



FEM COMPUTATION OF STRESS INTENSITY FACTOR FOR THE CHEVRON NOTCH SPECIMEN UNDER 3-POINT BENDING

T. Vysloužil¹, M. Kotoul²

Summary: *This contribution deals with 3D analysis of three point bending specimen with chevron notch made of fibre reinforced composites. Fibres bridge the crack initiated at the chevron notch. On macroscale the specimen is modeled as an elastic homogenous and transversally isotropic material with average elastic constant. At the nodes on face of crack there are prescribed tensile forces which are given by function of displacement of node times the area of face of element in plane of crack.*

1. Úvod

Příspěvek se zabývá 3D analýzou vzorku pro tříbodový ohyb s trhlinou, která vychází z šípového vrubu. U vzorků s šípkovým vrubem lze určit hodnotu lomové houževnatosti bez předchozího vytváření únavové trhliny. Křehká trhlina se v těchto tělesech vytváří v průběhu vlastního zatěžování. Hojně využívaná metoda zhouževnatění křehkých materiálů pomocí tvárných vláken využívá efektu přemostění líců trhliny neporušenými vlákny. Při růstu trhliny se rozsah přemostěné zóny trhliny zvětšuje a zesiluje se tak účinek zavírajících sil na čelo trhliny v křehké matici. Na makroúrovni pozorujeme rostoucí odpor proti šíření trhliny a růst trhliny je zapotřebí popisovat pomocí R-křivky. Významnou roli pro posouzení stability přemostěných trhlín hraje stínící faktor intenzity napětí K_{Ibr} . Rozdíl aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} a stínícího faktoru intenzity napětí udává tzv. lokální faktor intenzity napětí $K_{tip} = K_{Iappl} - K_{Ibr}$. Pro rozšíření trhliny v matici musí K_{tip} dosáhnout kritické hodnoty - lomové houževnatosti matrice K_{IC} . Pro studium růstu trhlín podle R křivek je zapotřebí mít k dispozici řešení pro faktor intenzity napětí, který odpovídá úloze, kdy zatížení je aplikováno přímo k lícům trhliny. Takové řešení není možné získat pomocí standardní sendvičové metody a je nutné provést 3D výpočet pomocí MKP. Na základě MKP výpočtů je také možné numericky stanovit váhové funkce pro dané zkušební těleso. Pokud známe pro dané těleso s trhlinou váhovou funkci $h(x, a)$ (udávající velikost faktoru intenzity napětí vyvolaného dvojicí soustředěných sil působících v protilehlých

¹Ing. Tomáš Vysloužil, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno, tel.: +420 54114 2871, e-mail: vyslouz@umtn.fme.vutbr.cz

²Prof. RNDr. Michal Kotoul, DrSc., Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno, tel.: +420 54114 2889, e-mail: kotoul@umt.fme.vutbr.cz

bodech x na lících trhliny) a trakční napětí působící podél líců přemostěné trhliny $\sigma(x)$, můžeme vypočítat lokální faktor intenzity napětí ze vztahu

$$K_I = \int_0^a h(x, a) \sigma(x) \quad (1)$$

kde a je délka trhliny a $\sigma(x) = \sigma_{appl}(x) - \sigma_0(x)$, kde $\sigma_{appl}(x)$ označuje trakční napětí, které by působilo v bodech líců trhliny neporušeného tělesa a $\sigma_0(x)$ je příspěvek, který souvisí s interakcí líců trhliny vlivem přemostění.

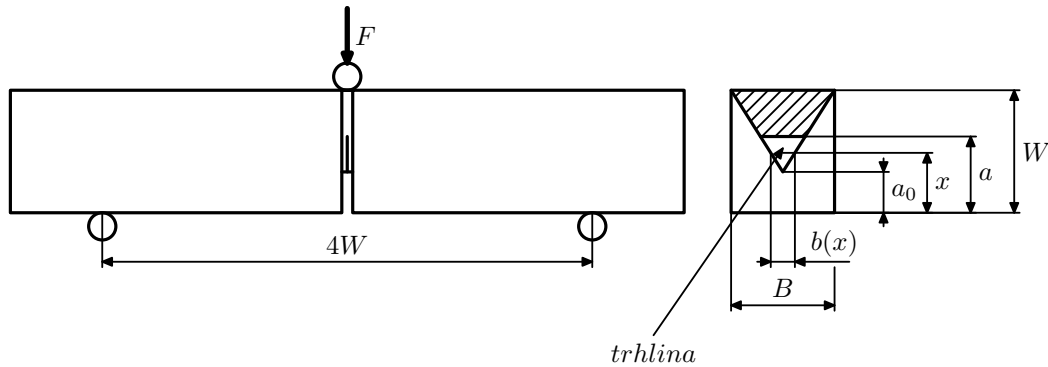
V práci jsme provedli přímé numerické simulování přemostění trhliny, přičemž závislost zavírajícího napětí na posunutí líce trhliny je dána vztahem

$$\sigma_0(x) = \beta \sqrt{v(x)} \quad (2)$$

kde β je konstanta závislá na elastických vlastnostech matrice a vláken (Budiansky & Cui, 1993)

$$\beta = \left\{ \frac{4c_f^2 E_f E^2 \tau}{R(1 - c_f)^2 E_m^2} \right\}^{1/2} \quad (3)$$

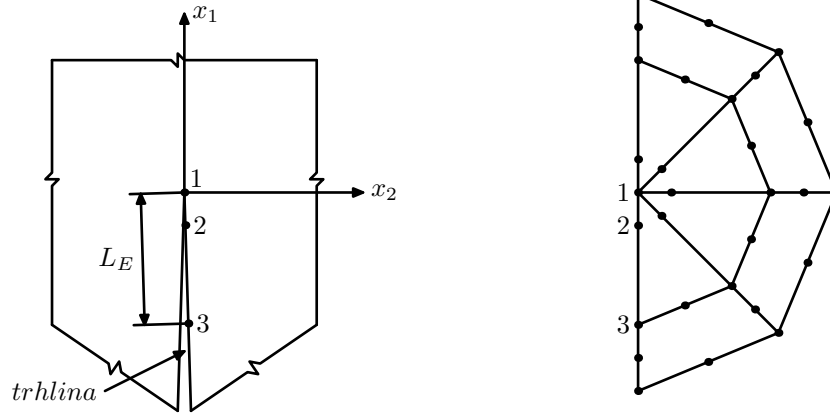
kde c_f je objemový podíl vláken, R je poloměr vláken a τ je smykové napětí mezi matricí a vláknem. Jakmile σ_0 dosáhne kritické hodnoty $c_f \sigma_p$, kde σ_p je pevnost vlákna, dojde k jejich přerušení.



Obrázek 1: Vzorek s šípovým vrubem

2. Popis sítě a zatížení

Materiál vzorku pro třibodový ohyb s šípovým vrubem (obr.1) je tvořen vláknovým kompozitem s křehkou matricí. Vlákna mají obecně odlišné elastické vlastnosti než materiál matrice. Na makroúrovni je vzorek modelován jako elastický, homogenní, příčně isotropní materiál se zprůměrovanými elastickými konstantami. Modeluje se pouze čtvrtina vzorku pro třibodový ohyb s šípovým vrubem. Pro generaci sítě byl použit v systému ANSYS prvek SOLID95 (šestistěn s dvaceti uzly - 8 uzlů v rozích, 12 uzlů v polovině hran elementu), viz obr. 3. Ve vrcholu trhliny je použit trhlinový element SOLID95 (pětistěn (prisma) s patnácti uzly). Na těchto elementech jsou středové uzly posunuty do 1/4 délky strany elementu ke kořeni trhliny, viz obr.2. V modelu jsou pro uzly na rovinách symetrie předepsány podmínky symetrie (nulový posuv ve směru kolmém na plochu).



Obrázek 2: Síť konečných prvků v okolí kořene trhliny

3. Řešení

První výpočet byl proveden pro zatížení silou $F/2$ (tříbodový ohyb) rovnoměrně rozloženou na uzly. Pro tyto uzly je předepsán coupling (všechny uzly mají stejný posuv ve směru zatěžující síly). Výpočtem bylo zjištěno posunutí uzlů $w(x)$ ležících na lici trhliny. Další výpočty byly provedeny pro zatížení jednotkového liniového tlaku na lici trhliny (obr.4) ve vzdálenosti $a - x$ od čela trhliny (síla $1/2$ byla rovnoměrně rozdělena do uzlů na modelované polovině líce trhliny). Výpočty byly provedeny pro různé hodnoty $a - x$. Výsledkem bylo zjištění posunutí líců trhliny $u(x)$ v závislosti na aplikovaném liniovém zatížení. Tyto výsledky, vypočtené ze systému ANSYS, byly použity pro výpočet trhliny přemostěné vlákny v systému MAPLE. Bylo zvoleno počáteční posunutí líců trhliny $v(x)$ a z mostícího napětí $\sigma_0(x) = \beta\sqrt{v(x)}$ byly vypočteny síly působící v uzlech na lici trhliny

$$F_0(x) = \sigma_0(x)S(x) \quad (4)$$

kde $S(x)$ je plocha připadající na uzly ve vzdálenosti $(a - x)$ od vrcholu trhliny. Z účinku sil $F_0(x)$ byla vypočtena posunutí v uzlech na lici trhliny $u(x)$.

Součet posunutí $w(x)$ od síly F , která vyvolává tříbodový ohyb a posunutí $u(x)$ od sil $F_0(x)$ (zavírací účinek vláken) musí dát posunutí $v(x)$ (výsledná posunutí trhliny přemostěné vlákny). Byly provedeny iterace pro zjištění $v(x)$. Protože $v(x)$ je několikrát menší než $w(x)$, bylo kvůli zajištění konvergence použito rekurence

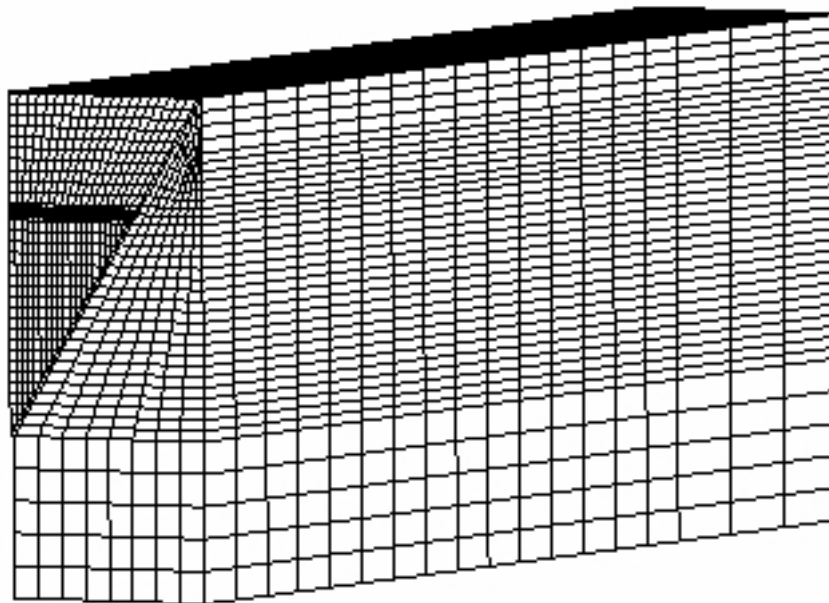
$$v_{n+1}(x) = v_n(x) \frac{w(x)}{v_n(x) - u_n(x)} \quad (5)$$

Dále byly prováděny iterace zatěžující síly F tak, aby lokální faktor intenzity napětí K_{tip} byl roven lomové houževnatosti matrice K_{ICM} .

$$F_{m+1} = F_m \left(\frac{K_{ICM}}{K_{tip}} \right)^{1/5} \quad (6)$$

$$w_{m+1}(x) = w_m(x) \frac{F_{m+1}}{F_m} \quad (7)$$

(exponent $\frac{1}{5}$ byl zvolen pro zajištění konvergence). Iterace byly skončeny po dosažení požadované přesnosti $K_{tip} \doteq K_{ICM}$ a $v(x) \doteq w(x) + u(x)$.



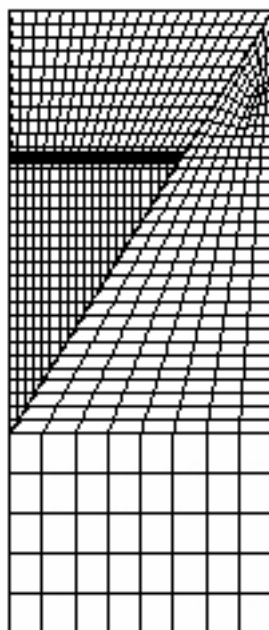
Obrázek 3: 3D síť modelu

4. Výsledky

Na obrázku (5) jsou uvedena posunutí od liniových napětí získaná ze systému ANSYS. Největší posunutí je v bodě, ve kterém působilo liniové zatížení. Na obrázku (6) jsou zakreslena posunutí od zatěžující síly F pro trhlinu přemostěnou vlákny a pro trhlinu, kdy nepůsobí mostící napětí. Z obrázku je patrné, jak mostící napětí od vláken způsobuje uzavírání špiče trhliny a tím snížení faktoru intenzity napětí z aplikovaného (nepřemostěná trhlina) na lokální (přemostěná trhlina). Na obrázku (7) jsou zakreslena posunutí líce trhliny pro případ, kdy aplikovaný faktor intenzity napětí (nepřemostěná trhlina) a lokální faktor intenzity napětí (přemostěná trhlina) jsou rovny K_{IC} . Vidíme, že špiče trhlin jsou stejně rozevřeny (rovnosti faktorů intenzity napětí), ale dále je již průběh rozevření trhlin zcela odlišný. Na obrázku (8) je zakreslen poměr aplikovaného faktoru intenzity napětí a lomové houževnatosti matrice. Z obrázku je zřejmé, že s rostoucí délkou trhliny v matrici se musí zvětšit aplikovaný faktor intenzity napětí. Dochází subkritickému růstu trhliny a obr. (8) představuje odpovídající R-křivku K_{appl}/K_{IC} .

5. Poděkování

Tato práce vznikla díky finanční podpoře prostřednictvím projektu GAČR 101/02/0683.



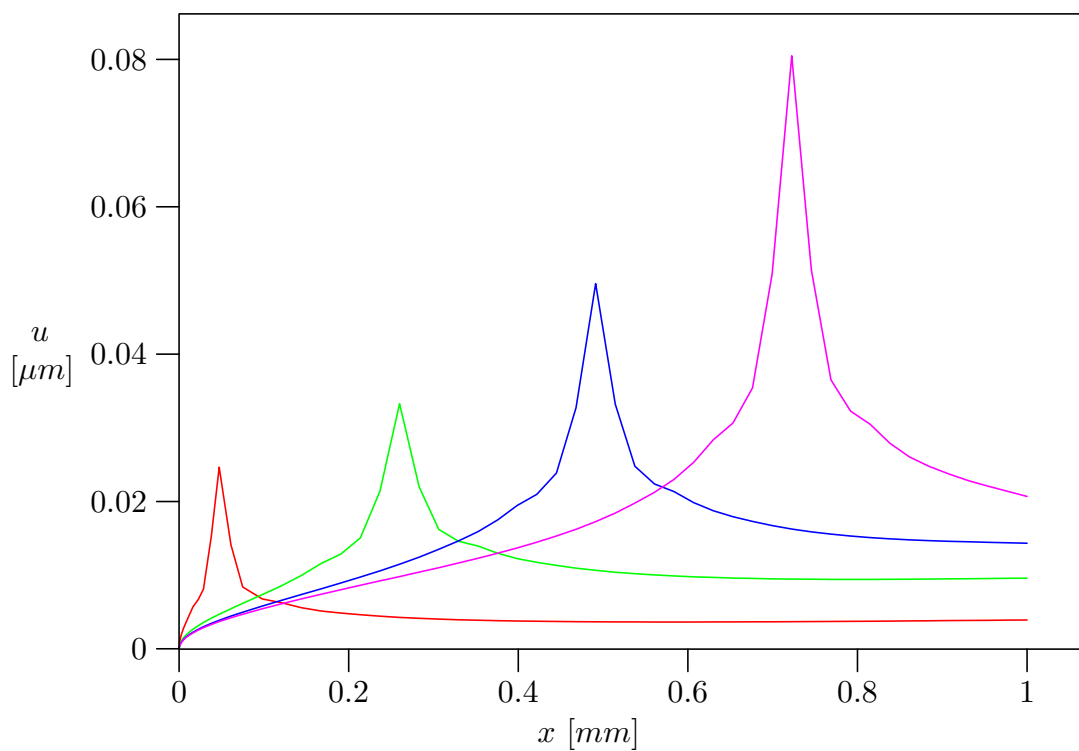
Obrázek 4: Plochy elementů v rovině trhliny

6. Literatura

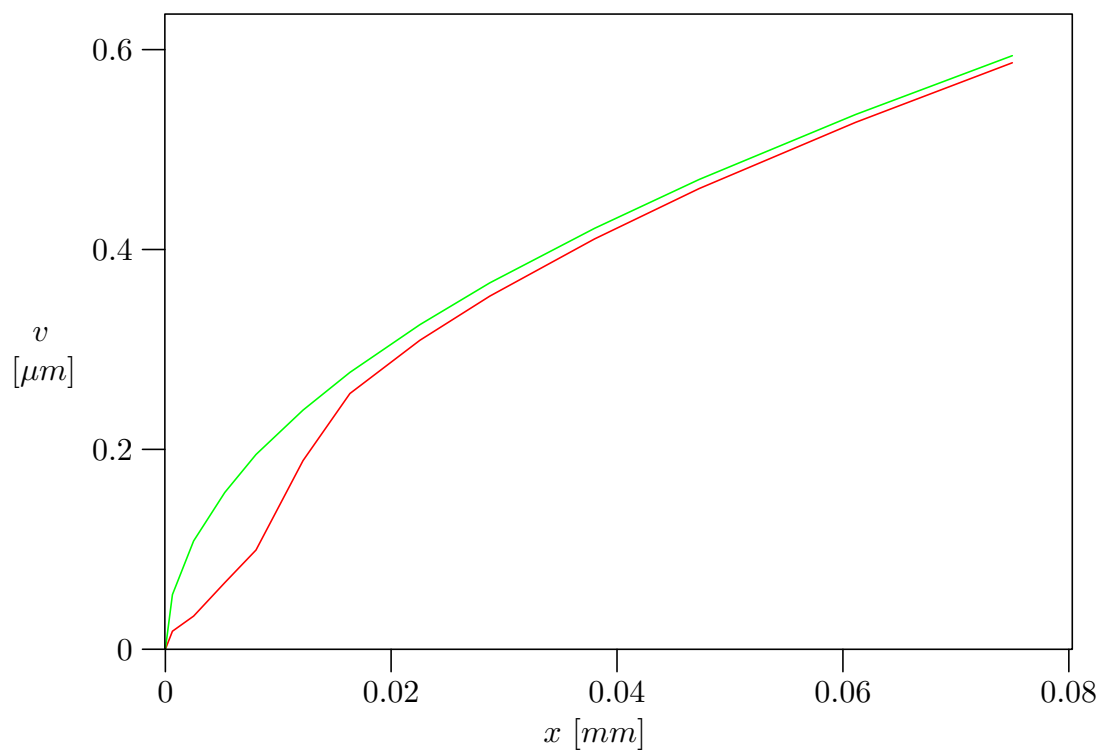
Hyer, M. W. & Waas, A. M. (2000) Micromechanics of Linear Elastic Continuous Fiber Composites, *Comprehensive Composite Materials*, pp.345-375

Budiansky, B. & Cui, Y. L. (1993) On the Tensile Strength of a Fiber-Reinforced Ceramic Composite Containing a Crack-Like Flaw, *J. Mech. Phys. Solids Vol. 42*, pp.1-19

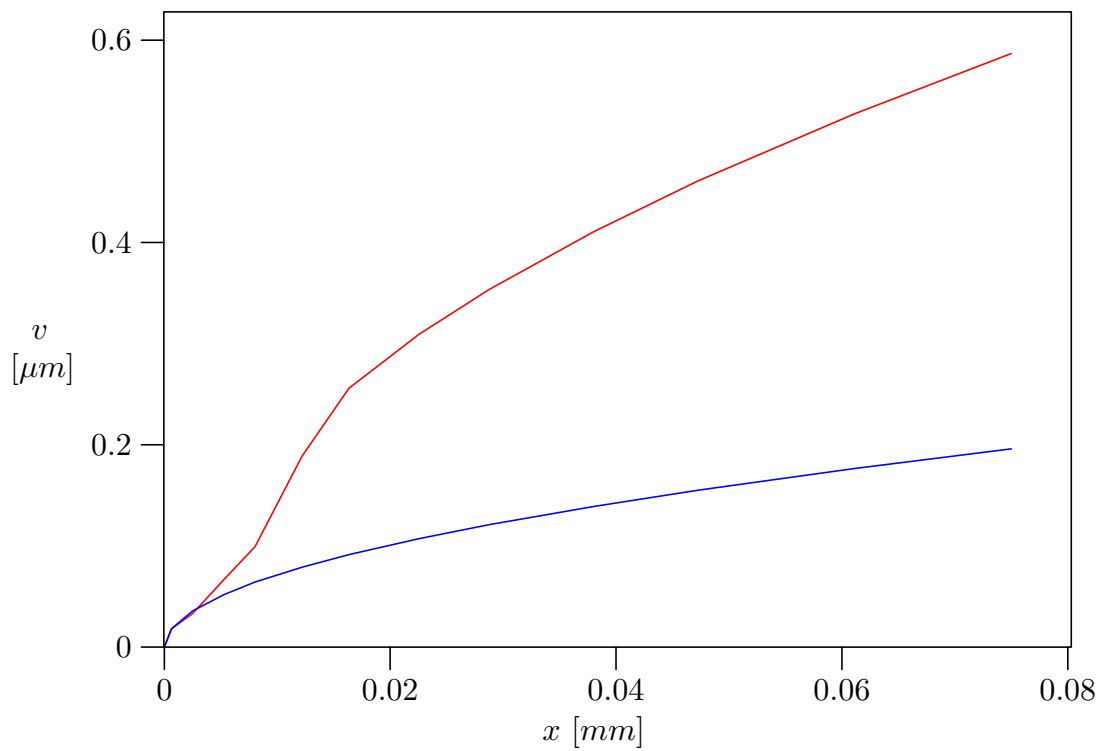
Vysloužil, T., Kotoul, M. (2003) 3D FE Analysis of Bridged Crack Growing from the Chevron Notch of 3-Point Bending Specimen, *Engineering Mechanics 2003, Svatka, na CD*



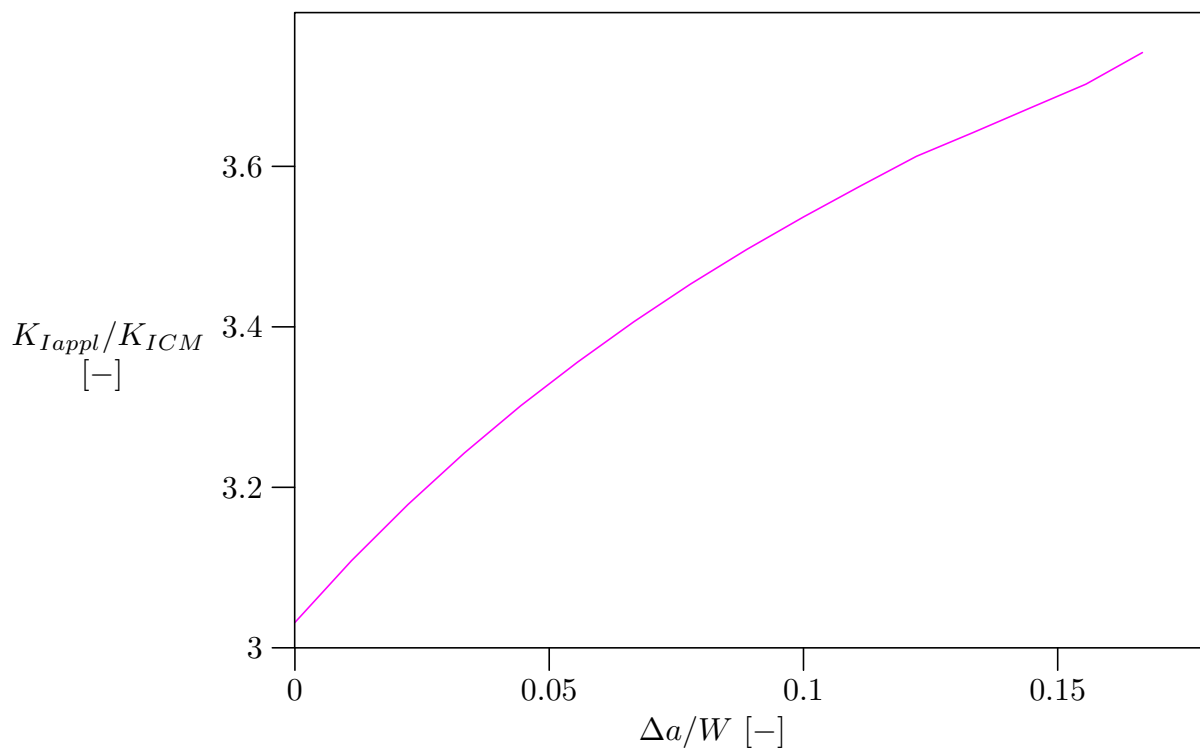
Obrázek 5: Posunutí od liniových napětí podél trhliny získaná ze systému ANSYS



Obrázek 6: Posunutí líce na špičce trhliny pro přemostěnou a nepřemostěnou trhlinu od zatěžující síly F



Obrázek 7: Posunutí líce na špičce trhliny pro přemostěnou a nepřemostěnou trhlinu při dosažení K_{IC}



Obrázek 8: Poměr aplikovaného faktoru intenzity napětí a lomové houževnatosti matrice