pro ně je v citované práci uveden vztah

$$\lambda_e^0 = \frac{\lambda_e}{0,115 + 0,354 \frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}}; \quad \text{kde} \quad \gamma_e = \frac{c_{pe}}{c_{ve}}, \quad (e=A,C) \quad (10)$$

v němž  $c_{pe}$  a  $c_{ve}$  značí specifická tepla složek při stálém tlaku a stálém objemu. Aby veličiny  $\rho, \mu, \lambda$  směsi byly vyjádřeny pro střední teplotu filmu  $T_{mi}$   $i$ -tého čidla, jak to žádá ochlazovací zákon (1), musí být do vzorců (7) až (10) dosazovány hodnoty těchto veličin pro

složky, spočtené při teplotě  $T_{mi}$ . Pro výpočet hustoty složek směsi byla k tomu použita stavová rovnice ideálního plynu ve tvaru

$$\rho_{emi} \equiv \rho_e(T_{mi}) = \frac{m_e}{R} \frac{p}{T_{mi}}; \quad (e=A, C; i=1, 2), \quad (11)$$

v níž  $R=8,31441 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$  je univerzální plynová konstanta a  $p$  značí (absolutní) statický tlak. Výpočet součinitelů dynamické viskozity a tepelné vodivosti složek při teplotách  $T_{mi}$  byl proveden s použitím zjednodušených vztahů

$$\mu_{emi} \equiv \mu_e(T_{mi}) = K_{\mu e} (T_{mi})^{n_{\mu e}}; \quad \lambda_{emi} \equiv \lambda_e(T_{mi}) = K_{\lambda e} (T_{mi})^{n_{\lambda e}}; \quad (e=A, C; i=1, 2). \quad (12)$$

Hodnoty konstant v předchozích vzorcích pro několik plynů, které by mohly být použity pro imitaci exhalací v aerodynamickém tunelu, jsou uvedeny v následující tabulce 1

Plyn	Ar	CO <sub>2</sub>	He	N <sub>2</sub>	Vzduch
$10^7 K_{\mu} [\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	3,11	0,8131	3,951	3,011	2,561
$n_{\mu} [1]$	0,7528	0,9157	0,6859	0,7149	0,75
$10^4 K_{\lambda} [\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	1,84	0,06295	42,94	2,414	1,83
$n_{\lambda} [1]$	0,796	1,38	0,6222	0,817	0,87
$m [\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}]$	39,948	44,009	4,0026	28,013	28,966
$\gamma [1]$	1,666	1,302	1,666	1,405	1,4034

Tabulka 1

### 3. Sonda se dvěma paralelními žhavenými drátky a její kalibrace

Pro měření ve směsi vzduchu a kyslíčnicku uhličitého byla použita sonda se dvěma paralelními žhavenými drátky, kterou pro tento účel poprvé použil Chassing (1977) a nedávno ji znovu aplikovali v pozměněné podobě Sakai aj. (2001). Sonda podobné konstrukce byla zhotovena v Ústavu tepelných strojů Technické university v Czestochově úpravou komerční sondy DANTEC typ 55P71. Úprava spočívala v tom, že byla zvětšena vzdálenost mezi konečky přívodních jehel cca na dvojnásobek. Na jeden pár jehel byl pak přivařen drátek ze slitiny platiny (90%) a rhodia (10%) o průměru 10  $\mu\text{m}$ , jehož délka je 2,2 mm; tento drátek bude dále zmiňován jak drátek č. 1 a všechny veličiny, které se k němu vztahují, budou označovány indexem 1. Na druhý pár přívodních jehel byl přivařen poplatinovaný wolframový drátek o průměru 5  $\mu\text{m}$  a délce 2,25 mm; tento drátek bude dále zmiňován jako drátek č. 2 a veličiny, které se k němu vztahují budou označovány indexem 2. Drátky jsou navzájem rovnoběžné, jejich vzdálenost je cca 0,5 mm a oba leží v rovině kolmé na podélnou osu sondy. Závislost odporu drátků na teplotě byla předpokládána lineární ve tvaru

$$R_{wi}(T) = (R_{wi})_0 [1 + \alpha_i (T - T_0)]; \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

kde pro odpory drátků při teplotě  $T_0=293,2 \text{ K}$  byly naměřeny hodnoty:  $(R_{w1})_0=4,327 \text{ }\Omega$ ,  $(R_{w2})_0=6,984 \text{ }\Omega$ .

Pro úplnost údajů nutno ještě uvést hodnoty odporů přívodních jehel  $R_{L1}=R_{L2}=0,9 \text{ }\Omega$ , odporů přívodních kabelů  $R_{P1}=R_{P2}=0,63 \text{ }\Omega$  a fixního odporu v měrných můstcích, která byla  $R_B=50 \text{ }\Omega$  u obou anemometrů typu DANTEC 55M01, které byly použity pro kalibrační měření.

Při kalibraci popsané sondy ve směsi vzduchu a CO<sub>2</sub> byla její podélná osa rovnoběžná s vektorem rychlosti nabíhajícího proudu, přičemž drátek č. 1 ležel vzhledem k vertikále nad drátkem č. 2. Sonda byla cejchována ve směsi vzduchu a CO<sub>2</sub> ve speciálním kalibračním zařízení Ústavu termomechaniky AV ČR v Praze popsaném v práci Mazur&Řehák (2001), při

několika hodnotách koncentrace kyslíčnicku uhličitého z intervalu  $C \in \langle 0; 0,8 \rangle$ , několika žhavicích teplotách drátků z intervalů  $T_{w1} \in (650 \text{ K}, 875 \text{ K})$ ,  $T_{w2} \in (350 \text{ K}, 545 \text{ K})$  a řadě hodnot rychlosti ofukování z intervalu  $U \in (4 \text{ m/s}, 16 \text{ m/s})$ . Poznamenejme ještě, že kalibrace této sondy probíhala ve dvou dnech; první den (při nižších koncentracích) se střední teplota směsi v měřicím prostoru pohybovala okolo hodnoty  $T=302,5 \text{ K}$ , kdežto druhý den (při větších hodnotách  $C$ ) kolísala okolo hodnoty  $T=299,7 \text{ K}$ .

Výpočtem hodnot Nusseltových a Reynoldsových čísel drátků a jejich následným statistickým zpracováním byly nalezeny následující hodnoty kalibračních parametrů  $A, B, M, N$  v ochlazovacích zákonech (1) pro oba drátky popsané sondy:

pro drátek č. 1 (Pt-Rh):

$$\begin{aligned} M_1 &= -0.071; N_1 = 0.472; \\ A_1 &= 0.3802 + 0.1525 C - 0.118 C^2; \\ B_1 &= 0.4484 + 0.1787 C - 0.58 C^2 + 0.9784 C^3; \end{aligned} \quad (14.1)$$

pro drátek č. 2 (W):

$$\begin{aligned} M_2 &= 0.333, N_2 = 0.462; \\ A_2 &= 0.3485 + 0.1388 C - 0.1144 C^2; \\ B_2 &= 0.3844 + 0.0491 C - 0.3927 C^2 + 0.7814 C^3 \end{aligned} \quad (14.2)$$

Bližší rozbor přesnosti uvedených kalibračních parametrů obsahuje práce Moryn aj. (2003), v níž bylo také zjištěno, že kvadráty výstupních napětí z obou anemometrů připojených k jednotlivým žhaveným drátkům jsou při každé dvojici hodnot nastavovaných žhavení a pro všechny koncentrace, při nichž byla sonda kalibrována, lineárně závislé, což lze vyjádřit rovnicí ve tvaru

$$E_1^2 = a_0 + a_1 E_2^2, \quad (15)$$

v níž veličiny  $a_0, a_1$  jsou opět lineárními funkcemi koncentrace  $C$ , takže můžeme psát

$$a_0 = a_{00} + a_{01} C, \quad (16.1)$$

$$a_1 = a_{10} + a_{11} C, \quad (16.2)$$

kde koeficienty  $a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{11}$  již více na koncentraci  $C$  nezávisí. Při dvojici žhavicích teplot  $T_{w1}=855 \text{ K}$  a  $T_{w2}=525 \text{ K}$  byly pro tyto koeficienty nalezeny hodnoty  $a_{00}=-0,713$ ,  $a_{01}=0,223$ ;  $a_{10}=0,207$ ,  $a_{11}=-0,031$ . Nutno zde však podotknout, že pár koeficientů ve vztahu (16.1) byl určen s mnohem nižší přesností než pár v rovnici (16.2).

Zajímavým poznatkem je zjištění, že když se při dané dvojici žhavicích teplot a dané hodnotě koncentrace  $C$  spočte střední hodnota poměru kvadrátů napětí  $E_1^2/E_2^2$  přes všechny nastavované rychlosti proudění, pak těmito hodnotami lze opět proložit přímkou ve tvaru

$$\frac{E_1^2}{E_2^2} = b_0 + b_1 C, \quad (17)$$

s velmi dobrou přiléhavostí (korelační koeficient této regrese má při výše uvedené dvojici žhavicích teplotách hodnotu  $r=0,997$ ). Pro koeficienty na pravé straně této rovnice byly z měření při uvedené dvojici žhavicích teplot nalezeny hodnoty  $b_0=0,197$  a  $b_1=-0,0266$ . Poslední rovnice nabízí velmi jednoduchou metodu výpočtu koncentrace  $\text{CO}_2$  z údajů anemometrů připojených k popsané sondě se dvěma žhavenými drátky. Z této rovnice totiž ihned plyne

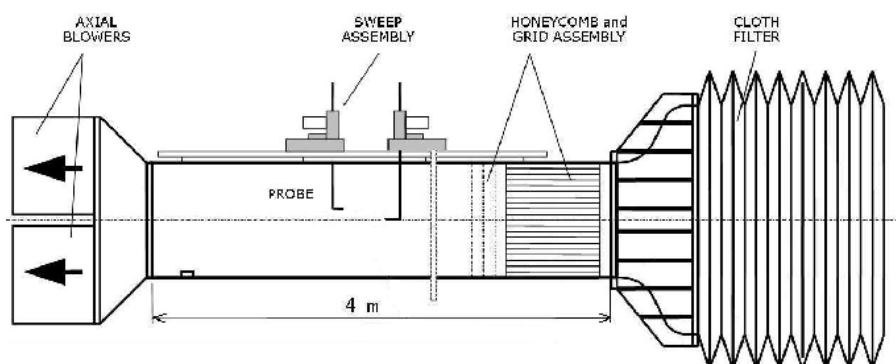
$$C = \frac{E_1^2/E_2^2 - b_0}{b_1}. \quad (18)$$

V dalším však bude uvedeno, že všechny koeficienty v rovnicích (15)-(17) značně závisí na teplotě směsi ochlazující žhavené drátky. Je-li tedy teplota při měření v proudu směsi, kde

není známá ani rychlost proudění ani její koncentrace, značně odlišná od teploty, kterou měla směs při kalibraci sondy, z níž jsou odvozeny tyto koeficienty včetně těch v rovnici (18), je tato jednoduchá metoda málo přesná až selhávající. V tom případě je nutno buď aplikovat nějaké zdůvodněné korekce nebo použít zcela obecnou i když značně složitou a pracnou metodu určování jak koncentrace  $\text{CO}_2$  tak i rychlosti proudění v proudu směsi. O obou způsobech bude stručně pojednáno v následujících odstavcích.

#### 4. Zkušební a měřicí zařízení

Zkušební a srovnávací měření koncentrace  $\text{CO}_2$  se uskutečnila v aerodynamickém tunelu Ústavu tepelných strojů (Instytut Maszyn Ciepłych-dále jen IMC) Technické university Czestochowa, který je schematicky znázorněn na obr. 1. Tato měření byla provedena podél osy paprsku kysličníku uhličitého, který byl vypouštěn z trysky do vzdušného proudu v tunelu rovnoběžně s jeho směrem.



Obr. 1. Schéma uspořádání experimentu v aerodynamickém tunel IMC

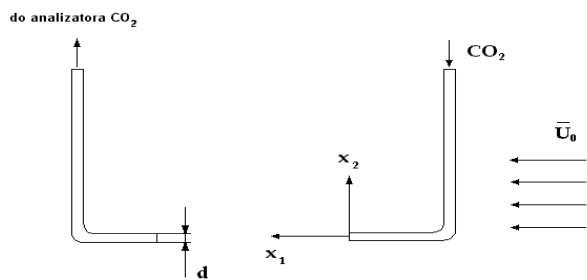
Tunel má měřicí prostor čtvercového průřezu o rozměrech  $0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$  a délce  $4 \text{ m}$  (včetně voštinového filtru a sady sít). Zdroj emise  $\text{CO}_2$  tvoří ústí mosazné trubky s vnitřním průměrem  $d=3 \text{ mm}$  zahnuté do pravého úhlu, jejíž kratší rameno leží v ose tunelu a směřuje ústím ve směru proudu. Vnější konec trubky je napojen plastovou trubičkou na tlakovou láhev s kysličníkem uhličitým přes redukční a regulační ventil.

Měřicí sondou označenou na obr. 1 jako PROBE byla:

- v případě termoanemometrických měření výše popsaná sonda se dvěma žhavenými drátky, která byla připojena ke dvěma kanálům anemometru DISA 55M01,
- v případě srovnávacích měření pomocí analyzátoru  $\text{CO}_2$  Guardian plus to byla odběrová trubička s vnitřním průměrem  $d=2,6 \text{ mm}$ , která byla propojena se vstupem analyzátoru pomocí ohebné hadičky.

Poloha trysky byla stálá a měnila se poloha měřicí sondy; ve směru proudu ručně a ve směru svislém pomocí posuvníku DISA 55B01.

Počátek souřadné soustavy byl položen do středu výstupního průřezu trubky, kterou vytékal kysličník uhličitý do vzdušného proudu v tunelu. Osa  $x_1$  byla pak položena do osy měřicího prostoru a směřovala po proudu a osa  $x_2$  mířila svisle vzhůru. Tuto situaci znázorňuje obr. 2. Během měření byl udržován stálý objemový tok  $\text{CO}_2$  na hodnotě  $\dot{Q}=5 \text{ l/min.}$ , který dával výtokovou rychlost z trubičky stejnou, jakou měl vzdušný proud v tunelu a ta byla  $U_0=9,44 \text{ m/s}$ . Za těchto podmínek bylo měřeno rozložení střední hodnoty koncentrace  $\text{CO}_2$  na ose paprsku a v několika vybraných příčných řezech.  $x_1=\text{konst.}$



Obr.2. Definice souřadné soustavy

Teplota byla měřena ve vzdušném proudu daleko od paprsku  $\text{CO}_2$  a v průběhu těchto měření měla stálou hodnotu  $T_A = 294,2$  K. Pro měření termoanemometrem byl drátek 1 (Pt-Rh) žhaven na teplotu  $T_{w1} = 855$  K, kdežto drátek 2 (W) na teplotu  $T_{w2} = 525$  K. Stejně jako u kalibrace sondy bylo:  $R_{L1} = R_{L2} = 0,9\Omega$ ;  $R_B = 50\Omega$  a pro odpor přívodních kabelů s držáky sond byly naměřeny hodnoty  $R_{P1} = R_{P2} = 0,62\Omega$ .

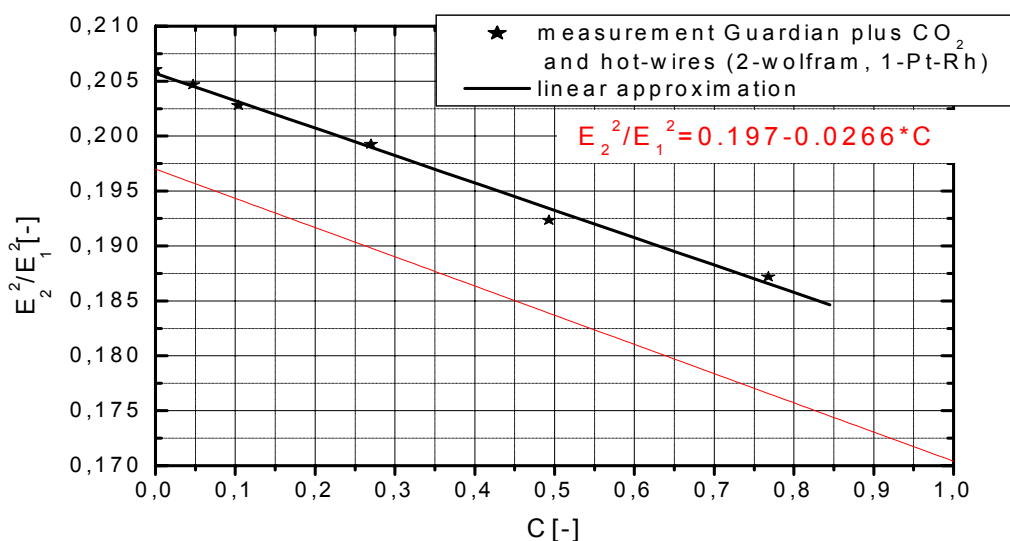
## 5. Výsledky zkušebních a porovnávacích měření

Jako ilustrace zkušebních a srovnávacích měření jsou uvedeny výsledky měření koncentrace  $C$  na ose trysky v několika vzdálenostech  $x_1$  od jejího ústí, z níž vytékal kysličník uhličitý do vzdušného proudu v aerodynamickém tunelu. Oba proudy měly stejnou střední rychlost jak co do směru, tak i co do velikosti, která byla během těchto měření udržována na stálé hodnotě  $U_0 = 9,44$  m/s. Rovněž teplota měřená ve vzdušném proudu se během těchto měření neměnila a udržovala se na hodnotě  $T = 294,2$  K. Tato neměnnost časově středních hodnot základních proudových veličin umožňuje srovnání výsledků získaných postupným měřením jednak výše popsanou sondou se dvěma žhavenými drátky, z nichž každý byl připojen k jednomu kanálu anemometru DISA 55M01, a jednak analyzátozem  $\text{CO}_2$  Guardian plus.

Výsledky těchto měření jsou uvedeny v číselné podobě v tabulce 2 a také jsou graficky znázorněny na obr.3. V prvním sloupci tabulky jsou uvedeny vzdálenosti bodů, v nichž bylo měřeno oběma přístroji, přičemž poslední údaj (označený jako Tlo) se vztahuje k situaci, kdy bylo přerušeno vypouštění  $\text{CO}_2$  z trysky. Ve druhém sloupci jsou uvedeny střední hodnoty koncentrace  $C$  naměřené v uvedených bodech analyzátozem Guardian plus. Další dva sloupce uvádějí střední hodnoty výstupních napětí anemometrů s příslušnými žhavenými drátky. V posledním sloupci jsou pak uvedeny hodnoty poměru kvadrátu střední hodnoty výstupního napětí anemometru s wolframovým drátkem  $E_2^2$  k téže veličině  $E_1^2$  z anemometru s platino-rhodiiovým drátkem. Hodnoty poměru  $E_2^2/E_1^2$  jsou pak vyneseny na obr.3 v závislosti na příslušných hodnotách koncentrace  $C$  změřených analyzátozem  $\text{CO}_2$  Guardian plus ve stejných bodech a za stejných proudových podmínek.

$X_1$ [mm]	$C$ [-] (Guardian plus)	$E_1$ (PtRh) [V]	$E_2$ (wolfram) [V]	$E_2^2/E_1^2$ [-]
15	0.768	9.43	4.08	0.187
30	0.493	9.28	4.07	0.192
60	0.270	9.14	4.08	0.199
120	0.104	9.06	4.08	0.203
180	0.047	9.04	4.09	0.205
Tlo	0.0	9.01	4.09	0.206

Tabulka 2



Obr. 3. Porovnání průběhů poměru  $E_2^2/E_1^2$  získaných při měření v tunelu IMC (černá čára) a při kalibraci dvoudrátkové anemometrické sondy v ÚT AV ČR (červená čára)

Z uvedeného obrázku je vidět, že průběh závislosti poměru  $E_2^2/E_1^2$  na  $C$  při měřeních v tunelu IMC je opět přímkový, takže jí je možno vyjádřit pomocí rovnice (17) stejně, jako tomu bylo při kalibraci sondy v ÚT AV ČR. Graficky je regresní přímka měření zmíněné závislosti při kalibraci sondy znázorněna na obr. 3 červenou čarou (korelační koeficient této regrese byl  $r=0,997$ ), zatímco černá čára znázorňuje přímku lineární regrese bodů, naměřených v IMC. (korelační koeficient této regrese je  $r=0,993$ ).

Stojí za povšimnutí, že obě přímky znázorněné na obr.3 představují lineární aproximaci experimentálních hodnot stejných veličin, které však byly změřeny při rozdílných teplotách proudící směsi vzduchu a  $CO_2$  (rozdíl teplot byl v tomto případě okolo 8 K). Tyto přímky jsou téměř rovnoběžné, což ukazuje na skutečnost, že teplotou směsi bude značně ovlivněn volný člen  $b_0$  v rovnici (17), která je obecným vyjádřením těchto přímek, kdežto její směrnice je na této teplotě téměř nezávislá. Z toho plyne poznatek, že při výpočtu střední hodnoty koncentrace  $CO_2$  ve směsi z anemometrických měření podle vzorce (18), je nutno vždy brát v úvahu rozdíl teplot směsi při kalibraci sondy a při vlastním měření v proudě s neznámou koncentrací  $C$ . Při výpočtu fluktuací koncentrace bude však tento rozdíl teplot hrát zanedbatelnou úlohu.

## 6. Diskuse výsledků měření s hlediska použité metodiky zpracování naměřených dat

Abychom dospěli k objasnění původu rovnice (15) a závislosti jejích koeficientů  $a_0, a_1$  na koncentraci a teplotě směsi, musíme se vrátit k základní rovnici (1), která při znalosti kalibračních parametrů  $A, B, M, N$  popisuje odezvu žhaveného drátku jak na rychlost proudění  $U$ , tak na složení směsi charakterizované v případě binární směsi koncentrací  $C$  jedné z jejích složek a taktéž na teplotu směsi  $T$  v nabíhající proudě a na žhavicí teplotu drátku  $T_w$ . Z rovnice (1) můžeme, např., vyjádřit rychlost proudění s použitím definičních rovnic (2) a (3) pro kterýkoliv z obou žhavených drátků takto



$$U_i = \frac{\mu_{m_i}}{d_i \rho_{m_i}} \left[ \frac{K_i}{B_i} \frac{E_i^2}{\lambda_{m_i} (T_{w_i} - T)} \left( \frac{T_{m_i}}{T} \right)^{M_i} - \frac{A_i}{B_i} \right]^{\frac{1}{N_i}}; \quad (i=1,2). \quad (19)$$

Vzhledem k tomu, že u použité sondy jsou oba žhavené drátky rovnoběžné a jejich vzájemná vzdálenost je malá, můžeme oprávněně předpokládat, že oba měří stejnou rychlost proudění, tj., že platí  $U_1 = U_2 \equiv U$ . Specifikujeme-li tedy rovnici (19) jak pro  $i=1$ , tak pro  $i=2$  a získané rychlosti  $U_1$  a  $U_2$  porovnáme, dostaneme rovnici

$$\frac{\mu_{m_1}}{d_1 \rho_{m_1}} \left[ \frac{K_1}{B_1} \frac{E_1^2}{\lambda_{m_1} (T_{w_1} - T)} \left( \frac{T_{m_1}}{T} \right)^{M_1} - \frac{A_1}{B_1} \right]^{\frac{1}{N_1}} = \frac{\mu_{m_2}}{d_2 \rho_{m_2}} \left[ \frac{K_2}{B_2} \frac{E_2^2}{\lambda_{m_2} (T_{w_2} - T)} \left( \frac{T_{m_2}}{T} \right)^{M_2} - \frac{A_2}{B_2} \right]^{\frac{1}{N_2}}. \quad (20)$$

Vezmeme-li nyní v úvahu, že parametry  $A$ ,  $B$ ,  $M$ ,  $N$  jsou na základě kalibrace sondy známými funkcemi koncentrace  $C$  podle vztahů (14.1) a (14.2) a také, že závislost fyzikálních charakteristik směsi  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$  na její koncentraci a teplotě  $T$  je dána rovnicemi (7) - (11), potom je zřejmé, že při zvolených žhavicích teplotách  $T_{w_1}$  a  $T_{w_2}$  a změřených veličinách  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $T$ , představuje rovnice (20) obecnou rovnici pro koncentraci  $C$  sledované složky směsi, která však je dána touto rovnicí v implicitním tvaru. Její řešení za obecných podmínek je tedy možné pouze numerickými postupy; v některých zvláštních případech a s použitím určitých zjednodušujících předpokladů má však tato rovnice překvapivě jednoduché řešení pro  $C$ .

U námi použité sondy platí s dobrým přiblížením vztah  $N_2 \doteq N_1$ . V tom případě se rovnice (20) značně zjednoduší a může být jednoduchými úpravami a s přihlédnutím ke stavové rovnici, z níž pro hustotu směsi plyne  $\rho_{m_1} / \rho_{m_2} = T_{m_2} / T_{m_1}$ , uvedena na tvar

$$E_1^2 = \frac{1}{K_1} \left( \frac{T}{T_{m_1}} \right)^{M_1} (T_{w_1} - T) \lambda_{m_1} \left[ A_1 - A_2 \frac{B_1}{B_2} \left( \frac{d_1 T_{m_2} \mu_{m_2}}{d_2 T_{m_1} \mu_{m_1}} \right)^{N_1} \right] + \frac{K_2}{K_1} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{N_1} \frac{T_{m_2}^{(N_1+M_2)}}{T_{m_1}^{(N_1+M_1)}} T^{(M_1-M_2)} \frac{T_{w_1} - T}{T_{w_2} - T} \frac{B_1}{B_2} \frac{\lambda_{m_1}}{\lambda_{m_2}} \left( \frac{\mu_{m_2}}{\mu_{m_1}} \right)^{N_1} E_2^2. \quad (21)$$

To však je již experimentálně zjištěna lineární závislost mezi kvadráty výstupních napětí obou anemometrů se žhavenými drátky 1 (Pt-Rh) a 2 (W) vyjádřena rovnicí (15), když v ní položíme

$$a_0 = \frac{1}{K_1} \left( \frac{T}{T_{m_1}} \right)^{M_1} (T_{w_1} - T) \lambda_{m_1} \left[ A_1 - A_2 \frac{B_1}{B_2} \left( \frac{d_1 T_{m_2} \mu_{m_2}}{d_2 T_{m_1} \mu_{m_1}} \right)^{N_1} \right], \quad (22)$$

$$a_1 = \frac{K_2}{K_1} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{N_1} \frac{T_{m_2}^{(N_1+M_2)}}{T_{m_1}^{(N_1+M_1)}} T^{(M_1-M_2)} \frac{T_{w_1} - T}{T_{w_2} - T} \frac{B_1}{B_2} \frac{\lambda_{m_1}}{\lambda_{m_2}} \left( \frac{\mu_{m_2}}{\mu_{m_1}} \right)^{N_1}. \quad (23)$$

Odtud lze snadno nahlédnout, že obě veličiny definované posledními dvěma rovnicemi jsou funkcemi koncentrace směsi  $C$  skrze kalibrační parametry  $A_i$ ,  $B_i$  a také skrze fyzikální charakteristiky směsi  $\mu_{m_i}$ ,  $\lambda_{m_i}$ . Vedle toho jsou tyto veličiny funkcemi teploty směsi  $T$  jednak přímo a jednak skrze střední teploty filmů  $T_{m_i}$  a to opět buď přímo nebo také skrze zmíněné fyzikální charakteristiky směsi, které jsou podle (8), (9), (10) a (12) také funkcemi  $T_{m_i}$ .

Z kalibračních dat a jejich zpracování pro námi použitou sondu také vyplynulo, že oba výše uvedené parametry  $a_i$  ( $i=0,1$ ) lze s uspokojivým přiblížením aproximovat lineárními vztahy (16.1) a (16.2) v proměnné  $C$ . Abychom našli explicitní vyjádření pro koeficienty  $a_{ij}$  jakožto

funkcí teploty směsi  $T$ , stačí tedy rozvinout výrazy na pravých stranách rovnic (22) a (23) v Maclaurinovy řady proměnné  $C$

$$a_i(C, T) = a_i(C = 0, T) + \left( \frac{\partial a_i}{\partial C} \right)_{C=0} C + \dots ; \quad (i=0,1) \quad (24)$$

a porovnáním rovnic (16.1) a (16.2) s vyjádřeními plynoucími z rozvoju (24) pro příslušné parametry pak obdržíme tato vyjádření

$$a_{i0} = a_i(C = 0, T) ; \quad a_{i1} = \left( \frac{\partial a_i}{\partial C} \right)_{C=0} , \quad (i=0,1) \quad (25)$$

Pro konkrétní vyjádření těchto koeficientů stačí podle definičních rovnic (22) a (23) vyjádřit pravé strany posledních dvou rovnic, odkud je pak ihned zřejmý tvar funkční závislosti těchto koeficientů na teplotě směsi  $T$ .

## 7. Poděkování

Tato práce byla vykonána v rámci Výzkumného záměru č. K 2076106, s finanční podporou Polského státního výboru pro vědecký výzkum v rámci fondu BS-03-301/98 a s finančním přispěním z projektu KONTAKT č.7 MŠMTV České republiky.

## 8. Literatura

- Chassaing P. (1977) *Heat transfer from cylindrical anemometer probes in CO<sub>2</sub>-air mixtures*. Physics of Fluids, vol.20, nr 8, pp. 1260-1262.
- Collis, D.C. & Williams, M.J. (1959) *Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*. J.Fluid Mech. **6**, pp. 357-384.
- Koch, F.A. & Gastshore, J.S. (1972) *Temperature effects on hot-wire anemometer calibrations*. J.Phys.E: Sci Instrum., 5, pp. 58-61.
- ] Mason E.A & Saxena S.C.(1958) *Approximate Formula for the Thermal Conductivity of Gas Mixtures*. The Physics of Fluids, 1, 5, 1958, .pp. 361-369.
- Mazur, O.& Řehák, V.(2001) *Small aerodynamic facility with variable gas density* (in Czech). In: Proc. Engineering Mechanics 2001 (A. Poživilová, J. Masák eds.),Svratka, Czech Republic, May 14-17, 2001, pp. 331-332.
- Mazur, O. Řehák, V. Šarboch, J.&Uruba, V.(2001) *Formation of an air-helium mixture and determination of its concentration in a hermetically closed calibration device* (in Czech). In: Proc. Fluid Dynamics 2001 (P. Jonáš, V. Uruba eds.), IT AS CR Prague, 24.-25.10.2001. pp. 59-62
- Mazur, O., Jonáš, P. Šarboch, J.&Uruba, V. (2002) *Improved Calibration Method of the Conjoint Hot-Wire/Hot film Probe for Simultaneous Measurement of Velocity and Concentration in a Stream of Two Gases Mixture* (in Czech). In: Proc.Fluid Dynamics 2002 (P. Jonáš, V. Uruba eds.), IT AS CR Prague, 23.-25.10.2002, pp. 121-124.
- Moryń-Kucharczyk, E., Jonáš, P., Mazur, O. & Uruba V. (2003) *Preliminary investigation of the features of a probe with hot-wires pair at measurement in an air/CO<sub>2</sub> mixture stream*. In: Proc. Fluid Dynamics 2003 (P.Jonáš, V.Uruba eds.), IT AS CR Prague, 22.-24.10.2003, pp. 89-92.
- Wilke C. R.(1950) *A viscosity equation for gas mixtures*. J.Chem.Physics, 18 ,4 (1950), pp. 517-519.
- Sakai Y., Watanabe T., Kamohara S. & Kushida T., Nakamura I. (2001) *Simultaneous measurements of concentration and velocity in a CO<sub>2</sub> jet issuing into a grid turbulence by two-sensor hot-wire probe*. Int. J. of Heat and Fluid Flow, 22, pp.227-236.









