

## ORIGINAL THEORY OF THE RESIDUAL STRESS IDENTIFICATION USING THE HOLE-DRILLING METHOD

K. Vítek\*, K. Doubrava, S. Holý, R. Kolman, T. Mareš, M. Španiel

**Summary:** Principles of the current theories of the hole drilling method for evaluation of the residual stress were tested by the beams in bending. It was shown that considerable differences exist between the stress state estimated by the hole-drilling method and real stress state. 3D numerical models of the beams in bending and tension were created and the hole-drilling method was modelled. It was shown that the basic base function used in the current theory for definition of the radial strain around the drilled hole, is not able to describe the distribution of the stress accurately. Therefore new basis functions were suggested and tested. Using the new basic functions and new method for estimation of the residual stresses were defined and verified.

### 1. Úvod

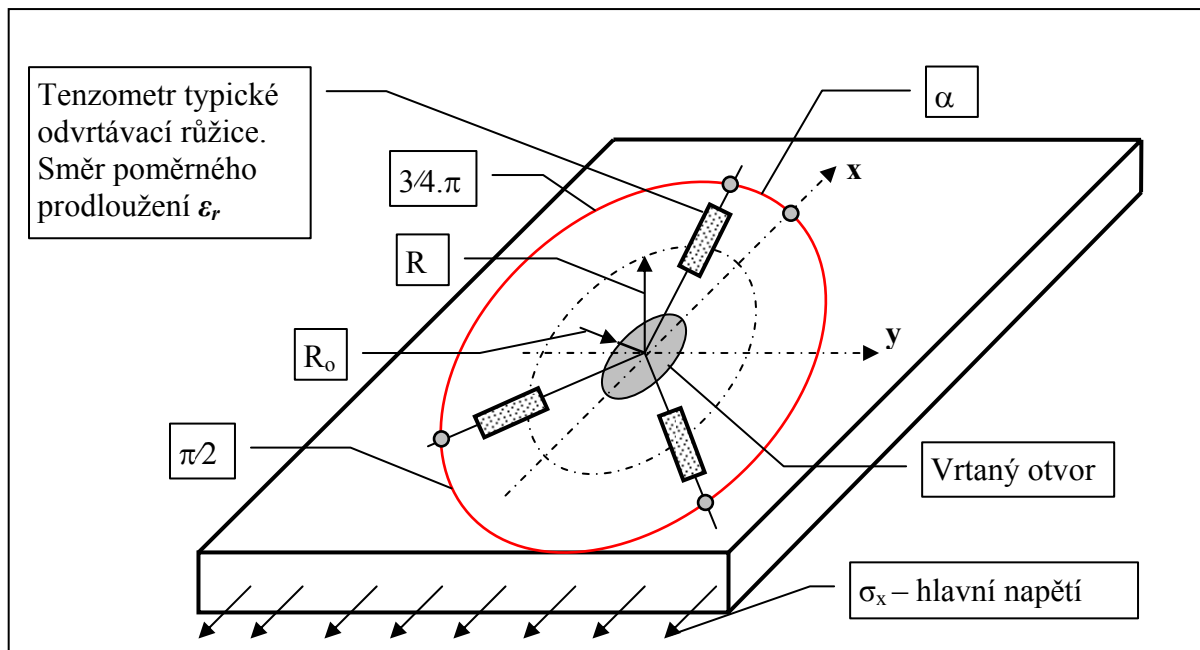
Znalost zbytkových napětí je důležitá pro určení skutečného stavu napjatosti konstrukce za provozu. Jednou z nejrozšířenějších metod inženýrské praxe a výzkumu je odvrtávací metoda. Princip této metody spočívá v aplikaci tenzometrické růžice (viz schéma na obr.1) na povrch zkoumané součásti a následném odvrtání otvoru o poloměru  $R_0$  ve středu této růžice, což způsobuje změnu tvaru tělesa a vyvolané uvolněné deformace na povrchu v okolí vrtaného otvoru jsou zde měřeny tenzometrickou růžicí. Tato naměřená radiální poměrná prodloužení se pak vyhodnotí pomocí teorií pro identifikaci a určují průběh a velikost dvou hlavních zbytkových napětí v místě vrtaného otvoru v rovinách rovnoběžných s povrchovou rovinou (nulová složka hlavního napětí kolmého k povrchu ve zkoumaném bodě odpovídá v malých hloubkách kontaktem nezatíženého povrchu realitě a je zde předpokladem rovinné reziduální napjatosti).

Teorie identifikace zbytkových napětí u odvrtávací metody vychází z analytického řešení rozlehlé desky s průchozím otvorem zatížené jednoosou napjatostí publikované Prof. G. Kirchem [3], kde poměrné prodloužení, respektive uvolněnou radiální deformaci v okolí vrtaného otvoru vyjadřuje vztah (1) odvozený za předpokladu jednoosé napjatosti dané hlavním napětím  $\sigma_x$  (s označením podle obr.1:  $\alpha$  - úhel mezi hlavním napětím a směrem poměrného prodloužení,  $R_0$  - poloměr otvoru,  $R$  - poloměr středu tenzometrů růžice od středu otvoru,  $r=R/R_0$ ):

$$\varepsilon_{(a)} = -\sigma_x(1+\mu) \cdot [1/r^2 - 3 \cdot \cos(2\alpha)/r^4 + 4 \cdot \cos(2\alpha) / (r^2 + r^2 \cdot \mu)] / (2E). \quad (1)$$

---

\*Ing. Karel Vítek, CSc., Ing. Karel Doubrava, Prof. Ing. Stanislav Holý, CSc., Ing. Radek Kolman, Ing. Tomáš Mareš, Ing. Miroslav Španiel, CSc.: Ústav mechaniky, Fakulta strojní, ČVUT v Praze; Technická 4; 166 07 Praha 6; tel.: +420 224 352 520; e-mail: vitek@fsid.cvut.cz

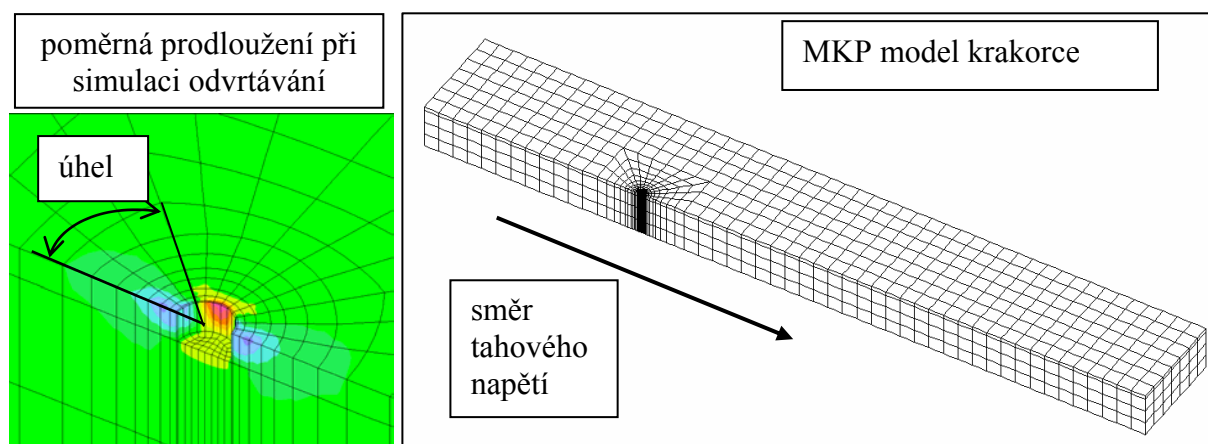


Obr.1. Model tenzometrické růžice a parametry vrtaného otvoru

Vztahy pro dvouosou napjatost, kde uvažujeme hlavní napětí:  $\sigma_x, \sigma_y$  - lze pro lineárně elastický izotropní materiál formulovat superpozicí (přičemž vlastnosti materiálu a související poloměry jsou zde vyjádřeny konstantami  $A, B$ )

$$\varepsilon_{(\alpha)} = A \cdot (\sigma_x + \sigma_y) + B \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \cos(2 \cdot \alpha). \quad (2)$$

Tento vztah vytvořený pro průchozí vrtaný otvor je současnými teoriemi odvrtávacích metodik používán pro neprůchozí relativně mělký otvor a uvažované modifikované konstanty základní rovnice  $A, B$  jsou zde navíc vůči původním z průchozí díry závislé i na hloubce vrtaného otvoru. Experimentálně změřená uvolněná poměrná prodloužení ze tří nezávislých signálů tenzometrů růžice tvoří pro místo vrtu (vždy pro určitou hloubku vrtu) tři algebraické rovnice podle pravé strany rovnice (2), ze kterých je možno určit dvě hlavní napětí  $\sigma_x, \sigma_y$  rovinné napjatosti (rovnoběžná s povrchem) a úhel jejich polohy  $\alpha$  (uvažovaný zde od směru  $\sigma_x$ - viz obr.1).



Obr.2. Krakorec s „vrtaným“ otvorem užitý při numerické simulaci odvrtávací metody

Testovali jsme experimentálně metodiku odvrtávacího principu s využitím italské soupravy RESTAN od firmy Sint-Technology [2] na vyžehnaných ocelových nosnících (zařízení automaticky odvrtává otvor a umožňuje vyhodnotit reziduální napjatost dodaným programovým vybavením). Ovšem nedokázali jsme jak velikostí, tak ani charakterem identifikovat tuto objektivní jednoosou napjatost vyvolanou ohybem nosníků, proto jsme se dále zaměřili na analýzu principu odvrtávací metody na základě numerických simulací - numerickým odvrtáváním otvoru v MKP modelech definované zatížené nosníky [1].

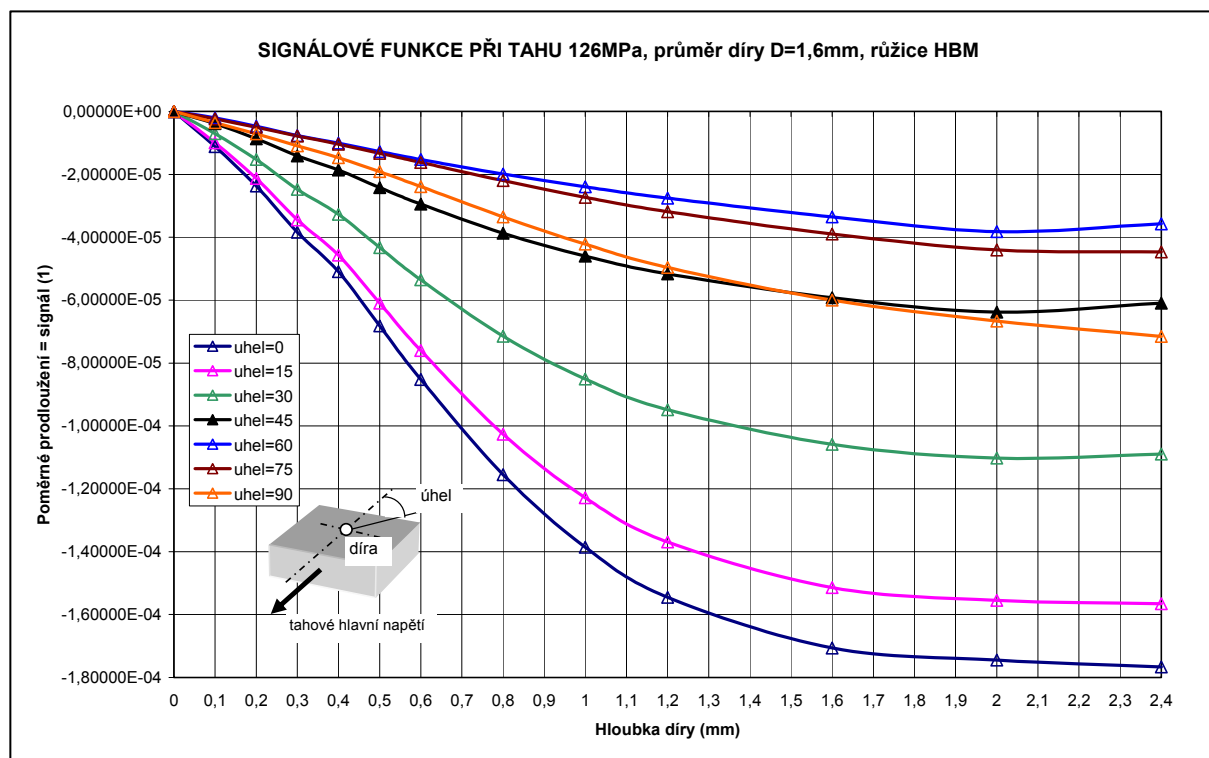
Modely nosníků z obr.2 byly zatíženy jednoosou tahovou napjatostí a při odvrtávání díry v krocích byla na povrchu vzorku radiálně k vrtané díře v mezikruží, kde má odvrtávací růžice umístěny tenzometry, snímána v příslušných úhlech  $\alpha$  poměrná prodloužení, čímž byly simulovány signály tenzometrů odvrtávací růžice.

## 2. Signálové funkce jednoosého tahu

Parciální namáhání vzorku jednoosým tahem umožnilo zjednodušit rovnici (2) vynulováním druhého hlavního napětí

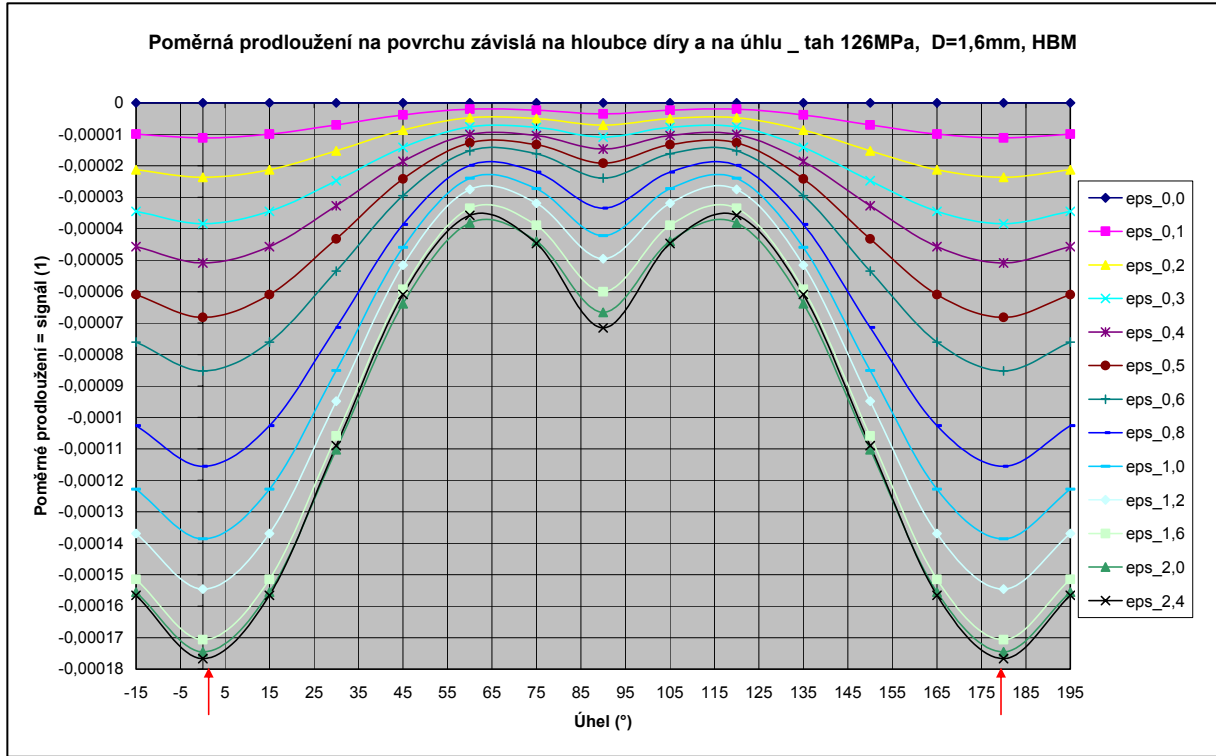
$$\varepsilon_{(\alpha)} = A \cdot \sigma_x + B \cdot \sigma_x \cdot \cos(2 \cdot \alpha). \quad (3)$$

Obě konstanty  $A, B$  bylo možno snadno určit ze dvou nezávislých signálů tenzometrů  $\varepsilon_{(\alpha)}$  pro danou hloubce vrtaného otvoru, neboť hlavní napětí  $\sigma_x$  u nosníku a poloha tenzometrů, respektive úhel  $\alpha$  vzhledem k tomuto hlavnímu napětí jsou měřenými směry předem dány. Například při úhlu  $\alpha=45^\circ$  bude  $A = \varepsilon_{(45^\circ)} / \sigma_x$  a pro ostatní směry je možno určit druhou konstantu vtahem:  $B = (\varepsilon_{(\alpha)} / \sigma_x - A) / \cos(2 \cdot \alpha)$ . Při jiném výběru úhlů  $\alpha$  by mělo být řešení soustavy lineárních rovnic (2) pro obě konstanty  $A, B$  ekvivalentní.

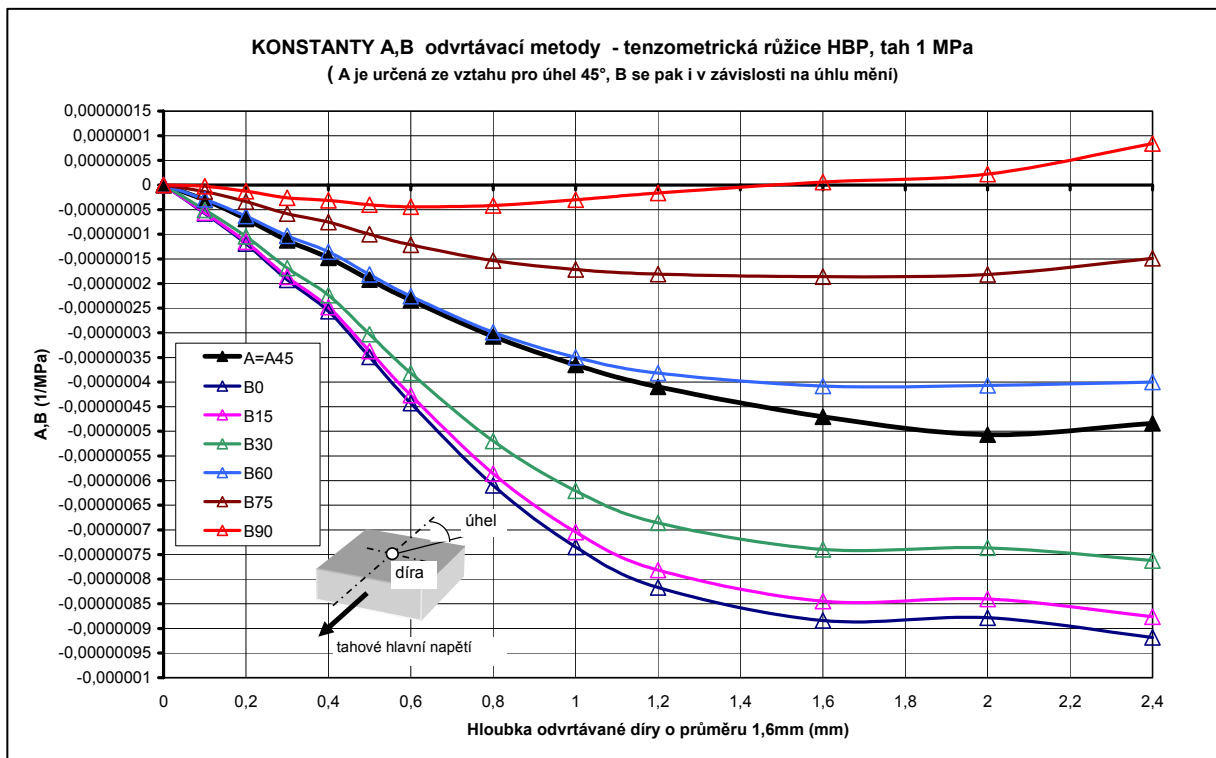


Obr.3, Průběhy radiálního poměrného prodloužení v místech tenzometrů odvrtávací růžice

Signálové funkce tenzometrů závislé na kroku odvrtné hloubky otvoru jsou pro uvažovaný tahový vzorek v intervalu úhlu  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  uvedeny v obr.3. Transpozicí získané závislosti signálů na úhlu pro dané hloubky otvorů rozvinuté pro úplný interval směřů  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  uvádí obr.4. Tyto dva typy grafů umožnily přímé otestování užívané odvrtačací teorie.

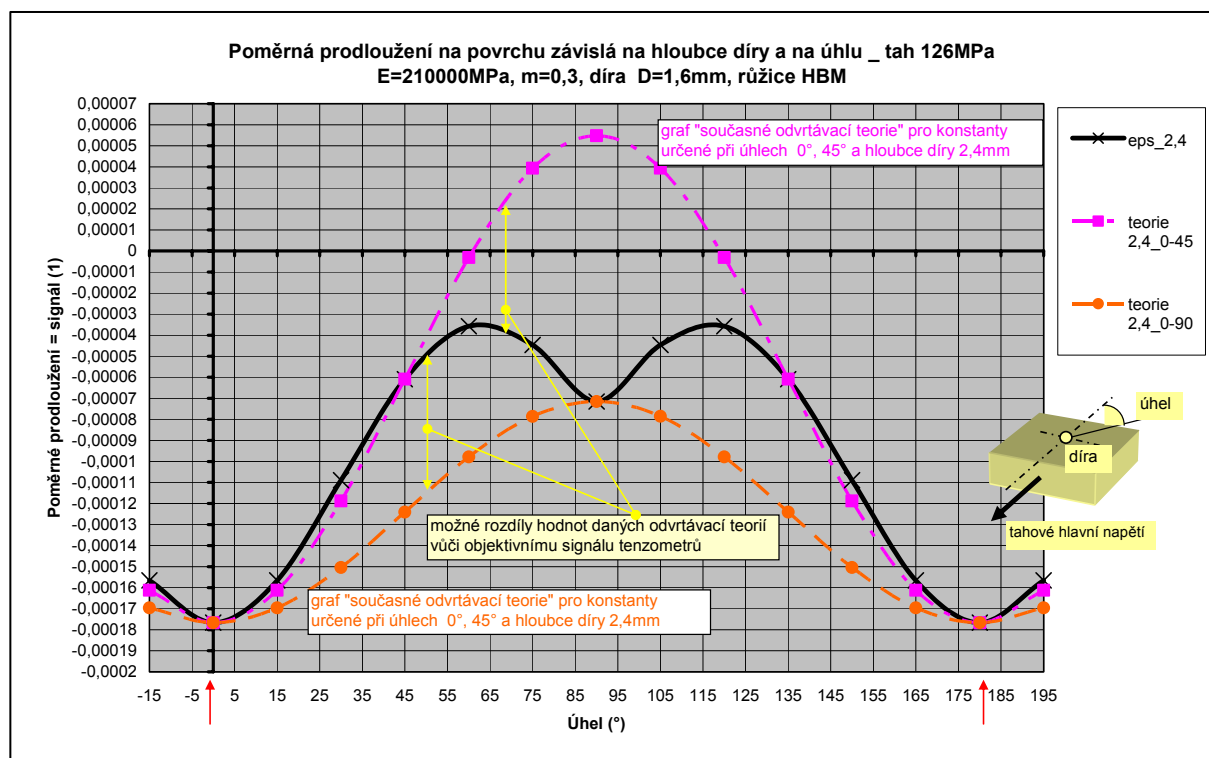


Obr.4, Tvar signálových funkcí tenzometrů odvrtačací rúžice



Obr.5, Test výpočtu konstant současné teorie odvrtačacích metodik

Na obr.5 je uveden výpočet konstanty  $A$  z rovnice signálu pro úhel  $\alpha=45^\circ$  a dále výsledek několika výpočtů konstanty  $B$  pro zbývající množinu nezávislých signálů simulovaných při dalších úhlech. Konstanta  $B$  není při různých kombinacích shodná a to ukazuje na nedostatečnost, respektive chybu v principu užívané odvrtávací teorie, neboť teorii uvažovaný matematický model zásadně neodpovídá numerické simulaci signálů tenzometrů získaných odvrtáváním otvoru, respektive není možno nastavit konstanty rovnice (2) tak, aby zobrazovaly objektivní signály tenzometrů různice pro danou hloubku odvrtného otvoru. Užívaný matematický model je na tento problém nedostatečný a má proto smysl hledat pro tento problém vhodnější řešení, které povede k objektivní identifikaci zbytkové napjatosti odvrtávacím principem.



Obr.6, Objektivní tvar signálové funkce tenzometrů různice porovnaný se současnou teorií

Na velikost chyb při užití stávající teorie můžeme usoudit z grafů na obr.6, kde u největší hloubky 2,4 mm jsou pro dva páry směrů vypočteny vždy konstanty  $A, B$  a zobrazeny signály dle rovnice (2) stávající teorie. Neshoda mezi numerickou simulací signálů, která bez dalších vlivů ideálně modeluje signály měřené tenzometrickou různicí a současnou teorií způsobuje pravděpodobně zásadní nefunkčnost současné teorie užívané v odvrtávacím principu identifikace zbytkových napětí. Užití pouze dvou konstant  $A, B$  v popisu signálové funkce pro danou hloubku není akceptovatelné a matematický model signálové funkce je třeba objektivně rozšířit o další vhodné členy, aby věrohodněji respektoval fyzikální podstatu přetvárného děje v okolí vrtaného otvoru.

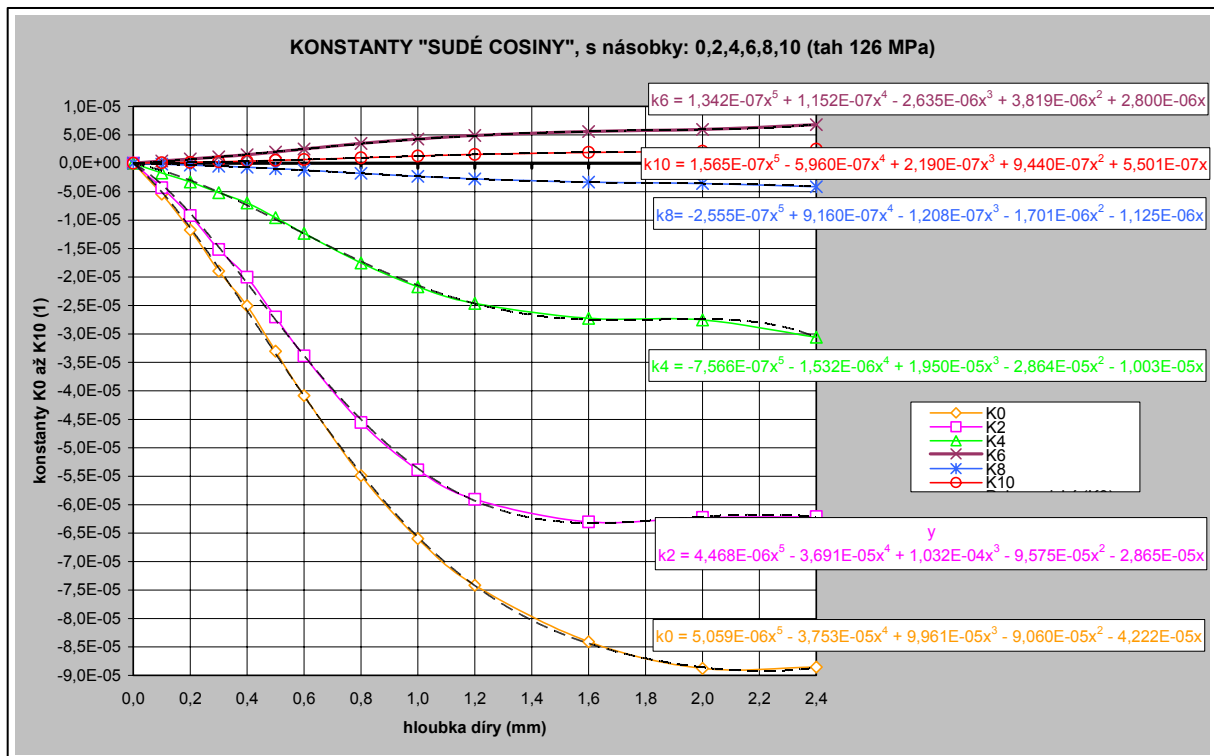
### 3. Nová teorie

Studie vhodné násady regresních funkcí [1] pro simulacemi získané signální funkce tenzometrů odvrtávacích různic byly zaměřeny k formulaci funkce jednak věrné charakterem,

přesné a zároveň též funkce s co nejmenším počtem nutných konstant. Perspektivní nosnou regresní signálovou funkcí tenzometrů měřících radiální poměrné prodloužení v okolí otvoru je polynom s členy tvořenými funkcemi cosinus sudých násobků úhlu  $\alpha$  - formulovaný pro konkrétní hlavní napětí  $\sigma_x$  (model - viz obr.1) se šesti konstantami uvedenými v obr.7

$$\varepsilon(\alpha) = K_0 + K_2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha) + K_4 \cdot \cos(4 \cdot \alpha) + K_6 \cdot \cos(6 \cdot \alpha) + K_8 \cdot \cos(8 \cdot \alpha) + K_{10} \cdot \cos(10 \cdot \alpha). \quad (4)$$

Tato regresní funkce má největší difference vůči objektivním poměrným prodloužením v intervalu  $80^\circ$  až  $100^\circ$  a zdařilejší adaptace regresního polynomu pro tuto oblast si pravděpodobně vyžádá (po experimentech s různými typy funkcí) navýšení počtu jeho členů.



Obr.7, Konstanty regresního polynomu dle rovnice (4)

Poměrnou hodnotu regresní signálové funkce (4) vztaženou na jednotkové napětí označujeme

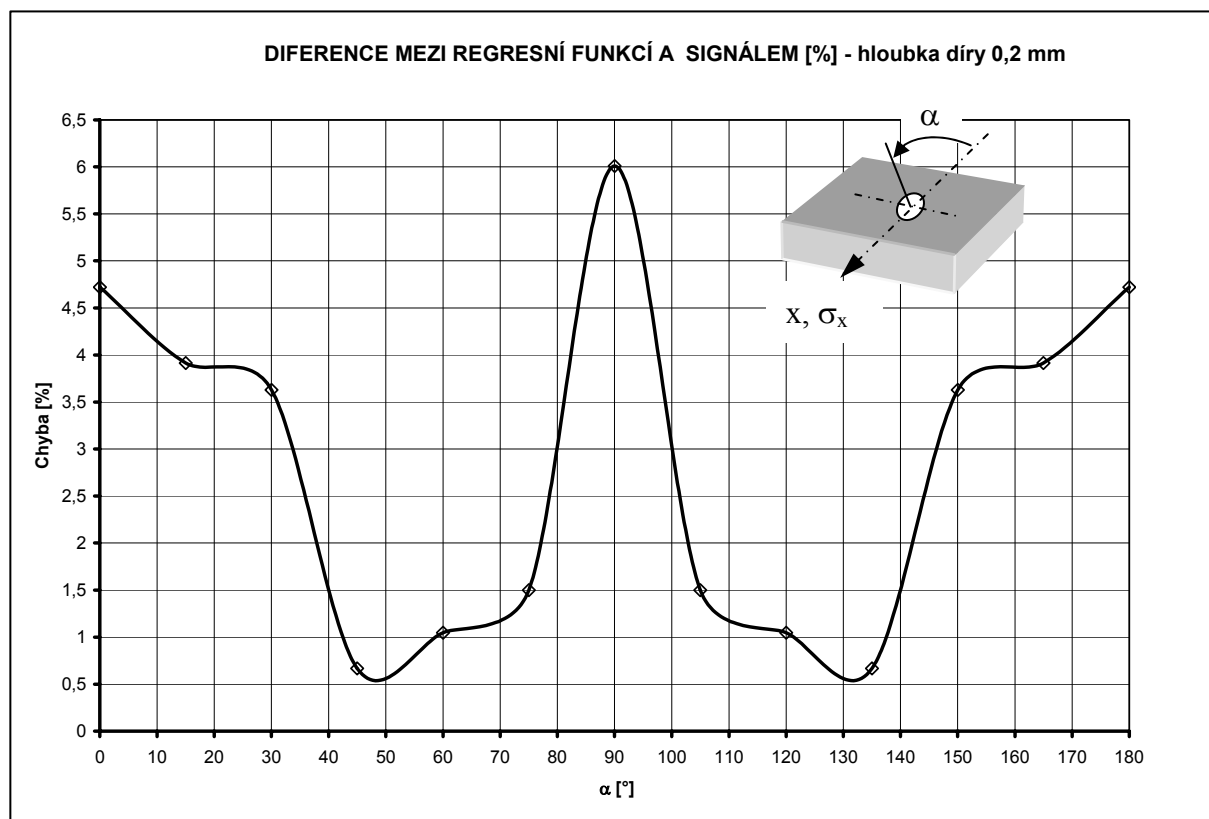
$$\delta(\alpha) = k_0 + k_2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha) + k_4 \cdot \cos(4 \cdot \alpha) + k_6 \cdot \cos(6 \cdot \alpha) + k_8 \cdot \cos(8 \cdot \alpha) + k_{10} \cdot \cos(10 \cdot \alpha). \quad (5)$$

Potom signály tenzometrické růžice  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_j$ ,  $\varepsilon_k$  při rovinné napjatosti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  (což jsou hlavní napětí rovnoběžná s povrchem, kde se identifikační díra odvrátává) lze vyjádřit nelineární soustavou algebraických rovnic, ze kterých lze parametry reziduální napjatosti výpočtem určit:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= \sigma_x \cdot \delta(\alpha_{i,x}) + \sigma_y \cdot \delta(\alpha_{i,y}) \\ \varepsilon_j &= \sigma_x \cdot \delta(\alpha_{j,x}) + \sigma_y \cdot \delta(\alpha_{j,y}) \\ \varepsilon_k &= \sigma_x \cdot \delta(\alpha_{k,x}) + \sigma_y \cdot \delta(\alpha_{k,y}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Zde  $\alpha_{ij}$  označuje úhel mezi i-tým tenzometrem  $\varepsilon_i$  a směrem j-tého hlavního napětí  $\sigma_j$ , viz obr.1.

Při řešení modelové testovací úlohy byla hlavní napětí užitím regresní funkce (4) určena s nepřesností 6% a jejich poloha s odchylkou menší než 1%, což koresponduje s informacemi z obr.8.



Obr.8, Relativní chyba regresní funkce (4) vůči objektivnímu signálu tenzometrů

#### 4. Poděkování

Tento výzkum je podporován grantem GAČR\_106/02/0612 na téma: „Optimalizace procesu tváření tlustostěnných trub a součástí z hlediska zbytkové napjatosti a deformací.“

#### 5. Literatura

- [1] Vítek, K. - Doubrava, K. – Kolman, R. - Holý, S., - Mareš, T., - Španiel, M.: *Theoretical Analysis Of The Hole - Drilling Method Used For The Residual Stress Identification*, Reseach Report, CTU in Prague 2003,. ISBN 80-01-02834-8
- [2] Vítek, K.- Doubrava, K.- Holý, S.- Mareš, T.: Hole-Drilling Metod Test Using Bending Specimen, 40. *Mezinárodní konference experimentální analýzy napětí*, Praha 2002, str.267 až 272. ISBN 80-01-02547-0
- [3] Timoshenko, S. - Goodier, J. M.: *Theory of Elasticity*. 2. ed., New York, McGraw-Hill. 1951, p.576.
- [4] Measurement of Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gage Method [online]. [cit.2003-06-01], <[http://www.vishay.com/brands/measurements\\_group/guide/tn/tn503/503index.htm](http://www.vishay.com/brands/measurements_group/guide/tn/tn503/503index.htm)>