



## STATIC ANALYSIS OF LONG AND SHORT JOURNAL BEARINGS

V. Rak\*, E. Malenovský\*, F. Pochylý\*

***Summary:** This contribution deals with computational modelling of a static analysis of the long and short journal bearings. In this contribution is presented a new theoretical approach to the modelling of the static and dynamic behaviour of the rigid rotating body in real liquid. The approach is based on the application of Navier-Stokes motion eq., equation of continuity and boundary conditions eqs. It is possible to separate the motion of the rigid body and real liquid from each other using suitable transformation relations and then it is also possible to separate the stationary and nonstationary motions from each other. A method of control volumes is used for these analyses. The real Bézier body is used for description of the geometrical configuration and also for the approximation of velocity and pressure functions. The combined ALE (Arbitrary Lagrange-Euler) method is used, because it's necessary to generate a new net (perform new meshing) for a change of the shaft position. Some results of the numerical solution of the model task are presented in this contribution.*

***Key words:** Journal bearings, Navier-Stokes motion eq., computational modelling, static analysis, Bézier body*

### 1. Úvod

Kluzná ložiska se v technické praxi velmi často používají. Mazacím médiem bývá zpravidla olej, může však být i jiné médium. Např. u čerpadel, kde je pracovním médiem voda. Při analýze dynamických vlastností rotorových soustav je velmi důležité znát dynamické vlastnosti vazeb hřídelové části na základní těleso, v případě kluzných ložisek tekutinového filmu. V těchto případech je nutno rozlišovat statickou a dynamickou analýzu.

---

\* Ing. Vladimír Rak: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2, 616 69 Brno; e-mail: [rakvla@post.cz](mailto:rakvla@post.cz)

\* doc. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2, 616 69 Brno; tel.: +420.54114 2855, fax: +420.54114 2876; e-mail: [malenov@umt.fme.vutbr.cz](mailto:malenov@umt.fme.vutbr.cz)

\* prof. Ing. František Pochylý, CSc.: Energetický ústav – Odbor fluidního inženýrství Viktora Kaplana, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2, 616 69 Brno; tel.: +420.54114 2335, fax: +420.54114 2329; e-mail: [pochyly@khzs.fme.vutbr.cz](mailto:pochyly@khzs.fme.vutbr.cz)

V případě statické analýzy se předpokládá, že rotorová soustava je dokonale vyvážena a působí na ni pouze statické, časově neproměnné, vnější silové účinky. V důsledku rotace působí na hřídel silové účinky od mazací tekutiny. Ve staticky rovnovážné poloze hřídele nastane rovnováha mezi zatíženími působícími na hřídel. Při výpočtovém modelování se ve většině případů uvažují pouze silové účinky od tekutiny, a momentové, tedy natočení hřídele kolem os kolmých na osu hřídele, se zanedbávají. Staticky rovnovážná poloha je pak v rovině kolmé na osu hřídele dána dvěma souřadnicemi. Tekutinový film v kluzném ložisku v tomto případě má pouze statickou tuhost.

V technické praxi se zpravidla rozlišují dva typy ložisek, a to krátká a dlouhá. J. M. Vance (1990) považuje kluzné ložisko za krátké, pokud  $L/D \leq 0,25$ ; v opačném případě je ložisko považováno za dlouhé. Z hlediska fyzikálního pak v případě krátkého ložiska je gradient tlaku v axiálním směru podstatně větší než v tangenciálním (obvodovém) směru a u dlouhého ložiska je tomu naopak.

V literatuře je analýza kluzných ložisek poměrně podrobně a často publikována. Teoretický základ téměř všech analýz vychází z Reynoldsovy rovnice tekutiny. Pohyb tekutiny v obvodovém směru, v prostoru mezi vnitřním a vnějším kroužkem, je analyzován jako jednodimenzionální proudění po přímce s délkou rovnou obvodu vnitřního kroužku.

Přístup, který je uveden v tomto příspěvku, je na obecnější úrovni. Je založen na aplikaci Navier-Stokesovy pohybové rovnice, rovnice kontinuity a okrajových podmínek. Tento přístup spočívá v možnosti separace pohybu tělesa a tekutiny. Vhodnou substitucí lze od sebe separovat a následně i řešit pohyb tělesa a tekutiny zvlášť, přičemž k analýze pohybu tekutiny je použita metoda kontrolních objemů. K popisu geometrické konfigurace jsou využita racionální Bézierova tělesa, tato tělesa jsou využita také k aproximaci rychlostní a tlakové funkce.

## 2. Seznam označení

$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ , – matice;  $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4$  – vektory pravých stran stanovené na základě okrajových podmínek;  $L$  – délka ložiska;  $n_i$  –  $i$ -tá část kovariantního normálového vektoru k ploše  $\Delta S$ ;  $p, \sigma$  – tlak;  $D$  – průměr ložiska ( $D = 2R$ );  $\Delta S$  – plocha kontrolního objemu;  $t, \tau$  – čas;  $u^r$  – bezrozměrná souřadnice;  $c, w$  – rychlost;  $c_{0i}$  –  $i$ -tá složka vektoru stacionární rychlosti;  $z, v$  – souřadnice středu hřídele;  $\Delta V$  – kontrolní objem;  $x_i, y_i, z_i$  – souřadnice;  $z_{0k}$  – staticky rovnovážná poloha středu hřídele;  $\alpha_{0i}, \alpha_{0ij}, \alpha_{01}, \alpha_{02}$  – funkce rychlosti;  $\beta_0, \beta_{0i}, \beta_{01}, \beta_{02}$  – funkce tlaku;  $\rho$  – hustota;  $\eta$  – dynamická viskozita;  $\varepsilon_{ijk}$  – Levi-Civitův tenzor;  $\varepsilon$  – relativní poloha středu hřídele;  $\omega$  – úhlová rychlost rotace hřídele [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ];  $\delta$  – radiální vůle ložiska. Index  $0$  značí statickou analýzu.

## 3. Teoretická analýza

Navier-Stokesova pohybová rovnice pro laminární proudění má tvar

$$\rho \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \rho \left[ \text{rot } \vec{c} \times \vec{c} + \frac{1}{2} \text{grad } |\vec{c}|^2 \right] + \eta \text{rot rot } \vec{c} + \text{grad } p = \vec{0} \quad (1)$$

Rovnice kontinuity

$$\rho \text{div } \vec{c} = 0 \quad (2)$$

Předepišme stejnou rychlost tekutiny a hřídele na vnějším povrchu hřídele (plocha S) a nulovou rychlost tekutiny na vnitřním povrchu ložiska (plocha  $\Gamma$ ). Pro reálnou tekutinu jsou zde rychlosti tělesa a tekutiny shodné. Okrajové podmínky potom předepisujeme ve tvaru

$$\begin{aligned} \text{S: } \vec{c} &= \vec{\omega} \times \vec{y} + \vec{z} \cdot \\ \Gamma: \vec{c} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (3)$$

V Einsteinově sumační symbolice, při zahrnutí konvektivních členů, mají rovnice následující tvar

$$\rho \frac{\partial c_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (c_i c_j) - \eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial c_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{S: } c_i &= \varepsilon_{i3k} \omega y_k + z_i \cdot \\ \Gamma: c_i &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Předpokládejme, že jak poloha středu hřídele, tak i rychlostní a tlaková funkce, jsou dány součtem stacionární a nestacionární složky řešení

$$\begin{aligned} z_j &= z_{0j}(x_i) + v_j(x_i, t) \\ c_j &= c_{0j}(x_i) + w_j(x_i, t) \\ p &= p_0(x_i) + \sigma(x_i, t) \end{aligned} \quad (7)$$

### 3.1 Stacionární pohyb tělesa

Schematické znázornění souřadnicových systémů pro statickou polohu, ze kterých vychází vlastní analýza, je na obr. 1. V pevném nerotujícím s.s.  $O_1$  je statická poloha středu hřídele, který je zatížen statickou silou (může být např. síla tíhová), dána polohou středu hřídele, které je určena počátkem  $O_2$ . Kolem tohoto středu, jehož souřadnice jsou dány vektorem  $z_i$  rotuje hřídel úhlovou rychlostí  $\omega$ . Pro polohu bodů na okraji hřídele v pevném nerotujícím s.s. platí

$$x_i = z_i + y_i \quad (8)$$

Pro takovou konfiguraci tuhého tělesa v pevném s.s. je nutno sestvit rovnice pro tekutinu a rovnice rovnováhy sil působících na těleso.

#### 3.1.1 Statická analýza, rovnice tekutiny pro nalezení staticky rovnovážné polohy středu hřídele

Pro analýzu pohybu tekutiny je zvolena metoda kontrolních objemů. Po integraci pohybové rovnice a rovnice kontinuity přes zvolený kontrolní objem s využitím věty Gauss-Ostrogradského lze psát rovnici silové rovnováhy, rovnici kontinuity a okrajové podmínky v křivočarých souřadnicích ve tvaru

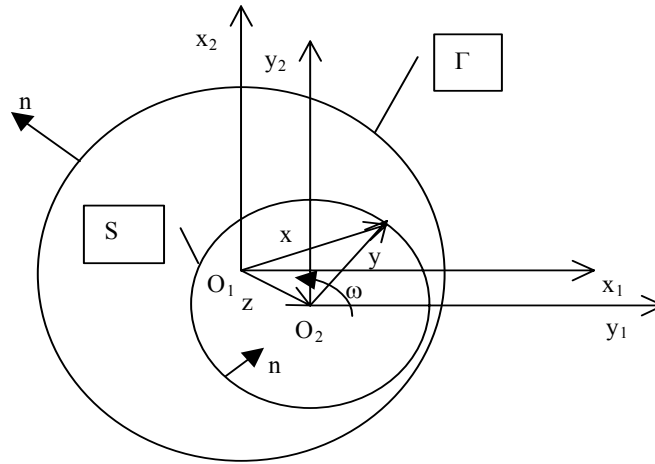
$$\rho \int_{\Delta S} \tilde{c}_{0i} \tilde{c}_{0r} \kappa_{mir} n_l dS - \eta \int_{\Delta S} \left( \frac{\partial \tilde{c}_{0r}}{\partial u^l} - \frac{\partial \tilde{c}_{0l}}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} p_0 \gamma_{rm} n_r dS = 0 \quad (9)$$

$$\int_{\Delta S} \rho \tilde{c}_{0_i} n^i dS = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S: \quad \tilde{c}_{0_i} \gamma_{im} &= \varepsilon_{m3k} (x_k - z_{0_k}) \omega \\ \Gamma: \quad \tilde{c}_{0_i} \gamma_{im} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

kde  $\tilde{c}_i$  je kovariantní vektor rychlosti v křivočarém s.s. a  $n_r$  resp.  $n^l$  jsou kovariantní resp. kontravariantní složky vektoru vnější normály k povrchu  $\Delta S$ .

Pokud bychom řešili systém rovnic (9) – (11) bez dalších úprav, museli bychom vzít v úvahu ještě pohybovou rovnici tělesa a problém řešit jako vázanou úlohu. Pro další postup je velmi výhodné eliminovat staticky rovnovážnou polohu středu hřídele  $z_{0_k}$  z okrajových podmínek. Právě zavedení této substituce přináší nový pohled na celé další řešení.



Obr. 1 – Schéma rotujícího hřídele

### 3.1.2 Transformace rovnic pohybu tekutiny

Eliminace polohy středu hřídele z okrajových podmínek lze docílit na základě následujících předpokladů

$$\tilde{c}_{0_i} = \alpha_{0_i} + \alpha_{ij} z_{0_j} \quad ; \quad p_0 = \beta_0 + \beta_{0_j} z_{0_j} \quad (12)$$

Uvedenou substitucí se obecně v postoru 3D zavádí místo tří složek rychlosti a tlaku tři složky rychlosti  $\alpha_{0_i}$ , jedna složka tlaku  $\beta_0$ , devět složek rychlosti  $\alpha_{0_{ij}}$  a tři složky tlaku  $\beta_{0_j}$ . Rychlostní funkce  $\alpha_{0_i}$  na povrchu hřídele je závislá na souřadnicích  $x_i$  okraje hřídele, jehož souřadnice se zadávají v pevné s.s., a dále jsou funkcí úhlové rychlosti rotace hřídele. Souřadnice  $x_i$  jsou závislé na staticky rovnovážné poloze hřídele  $z_{0_k}$ . Rychlostní funkce  $\alpha_{0_{ij}}$  na povrchu hřídele je závislá pouze na úhlové rychlosti rotace hřídele.

Dosazením z (12) do (9) – (11) se obdrží pohybové rovnice pohybu kapaliny pro stanovení  $\alpha_{0_i}$  a  $\beta_0$  ve tvaru kontrolních objemů.

### 3.1.3 Řešení rovnic tekutiny

Soustava rovnic tekutiny má v symbolickém zápisu tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\alpha}_{01}^2 - \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\alpha}_{01} + \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_{01} &= \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{D} \boldsymbol{\alpha}_{01} &= -\mathbf{f}_2 \\ \mathbf{A}_2(\boldsymbol{\alpha}_{01}) \boldsymbol{\alpha}_{02} - \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha}_{02} + \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_{02} &= \mathbf{f}_3 \\ \mathbf{D} \boldsymbol{\alpha}_{02} &= -\mathbf{f}_4 \end{aligned} \quad (13)$$

Z prvních dvou rovnic soustavy se vypočítají řešením nelineární soustavy rovnic funkční hodnoty  $\beta_0$  a  $\alpha_{0i}$ , a z druhých dvou  $\beta_{0j}$  a  $\alpha_{0ij}$ .

### 3.1.4 Výpočet statického rychlostního a tlakového pole

Pro stanovení rychlostního a tlakového pole se vyjde ze vztahu (12), odkud po dosazení za rychlostní a tlakové funkce se obdrží statické rychlostní a tlakové pole za rotace hřídele. Statické rychlostní i tlakové pole je tak dáno součtem dvou členů. Pro vektor rychlosti pak platí

$$\vec{c} = (\alpha_{0i} + \alpha_{0ij} z_{0j}) \gamma_{im} \vec{i}_m \quad (14)$$

kde  $\vec{i}_m$  je jednotkový vektor ve směru osy  $x_m$ .

Druhá rovnice v (12) udává přímo vztah pro výpočet tlaku.

## 3.2 Nestacionární pohyb tělesa

Předpoklady pro řešení jsou shodné jako v předchozím případě. Na základě metody kontrolních objemů, po integraci pohybové rovnice a rovnice kontinuity přes zvolený kontrolní objem, využitím věty Gauss-Ostrogradského a po vyjádření vektoru rychlosti v křivočarých souřadnicích, při zanedbání nelineárních členů, lze obě rovnice přepsat do tvaru

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} \tilde{w}_r \gamma_{mr} dV + \rho \int_{\Delta S} (\tilde{c}_{0i} \tilde{w}_r + \tilde{w}_i \tilde{c}_{0r}) \kappa_{mir} n_l dS - \eta \int_{\Delta S} \left( \frac{\partial \tilde{w}_r}{\partial u^l} - \frac{\partial \tilde{w}_l}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} \sigma \gamma_{rm} n_r dS = 0 \quad (15)$$

$$\int_{\Delta S} \rho \tilde{w}_l n^l dS = 0 \quad (16)$$

a okrajové podmínky

$$\begin{aligned} \text{S: } \tilde{w}_i \gamma_{im} &= v_m^* - \varepsilon_{m3k} \omega v_k = b_m^* \\ \Gamma: \tilde{w}_i \gamma_{im} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Dalším cílem řešení je analogicky, jako v předchozím případě, nalezení takové substituce, která by z okrajových podmínek vyloučila proměnnou polohu středu hřídele  $b_i^*$ .

### 3.2.1 Transformace rovnic tekutiny

Eliminace rychlosti pohybu tělesa z rovnic lze docílit na základě následujících transformačních vztahů

$$\tilde{w}_i = \int_0^t h_{ik}(t-\tau) b_k^*(\tau) d\tau \quad ; \quad \sigma = \int_0^t s_j(t-\tau) b_j^*(\tau) d\tau \quad (18)$$

přičemž

$$h_{ik}(t=0) = 0 \quad ; \quad s_j(t=0) = 0 \quad (19)$$

Uvedenou substitucí se obecně v prostoru 3D zavádí místo tří složek rychlosti a jedné složky tlaku devět složek  $h_{ij}$  a tři složky  $s_i$ . To umožní s využitím Diracovy distribuce vyloučit z okrajových podmínek rychlost pohybu tělesa  $b_j^*$ . Po dosazení se obdrží pohybová rovnice tekutiny, rovnice kontinuity a okrajové podmínky ve tvaru

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} h_{rj} \gamma_{mr} dV + \rho \int_{\Delta S} [(\alpha_{0i} + \alpha_{0ik} z_{0k}) h_{rj} + (\alpha_{0r} + \alpha_{0rk} z_{0k}) h_{ij}] \kappa_{mir} n_l dS - \\ - \eta \int_{\Delta S} \left( \frac{\partial h_{rj}}{\partial u^l} - \frac{\partial h_{ij}}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} s_j \gamma_{rm} n_r dS = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\int_{\Delta S} \rho n^l h_{ij} dS = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} S: \quad h_{ij} \gamma_{im} &= \delta_{mj} \delta(t) \\ \Gamma: \quad h_{ij} \gamma_{im} &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Do pohybové rovnice jsou zahrnuty rychlostní funkce a staticky rovnovážná poloha z předchozího kroku řešení. Vyřešením systému rovnic pro potřebný počet kontrolních objemů lze po dosazení do (18) získat složky rychlosti a tlaku jako funkce rychlosti translačního pohybu tělesa.

### 3.2.2 Výpočet statického rychlostního a tlakového pole

Předpokládejme, že hodnoty rychlosti na okrajových plochách jsou předepsány pomocí okrajových podmínek. Pro všechny rychlosti poté platí

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_X + \mathbf{h}_{SR} \quad (23)$$

kde  $\mathbf{h}_X$  – je neznámá rychlostní funkce v libovolném bodě ( $X$ ) olejového filmu  
 $\mathbf{h}_{SR}$  – je známá rychlostní funkce předepsaná na vnitřním kroužku (hřídeli) ( $S$ ) nebo na vnějším kroužku (ložisku) ( $\Gamma$ )

Při respektování závislosti rychlostní funkce v okrajových podmínkách na Diracově funkci, předpokládáme řešení ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_X &= \mathbf{h}_1 \delta \\ \mathbf{s} &= \mathbf{s}_1 \delta^* + \mathbf{s}_2 \delta \end{aligned} \quad (24)$$

Předpokládejme, že pro rychlostní a tlakovou funkci platí

$$\begin{aligned} h_{ij} &= A_{ij} \delta(t) \\ s_i &= B_{1i} \delta^* + B_{2i} \delta \end{aligned} \quad (25)$$

Dosazením (25) do (18), při respektování  $b_m^\bullet = v_m^\bullet - \varepsilon_{m3k} \omega v_k$ , pro rychlostní a tlakovou funkci platí

$$\begin{aligned}\tilde{w}_i &= \int_0^t A_{ij} \delta(t-\tau) b_j^\bullet(\tau) d\tau \\ \sigma &= \int_0^t [B_{1j} \delta^\bullet(t-\tau) + B_{2j} \delta(t-\tau)] b_j^\bullet(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (26)$$

odkud

$$\begin{aligned}\tilde{w}_i &= A_{ij} b_j^\bullet = A_{ij} v_j^\bullet - A_{ik} \varepsilon_{k3j} \omega v_j \\ \sigma &= B_{1j} b_j^{\bullet\bullet} + B_{2j} b_j^\bullet = B_{1j} v_j^{\bullet\bullet} + (B_{2j} - B_{1k} \varepsilon_{k3j} \omega) v_j^\bullet - B_{2k} \varepsilon_{k3j} \omega v_j\end{aligned}\quad (27)$$

Nestacionární vektor rychlosti v pevném s.s. se stanoví ze vztahu

$$\vec{w} = A_{ij} \gamma_{im} b_j^\bullet \vec{i}_m \quad (28)$$

Druhá rovnice v (27) udává přímo vztah pro výpočet tlaku. Ze vztahu vyplývá, že tlak je funkcí zrychlení hřídele, jeho rychlosti a posunutí.

#### 4. Modelová úloha

V tomto příspěvku jsou prezentovány pouze některé výsledky, které mají zejména ilustrační charakter. V softwarovém prostředí MATLAB byly výpočtově analyzovány modelové úlohy dlouhých a krátkých válcových a eliptických kluzných ložisek.

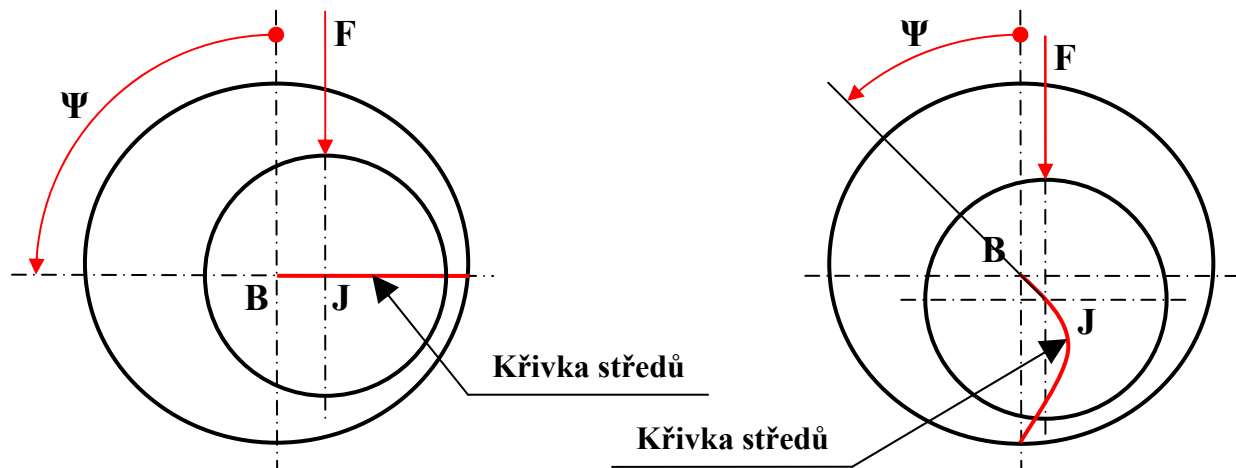
V řešení byla uvažována kluzná ložiska s těmito geometrickými parametry:  $L = 0,025$  m (délka ložiska);  $R = 0,0502$  m (poloměr kroužku ložiska);  $\delta = 0,2$  mm (radiální vůle). Řešení bylo provedeno pro vybrané úhlové rychlosti hřídele v rozsahu  $\omega = 10 - 5000$  rad.s<sup>-1</sup>. Byly uvažovány následující hodnoty fyzikálních veličin stlačitelné tekutiny:  $\rho_l = 885$  kg.m<sup>-3</sup>;  $\rho_2 = 600$  kg.m<sup>-3</sup>;  $\eta_{liq} = 0.08$  Pa.s;  $\eta_{air} = 0,008$  Pa.s;  $\eta_{2liq} = 10$  Pa.s;  $\eta_{2air} = 1$  Pa.s a  $c_{n,liq} = 1000$  m.s<sup>-1</sup>;  $c_{n,air} = 800$  m.s<sup>-1</sup>.

Byly analyzovány modelové úlohy dlouhých a krátkých kluzných ložisek. Modely dlouhých ložisek lze řešit jako rovinnou úlohu, krátká ložiska se řeší jako prostorová úloha. Navržený přístup umožňuje analyzovat modelové úlohy s nekavitujícím i kavitujícím olejovým filmem.

#### 5. Statická analýza

Při statické analýze se předpokládá dokonale vyvážený tuhý rotor. Zatížení ložiska se uvažuje pouze od statických sil. Takové síly jsou např. síly tíhové. Námi provedené analýzy jsou založeny na aplikaci Navier-Stokesovy pohybové rovnice. V rámci statické analýzy byla vyhodnocována staticky rovnovážná poloha středu hřídelového čepu a statická rychlostní a tlakové pole. Některé ilustrační výsledky provedených analýz jsou uvedeny v tomto příspěvku.

## 5.1 Staticky rovnovážná poloha středu hřídelového čepu



Obr. 2 – Dlouhé kluzné ložisko

Obr. 3 – Krátké kluzné ložisko

Obr. 2 schématicky znázorňuje model dlouhého ložiska. V tomto případě bude polohový úhel  $\psi$  mít velikost  $\pi/2$  bez ohledu na zatížení a otáčky hřídele. Křivka středů je horizontální přímka, ztotožněná s osou  $z$ , ikdyž zatížení hřídele je ve vertikálním směru. Poloha středu hřídele se s rostoucí úhlovou rychlostí pohybuje směrem od vnějšího kroužku (povrchu ložiska) do jeho středu. Toto je známo z literatury a potvrzují to i námi provedené analýzy (platí pro válcová i eliptická ložiska).

Obr. 3 schématicky znázorňuje model krátkého ložiska. Křivka středů hřídelového čepu má v tomto případě obecnější charakter. Průběhy těchto křivek u námi provedených analýz modelových úloh válcového a eliptických kavitujících kluzných ložisek jsou znázorněny pomocí grafu 1. Na čelech kluzných ložisek je předepsána okrajová podmínka  $p = 0$ . Na čelech krátkých kluzných ložisek je možno uvažovat i další okrajovou podmínku,  $c = v_{obv}$ . Tato podmínka popisuje stav, kdy jsou čela ložisek dokonale utěsněna a rychlost na čelech odpovídá obvodové rychlosti hřídele. Křivka staticky rovnovážných poloh středů hřídele má podobný průběh jako u dlouhých ložisek. Je to logické, neboť při této podmínce, stejně jako u dlouhých ložisek, má tlaková funkce v axiálním směru zhruba konstantní průběh.

## 5. Závěr

V příspěvku jsou prezentovány některé ilustrační výsledky statické analýzy kluzných ložisek. V současné době jsou na našem pracovišti analyzovány numerické modely dlouhých (2D) i krátkých (3D) kavitujících i nekavitujících kluzných ložisek. Navržený přístup umožňuje analyzovat nejen statickou, ale i dynamickou analýzu kluzných ložisek a analýzu stability chování olejového filmu.

## 6. Poděkování

Práce uveřejněné v tomto příspěvku byly vytvořeny na základě finanční podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy výzkumným záměrem CEZ: MSM 2600001.

## 7. Seznam použité literatury

Krämer, E. (1993) Dynamics of Rotors and Foundations, Springer-Verlag Berlin.



Malenovský, E., Pochylý, F.(2000) Some Results of Computational Modelling of Dynamic Behaviour of Journal Bearings using the Bézier Body, *VIII. International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics*, Technical University of Žilina, Liptovský Ján, Slovakia Republic, pp. 1 – 20.

Malenovský, E., Pochylý, F.(2001) Computational Modelling of Dynamic Behaviour and Stability of Journal Bearings using the Bézier Body, *1<sup>st</sup> International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery*, South Lake Tahoe, California, USA.

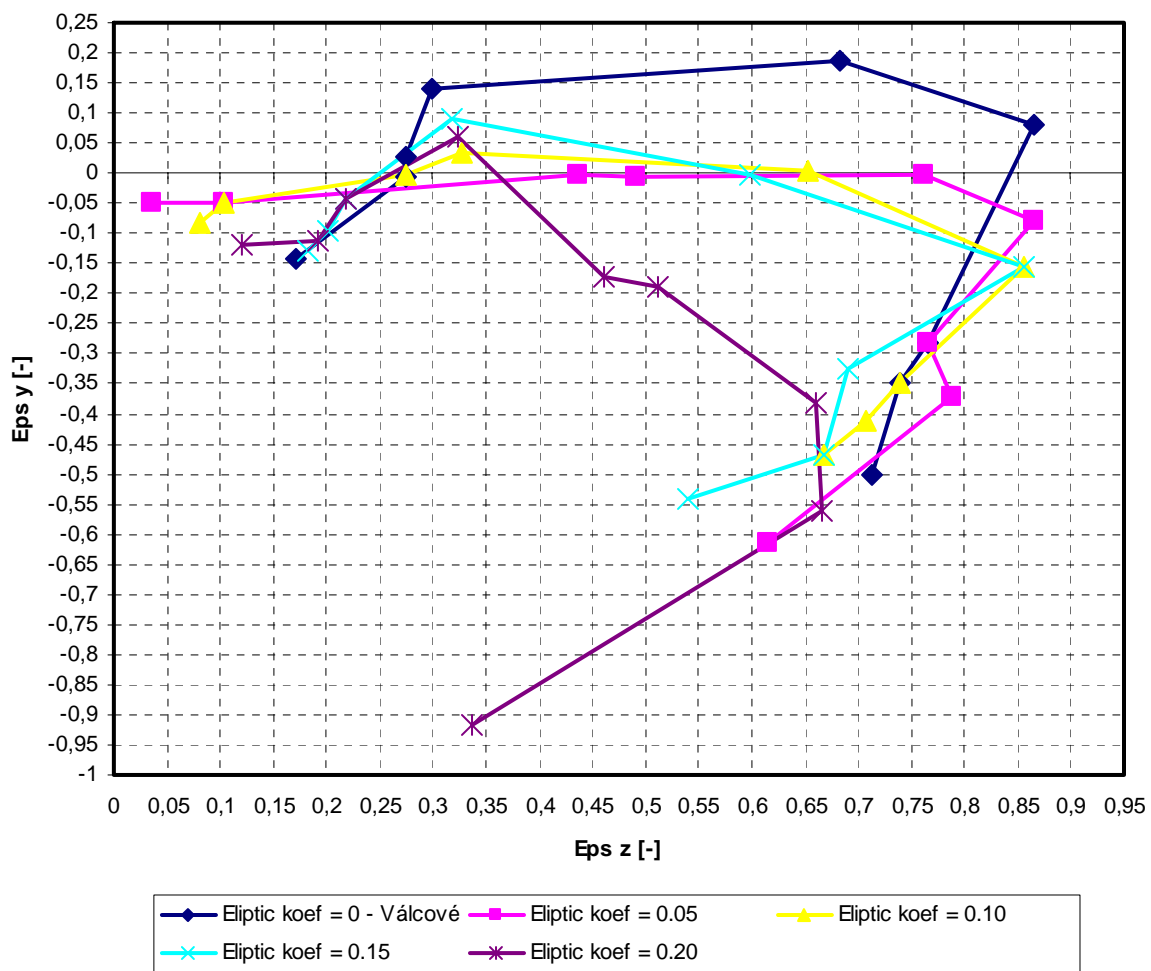
Malenovský E., Pochylý, F. (2002) Rychlostní a tlakové pole při statické analýze kluzných ložisek, *18. konference s mezinárodní účastí Výpočtová mechanika 2002*, Nečtiny.

Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2003) Static Equilibrium Position, Velocity and Pressure Fields at Static Analysis of Long Noncavitating Elliptical and Offset Journal Bearings, *4<sup>th</sup> International Congress of Croatian Society of Mechanics*, Bizovac, Croatia.

Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2004) Statická analýza kluzných ložisek, *Applied Mechanics 2004*, Kočovce, Slovakia.

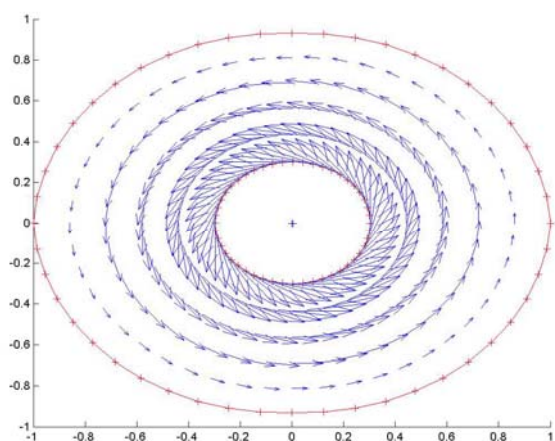
Vance, J. M. (1990) *Rotordynamics of Turbomachinery*, Wiley, New York, Toronto.

Vliv koeficientu elipticity na staticky rovnovážnou polohu krátkých kluzných ložisek

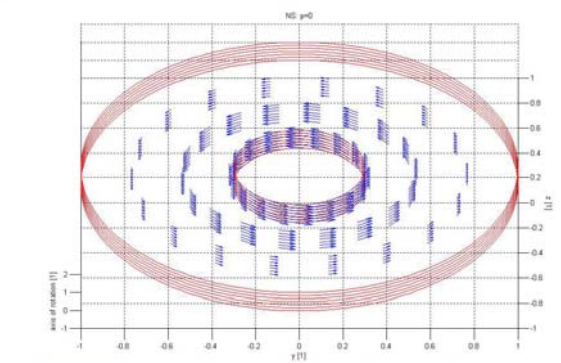


Graf 1 – Vliv koeficientu elipticity na staticky rovnovážnou polohu krátkých kluzných ložisek

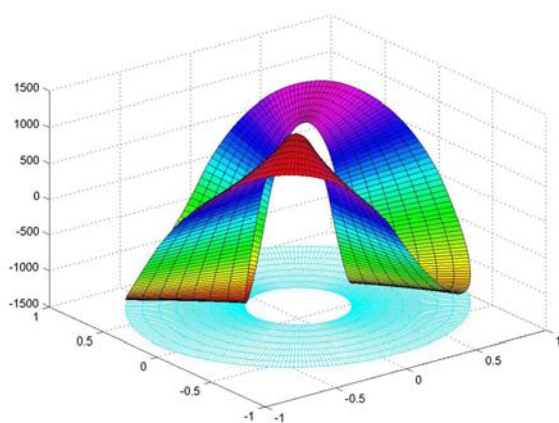
## Statická pole kluzných ložisek



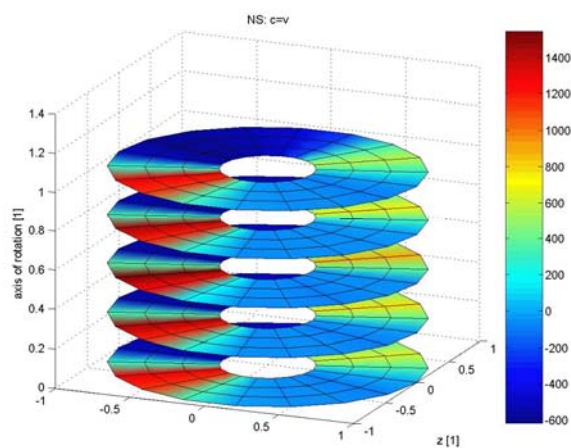
Obr. 4 – Rychlostní pole dlouhého eliptického ložiska



Obr. 5 – Rychlostní pole krátkého eliptického ložiska



Obr. 6 – Tlakové pole dlouhého eliptického ložiska



Obr. 7 – Tlakové pole krátkého eliptického ložiska