



SBRA MEHOD VS. EUROCODE – RELIABILITY ASSESSMENT OF A STEEL STRUCTURE

D. Pustka*, P. Marek*

Summary: *Dramatic development of computer technology allows for consideration the transition from „Partial Factors Method“ to structural reliability assessment concept based on fully probabilistic approach. A probabilistic concept SBRA based on Limit State philosophy, Monte Carlo simulation technique and parameters generated histograms has been developed over the last fifteen years and documented e.g. in [5] and [10]. The paper shortly explains the limitations of the Partial Factors Design concept, PFD, and on concrete example of a simple steel structure shows the differences between reliability assessment based on the PFD approach used in Eurocode and SBRA method.*

1. Úvod

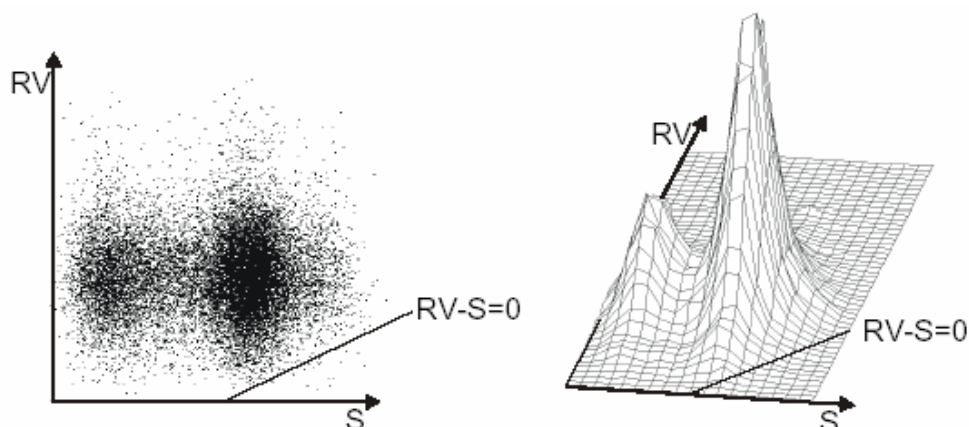
Metody posuzování spolehlivosti ocelových konstrukcí, jako např. metoda dovolených namáhání či metoda dílčích součinitelů, aplikovaných v současných normách (viz např. [1] a [2]), byly vyvinuty a implementovány do norem pro navrhování ocelových konstrukcí již před několika dekadami (viz [3] a [4]). Přechod od metody dovolených namáhání k metodě dílčích součinitelů přispěl k rozvoji konzistentnějšího přístupu v problematice stability a dalších problémů spojených s teorií II. řádu, k vědomému využití plastických rezerv a k lepší reprezentaci zatížení a kombinaci zatížení. Na druhé straně, rozvoj norem (včetně metodiky posudku spolehlivosti) byl předmětem neustálých diskusí, komentářů a kritiky (viz např. [5], [6], [7], [8] a [9]).

Na metodu dílčích součinitelů lze nahlížet jako na polo-pravděpodobnostní metodu založenou na aplikaci statistiky ve vyhodnocení vstupních dat a vývoji zatížení a součinitelů odolnosti. Avšak z pohledu projektanta je metoda dílčích součinitelů metodou deterministickou (preskriptivní). Projektant musí následovat instrukce bez vlastní účasti v analýze vstupních proměnných a ve vyhodnocení jejich interakcí. Metoda dílčích součinitelů neumožňuje projektantovi posoudit skutečné riziko a rezervy v bezpečnosti resp. užitnosti konstrukce.

* Ing. David Pustka, Ph.D., Prof. Ing. Pavel Marek, DrSc.: (a) UTAM AV ČR; Prosecká 76; 190 00 Praha 9, (b) VŠB-TUO; Ludvíka Podéště 1875; 708 00 Ostrava, tel.: +420 283 882 462; fax: +420 286 884 634; e-mail: pustka@itam.cas.cz, marekp@itam.cas.cz.

2. Metoda SBRA

Enormní rozvoj informačních technologií zejména v poslední dekádě umožňuje uvažovat o přechodu od deterministických resp. semi-probabilních metod k plně pravděpodobnostním metodám posuzování spolehlivosti konstrukcí. Jednou z takových metod je i metoda SBRA (viz [5] a [10]) využívající počítačové simulace k vyjádření skutečné spolehlivosti vyšetřované konstrukce. Všechny vstupní proměnné jsou zde vyjádřeny ohraničenými neparametrickými rozděleními jež lépe vyjadřují skutečné fyzické omezení jednotlivých proměnných než běžná parametrická rozdělení. Vyhodnocení spolehlivosti je založeno na analýze interakcí mezi referenční hodnotou RV a účinkem zatížení S (viz Obrázek1). Interakce je zkoumána aplikací stochastické simulace Monte Carlo. Příslušné empirické rozdělení v (RV, S) rovině je vytvořeno a reprezentováno souborem bodů („mravenců“) odpovídajících počtu simulačních kroků. Rovina je rozdělena na „spolehlivou“ a „nespolehlivou“ oblast přímkou $RV-S=0$. Pravděpodobnost poruchy P_f lze vypočítat jako podíl součtu bodů v nespolehlivé oblasti (pod přímkou) k celkovému počtu bodů. Pokud bychom zavedli časově závislou referenční hodnotu $RV(t)$ a časově závislý účinek zatížení $S(t)$, pak analýza spolehlivosti přechází v řešení trvanlivosti, přičemž je vypočtena časově závislá pravděpodobnost poruchy $P_f(t)$, viz např. [10]. Posouzení spolehlivosti je založeno na porovnání výsledné pravděpodobnosti poruchy s návrhovou pravděpodobností P_d obsaženou v normě, např. [11].



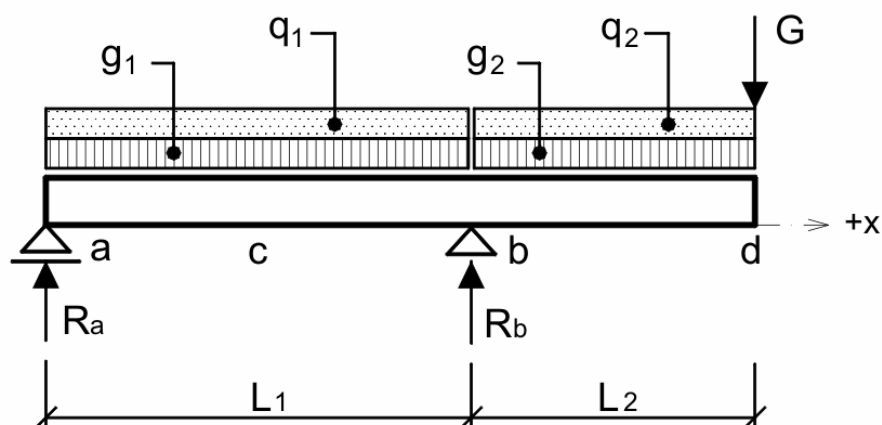
Obrázek1 Stanovení pravděpodobnosti poruchy P_f metodou SBRA

Metoda SBRA umožňuje přehledné hodnocení jednotlivých účinků zatížení i jejich kombinací. Předpokládá se, že všechna zatížení působící na konstrukci jsou náhodného charakteru a jsou reprezentována „křivkami trvání zatížení“ a odpovídajícími histogramy. Obdobně jsou všechny ostatní náhodné veličiny (např. mez kluzu oceli či geometrické charakteristiky konstrukce) ovlivňující spolehlivost konstrukce vyjádřeny ohraničenými histogramy. Pravděpodobnost poruchy je určena simulační technikou přímo z rozboru vztahu účinků zatížení a referenčních hodnot definujících „mez“ odolnosti při posudku bezpečnosti, omezení z hlediska použitelnosti a přípustnou mez při posudku trvanlivosti. Potenciál konceptu SBRA v rámci posudku spolehlivosti stavebních konstrukcí je demonstrován na stovkách příkladů uvedených v knihách [5] a [10], na které navazuje následující studie.

3. Příklad: Posouzení bezpečnosti ocelového nosníku z hlediska ohybového namáhání

3a. Zadání:

Posuďte bezpečnost ocelového nosníku s převislým koncem (viz Obrázek2) z hlediska namáhání ohybem. Nosník (za tepla válcovaný průřez IPE 360) je vyroben z oceli S235. Rozměry nosníku jsou: $L_1 = 4.5$ m a $L_2 = 3$ m (viz Obrázek 2). Nosník je vystaven působení rovnoměrného stálého zatížení $g_{1,nom} = 15$ kN/m a $g_{2,nom} = 15$ kN/m, užitečného zatížení $q_{1,nom} = 9$ kN/m a $q_{2,nom} = 9$ kN/m a stálého zatížení reprezentovaného silou $G_{nom} = 6$ kN. Bezpečnost má být posouzena: (a) podle metody SBRA [7] a (b) podle Eurokódů [12]. V případě výpočtu podle metody SBRA použijte jako referenční úroveň mez kluzu oceli a návrhovou pravděpodobnost poruchy P_d odpovídající běžné úrovni spolehlivosti (viz [11]). Poznámka: Tento příklad byl inspirován příkladem uvedeným ve sborníku [13].



Obrázek2 Prostě podepřený ocelový nosník s převislým koncem

3b. Předpoklady řešení:

Všechna zatížení působící na nosník jsou uvažována ve výpočtu podle metody SBRA jako náhodně proměnné. Proměnlivost těchto zatížení je popsána křivkami trvání zatížení a odpovídajícími ohraničenými histogramy. Všechna zatížení jsou uvažována jako vzájemně nezávislá. Mez kluzu oceli je uvažována jako náhodně proměnná veličina popsána ohraničeným histogramem. Předpokládá se zajištění nosníku z hlediska možné ztráty příčné či torzní stability. Analýza ohybových momentů vychází z předpokladu elastického chování nosníku (reziduální napětí jsou zanedbána), viz [14]. Posudek bezpečnosti podle Eurokódu je v souladu s postupem popsaným v učebních pomůckách [15] a [16].

3c. Výpočet zatížení:

3c1. Eurokód:

V posudku spolehlivosti podle Eurokódů jsou návrhové hodnoty zatížení definovány rovnicí (6.1a), viz EN 1990 [12]:

$$F_d = \gamma_F \times F_{rep}, \quad (1)$$

kde γ_F je součinitel zatížení a F_{rep} je reprezentativní hodnota zatížení získaná z rovnice (6.1b), viz EN 1990 [12]:

$$F_{rep} = \psi \times F_k, \quad (2)$$

kde ψ je součinitel kombinace a F_k je nominální (charakteristická) hodnota zatížení.

3c2. SBRA:

Výpočet zatížení metodou SBRA je založen na součinu maximální hodnoty zatížení F_{max} a náhodně proměnné F_{var} reprezentované odpovídajícím ohraničeným histogramem:

$$F = F_{max} \times F_{var} \quad (3)$$

Z důvodu možnosti porovnání výpočtu podle Eurokódů a metody SBRA, jsou maximální hodnoty v rovnici (3) uvažovány rovné součinu nominální (charakteristické) hodnoty F_{nom} a součinitele zatížení γ_F . Rovnici (3) lze pak vyjádřit následovně:

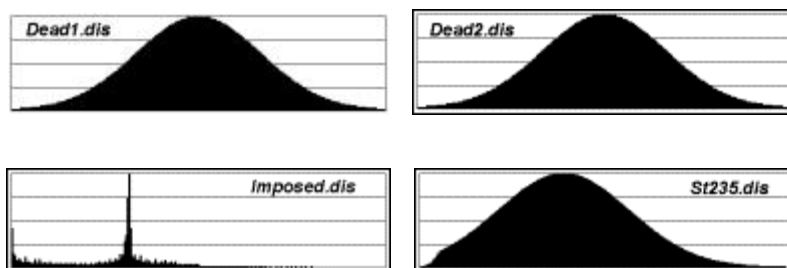
$$F = \gamma_F \times F_{nom} \times F_{var} \quad (4)$$

3d. Vstupní data:

Nominální (charakteristické) hodnoty zatížení a odpovídající náhodně proměnné použité v simulačním procesu jsou uvedeny v Tabulce 1. Eurokód nerozlišuje mezi nahodilými zatíženími krátkodobými a dlouhodobými. Z tohoto důvodu je v analýze podle metody SBRA použit histogram „Imposed.dis“ reprezentující užité zatížení (tento histogram vyjadřuje kombinaci dlouhodobého nahodilého zatížení „Long1.dis“ a krátkodobého nahodilého zatížení „Short1.dis“ v poměru 1:1). Pro stálá zatížení byly použity histogramy „Dead1.dis“ a „Dead2.dis“ (viz Tabulka 1). Tyto histogramy jsou zobrazeny na Obrázku 3.

Tabulka 1 Nominální (characteristické) hodnoty a ohraničené histogramy zatížení

Zatížení		Nominální hodnota			Náhodně proměnná	
Označení	Popis	Označení	Hodnota	Jednotka	Označení	Histogram
g1	Stálé	g1nom	15	[kN/m]	g1var	Dead1.dis
g2	Stálé	g2nom	15	[kN/m]	g2var	Dead1.dis
q1	Užitné	q1nom	9	[kN/m]	q1var	Imposed.dis
q2	Užitné	q2nom	9	[kN/m]	q2var	Imposed.dis
G	Stálé	Gnom	6	[kN]	Gvar	Dead2.dis



Obrázek3 Použité ohraničené histogramy vstupních veličin

3e. Výpočet účinků zatížení:

3e1. Eurokód:

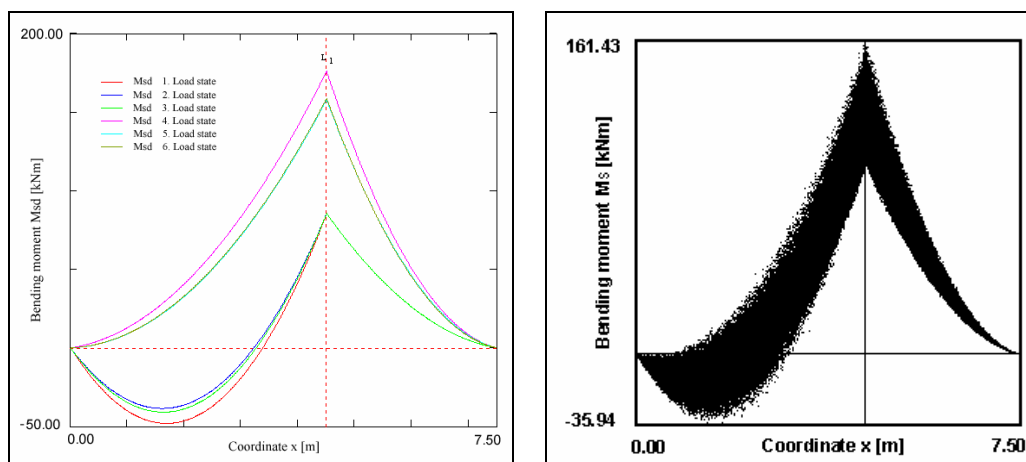
Výpočet účinků zatížení podle Eurokódu vychází z tzv. návrhových situací. Pro všechny uvažované návrhové situace musí být splněny odpovídající kritéria mezních stavů. Extrémní účinky se vypočtou na základě kombinačních vzorců uvedených v EN 1990 [12]).

3e2. SBRA:

Analýza kombinací účinků zatížení podle metody SBRA je součástí simulačního procesu, kde je zkoumána interakce všech vstupních (náhodně proměnných) veličin. Tento postup vede k přímému určení pravděpodobnosti poruchy P_f .

3f. Posudek bezpečnosti z hlediska ohybu:

Na Obrázku4 je zobrazen výsledný průběh ohybových momentů vypočtený podle Eurokódu a metody SBRA. Posudek spolehlivosti podle Eurokódu vychází z vybraných kritických zažehovacích stavů, zatímco v metodě SBRA proud bodů („mravenců“) reprezentuje rozptyl ohybových momentů v jednotlivých průřezích nosníku.



Obrázek4 Průběh ohybových momentů po délce nosníku vypočtený podle Eurokódu (vlevo) a metody SBRA (vpravo)

3f1. Eurokód:

Posudek bezpečnosti (únosnosti) z hlediska ohybu je v Eurokódu předepsán ověřením kritéria:

$$M_{Sd} < M_{pl,Rd}, \text{ (N.m)} \quad (5)$$

kde M_{Sd} je návrhový účinek zatížení vyjádřen ohybovým momentem a $M_{pl,Rd}$ je návrhová plastická ohybová únosnost vypočtená z rovnice:

$$M_{pl,Rd} = W_{pl} \times f_y / \gamma_{M_0}, \text{ (N.m)} \quad (6)$$

kde W_{pl} je plastický průřezový modul, f_y je mez kluzu oceli a γ_{M_0} je dílčí součinitel spolehlivosti (viz [17]). Určení extrémního účinku zatížení je založeno na kombinačním vzorci (6.10) EN 1990 [12]. Alternativně lze pro přesnější výpočet použít kombinančí vzorce (6.10a a 6.10b) EN 1990 [12]. Kritické zatěžovací stavy odpovídající zadání příkladu jsou uvedeny v Tabulce 2. Průběh ohybových momentů po délce nosníku odpovídající těmto zatěžovacím stavům je zobrazen na Obrázku 4. Z obrázku je patrný maximální ohybový moment v průřezu (podpoře) b . V tomto průřezu je proveden posudek spolehlivosti podle kritéria (5).

Tabulka 2 Vybrané zatěžovací stavy a odpovídající dílčí součinitelé spolehlivosti

Zatěžovací stav	Rovnice	g ₁		g ₂		q ₁		q ₂		G	
		γ	ψ	γ	ψ	γ	ψ	γ	ψ	γ	ψ
1	6.10	1,35	1	1	1	1,5	1	0	0	1	1
2	6.10a	1,35	1	1	1	1,5	0,7	0	0	1	1
3	6.10b	1,35	0,85	1	1	1,5	1	0	0	1	1
4	6.10	1	1	1,35	1	0	0	1,5	1	1,35	1
5	6.10a	1	1	1,35	1	0	0	1,5	0,7	1,35	1
6	6.10b	1	1	1,35	0,85	0	0	1,5	1	1,35	0,85

3f2. SBRA:

Posudek spolehlivosti metodou SBRA je založen na ověření kritéria spolehlivosti:

$$P_f < P_d, \text{ (-)} \quad (7)$$

kde P_d je návrhová pravděpodobnost poruchy a P_f je pravděpodobnost poruchy vypočtená z funkce spolehlivosti:

$$RF_M = M_R - M_S, \text{ (N.m)} \quad (8)$$

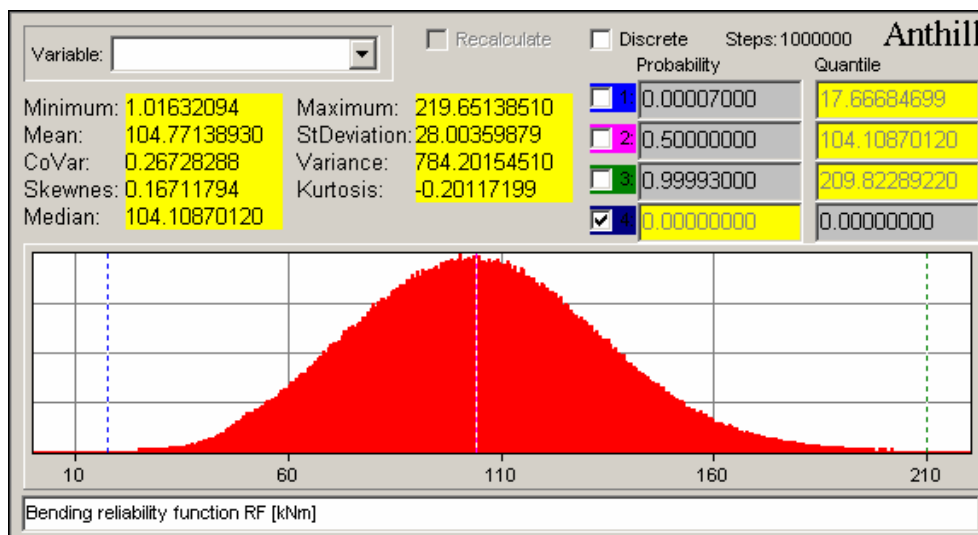
kde M_S je kombinace účinků zatížení vyjádřená ohybovým momentem a M_R je elastická ohybová odolnost průřezu daná rovnicí (viz např. [18], [19]):

$$M_R = 0.9 \times W_{el} \times f_y, \text{ (N.m)} \quad (9)$$

kde W_{el} je elastický průřezový modul a f_y je mez kluzu oceli vyjádřený histogramem „St235.dis“ (viz Obrázek 3). Hodnota 0.9 v rovnici (9) vyjadřuje rozdíl mezi hodnotou meze kluzu získanou z laboratorních zkoušek a skutečnou hodnotou meze kluzu. Z průběhů ohybových momentů po délce nosníku (viz Obrázek4 vpravo) je zřetelný kritický průřez b . Posouzení bezpečnosti tohoto průřezu je založeno na analýze funkce spolehlivosti (8) a na aplikaci kritéria spolehlivosti (7). Výsledná funkce spolehlivosti (8) vypočtená počítačovým programem Anthill pro Windows je zobrazena na Obrázku5.

3g. Výsledné hodnoty:

Výsledné hodnoty získané výpočtem podle Eurokódu i podle metody SBRA jsou shrnuty v Tabulce3. Výpočtem podle těchto dvou metod jsou v obou případech splněna příslušná kritéria spolehlivosti (5) a (7). Nicméně je zde vhodné připomenout, že v případě Eurokódu je odolnost vztahována ke vzniku plastického kloubu, zatímco v případě metody SBRA je referenční úroveň dosažení meze kluzu oceli.



Obrázek5 Ohybová funkce spolehlivosti $RF_M (x = 4.5 \text{ m})$

3h. Souhrn:

Na příkladu jednoduchého ocelového nosníku byl demonstrován rozdíl mezi strategií výpočtu založenou na preskriptivním Eurokódu (metodě dílčích součinitelů) a pravděpodobnostní metodou SBRA. Z výše uvedených odstavců je patrný rozdíl zejména v definici zatížení, stanovení kombinací účinků zatížení, v určení referenčních úrovní (plastický moment vs. mez kluzu) a ve způsobu vyjádření spolehlivosti. Poznámka: Posouzení spolehlivosti z hlediska statické rovnováhy, smykového namáhání a svislých průhybů je předmětem řešení kapitol 15.19, 15.20 a 15.22 knihy [10].

Tabulka3 Posudek spolehlivosti z hlediska ohybu

Souř.	Eurokód				SBRA			
x	M _S	M _R	Kritérium spolehlivosti	Posudek	P _f	P _d	Kritérium spolehlivosti	Posudek
[m]	[kNm]	[kNm]			[-]	[-]		
4,5	176,18	217,91	M _S <M _R	vyhoví	0,000000	0,000070	P _f <P _d	vyhoví

4. Závěr:

Rozvoj počítačových a informačních technologií umožňuje uvažovat o přechodu od deterministických a semi-probabilních metod posudku spolehlivosti konstrukcí k plně pravděpodobnostním metodám. Takový přechod vyžaduje nejen důsledný přechod od deterministického k pravděpodobnostnímu způsobu uvažování projektantů a všech dalších účastníků konstrukčního návrhu, ale také jasnou a průhlednou definici pravidel hry v nových generacích norem pro navrhování stavebních konstrukcí. Dá se očekávat, že počítačová revoluce povede k reinženýringu celého návrhového procesu včetně posudku spolehlivosti.

5. Poděkování:

Podpora pro tento projekt byla poskytnuta Ústavem teoretické a aplikované mechaniky akademie věd ČR (výzkumný záměr č. AVOZ2071913) a Grantovou agenturou České republiky (projekt č. 103/01/1410, 105/01/0783 a 103/04/1451).

6. Literatura:

- [1] AISC (1986 and 1993), *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction, Chicago, USA.
- [2] Eurocodes (1993-2003), *Basis of Design and Actions on Structures*. CEN, Brussels, Belgium.
- [3] Mayer, M. (1926), *Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen*. Berlin, Springer-Verlag, Germany.
- [4] Gajdarov, J.V. (1952), *Design of Steel Structures according to Limit States Method* (in Russian) Stroit. Prom. 30, 6, pp. 28-30, Moscow, Russia.
- [5] Marek, P., Gustar, M., Anagnos, T. (1995), *Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers*. CRC Press Inc., Boca Raton, Florida..
- [6] Sundararajan, C. (Raj), et. al. (1994), *Probabilistic Structural Mechanics Handbook*. Chapman & Hail, New York, N.Y., USA.
- [7] Marek, P., Guštar, M. and Tikalsky, P. (1992), *Monte Carlo Simulation = A Tool for a Better Understanding of LRFD*. J Str. Div. ASCE, No.5, New York, N.Y., USA.
- [8] Holmes, W.T. (1996), *The Future of Seismic Codes in the U.S.* (Keynote presentation). ASCE Structural Congress XV, Portland, Oregon, USA.

- [9] Taylor, J. C., and Dowling, P.J. (1997), *A future for Codes. In: Structural Design, Codes and Special Building Projects*, Special Publication, CTBUH, Council Report 903.473, edited by L.S. Beedle and D. Rice, USA.
- [10] Marek, P., Brozzetti, J., Guštar, M. and Tikalsky, P., editors (2003). *Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Basics, Exercises, Software*. Second edition. Published by Institute of Theoretical and Applied Mechanics Academy of Sciences of Czech Republic, Prague.
- [11] ČSN 73 1401: *Design of Steel Structures*. Czech Normalisation Institute, Prague, 1998.
- [12] EN 1990: *Basics of Design*. European Committee for Standardisation. CEN/TC250, working draft, July 2000.
- [13] Del Corso, R., Gulvanessian, H., Holický, M., Marková, J., Steenbergen, H., Vrouwenvelder, T. (2000), *Navrhování konstrukcí podle nových evropských předpisů – podle Eurokódů*, Czech Technical University, Prague, Czech Republic.
- [14] Kadlčák, J. et al. (1998), *Statika stavebních konstrukcí I*. Technical University of Brno, VUTIUM, Czech Republic.
- [15] Wald, F. et al. (1998), *Prvky ocelových konstrukcí. Příklady podle Eurokódů*. Czech Technical University, Prague, Czech Republic.
- [16] Medřický, V. (1998), *Ocelové a dřevěné konstrukce. Navrhování podle Eurokódů*. Doplňkové skriptum. Czech Technical University, Prague, Czech Republic.
- [17] ČSN P ENV 1993-1-1: *Navrhování ocelových konstrukcí. Část 1.1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Czech Normalisation Institute, Prague, 1994.
- [18] Šmiřák, S. (1999), *Pružnost a plasticita I pro distanční studium*. Akademické nakladatelství. CERM s.r.o., Brno, Czech Republic.
- [19] Šmiřák, S., Hlavinková, B. (2000), *Pružnost a plasticita I, příklady*. Akademické nakladatelství. CERM s.r.o., Brno, Czech Republic.