

METHODOLOGY OF THE GEAR TRANSMISSION OPTIMIZATION FROM THE CONSTANT GEAR MESH POINT OF VIEW

V. Zeman*, M. Hajžman*, M. Byrtus*

Summary: *This paper describes the original method of the mathematical modelling of the gear transmission vibrations and parametric optimization from the constant gear mesh point of view. A discontinuity of mesh gear can be caused by kinematic transmission errors and time dependent meshing stiffness in case of small static load. The modal synthesis method with DOF number reduction is used for the calculation of the constant gear mesh regions in dependence on gear drive revolutions and static load. The iterative process enables the optimization of selected design parameters from the point of view of the constant gear mesh regions extension.*

1. Úvod

Ozubené převody představují složité systémy mnoha těles, vázané zubovými a ložiskovými vazbami. Dominantním vnitřním zdrojem buzení ozubených převodů jsou kinematické úchytky ozubení, které při malém statickém zatížení mohou způsobit přerušování záběru pracovních boků zubů a tím vznik nežádoucích rázových pohybů ozubených kol (Zeman a kol. 2004). Metodika určení podmínek stálého záběru u jednoho páru spoluzabírajících ozubených kol v závislosti na provozních otáčkách a na statickém zatížení byla autory příspěvku zpracována ve výzkumné zprávě (Hajžman a kol., 2004). Její zobecnění na rozsáhlé víceúrovňové ozubené převody a zejména zkoumání možností rozšíření oblastí stálého záběru optimalizací vhodně vybraných návrhových parametrů je obsahem předkládaného příspěvku.

2. Matematický model ozubených převodů

Metodika modelování kmitání ozubených převodů, založená na metodě modální syntézy a kondenzaci byla popsána např. v příspěvcích (Zeman a kol., 2001) a (Hajžman, 2003). Východiskem pro optimalizaci je kondenzovaný model ozubeného převodu (systému) v prostoru modálních souřadnic $\boldsymbol{x}_j(t) \in \mathbb{R}^{m_j}$ nerotujících, netlumených a rozpojených subsystémů (v ložiskových a zubových vazbách), na které je systém dekomponován. Za předpokladu stálého záběru a kon-

* Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc., Ing. Michal Hajžman, Ing. Miroslav Byrtus: Katedra mechaniky, Západočeská univerzita v Plzni; Univerzitní 8; 306 14 Plzeň; tel.: +420.377 632 300, fax: +420.377 632 302; e-mail: zemanv@kme.zcu.cz, mhajzman@kme.zcu.cz, byrtus@kme.zcu.cz

stantní střední tuhosti ozubení model je linearizován do tvaru

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \left(\mathbf{D} + \omega_0 \mathbf{G} + \mathbf{V}^T (\mathbf{B}_B + \mathbf{B}_G) \mathbf{V} \right) \dot{\mathbf{x}}(t) + \\ + \left(\mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_G) \mathbf{V} \right) \mathbf{x}(t) = \mathbf{V}^T \left(\mathbf{f}_E(t) + \mathbf{f}_B(t) + \mathbf{f}_G(t) \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Dimenze m kondenzovaného modelu (1) je rovna součtu hlavních (master) vlastních vektorů a jim přiřazených vlastních frekvencí subsystémů respektovaných v jejich modálních submaticích $\mathbf{V}_j \in \mathbb{R}^{n_j, m_j}$ a spektrálních submaticích $\mathbf{\Lambda}_j = \text{diag}(\Omega_\nu^{(j)}) \in \mathbb{R}^{m_j, m_j}$. Z modálních submatic je sestavena blokově diagonální transformační matice $\mathbf{V} = \text{diag}(\mathbf{V}_j) \in \mathbb{R}^{n, m}$ mezi globálním vektorem $\mathbf{q}(t) = [\mathbf{q}_j(t)] \in \mathbb{R}^n$ zobecněných souřadnic systému a vektorem $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_j(t)] \in \mathbb{R}^m$ souřadnic kondenzovaného modelu. Transformace je vyjádřena v globálním tvaru pro celý systém resp. v lokálním tvaru pro libovolný subsystém

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{V} \mathbf{x}(t) \quad \text{resp.} \quad \mathbf{q}_j(t) = \mathbf{V}_j \mathbf{x}_j(t), \quad j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Blokově diagonální matice tlumení $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{V}_j^T \mathbf{B}_j \mathbf{V}_j)$ a matice gyroskopických účinků $\mathbf{G} = \frac{1}{\omega_0} \text{diag}(\omega_j \mathbf{V}_j^T \mathbf{G}_j \mathbf{V}_j)$ jsou sestaveny z matic subsystémů transformovaných příslušnými modálními submaticemi a diagonální matice $\mathbf{\Lambda}$ je sestavena ze spektrálních submatic subsystémů. Vnější silové nebo vnější kinematické buzení je popsáno vektorem $\mathbf{f}_E(t) = [\mathbf{f}_j^E]$. Matice vazeb $\mathbf{B}_B, \mathbf{K}_B, \mathbf{B}_G, \mathbf{K}_G$ a vektory vnitřního kinematického buzení $\mathbf{f}_B(t), \mathbf{f}_G(t)$ v ložiskových (index B) a v zubových (index G) vazbách jsou sestaveny v globálním souřadnicovém systému zobecněných souřadnic $\mathbf{q}(t)$ a matice (vektory) s indexem j tj. $\mathbf{V}_j, \mathbf{\Lambda}_j, \mathbf{B}_j, \mathbf{G}_j, \mathbf{f}_j^E$ v lokálních souřadnicových systémech zobecněných souřadnic rozpojených subsystémů.

3. Podmínky stálého záběru

Dominantním buzením pro vznik rázových pohybů ozubených kol je vysokofrekvenční buzení se zubovou (záběrovou) frekvencí ω_z resp. s jejími celočíselnými násobky. Zaměříme-li se na ozubené převody se šikmým evolventním ozubením, u kterého by mělo být kolísání tuhosti ozubení překrýváním zubů vždy potlačeno, dominantním buzením jsou kinematické úchyly ozubení. Podmínku stálého záběru páru spoluzabírajících ozubených kol v zubovém záběru $p \in \{1, 2, \dots, Z\}$ vyjádříme pomocí deformace ozubení na záběrové přímce

$$d_p(t) = -\mathbf{c}_p^T \mathbf{q}(t) + \Delta_p(t), \quad (3)$$

kde vektor \mathbf{c}_p dimenze n přiřazený zubovému záběru p je sestaven z dvojice vektorů δ_p^P a δ_p^K geometrických parametrů hnacího pastorku (index P) a hnaného kola (index K) ve tvaru uvedeném v monografii (Slavík a kol., 1997). Tyto vektory jsou v \mathbf{c}_p lokalizovány na pozicích odpovídajících souřadnicím výchylek uzlů středů náboje pastorku a kola v globálním vektoru zobecněných souřadnic $\mathbf{q}(t)$. Kinematická úchylnka ozubení $z \in \{1, 2, \dots, Z\}$ je při daném statickém zatížení $\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_0$ aproximována Fourierovou řadou

$$\Delta_z(t) = \sum_{k=1}^K (\Delta_{z,k}^C \cos k\omega_z t + \Delta_{z,k}^S \sin k\omega_z t), \quad (4)$$

kde $\Delta_{z,k}^C$ resp. $\Delta_{z,k}^S$ jsou amplitudy k -té harmonické složky úchylnky ozubení měřené na záběrové přímce v zubovém záběru z a ω_z je příslušná zubová frekvence. Podmínkou stálého záběru ve

všech zubových záběrech je

$$\min_t d_p(t) > 0, \quad p = 1, 2, \dots, Z. \quad (5)$$

Vektor vnitřního kinematického buzení generovaný v ozubení lze vyjádřit ve tvaru (Slavík a kol., 1997)

$$\mathbf{f}_G(t) = \sum_{z=1}^Z \left[k_z \Delta_z(t) + b_z \dot{\Delta}_z(t) \right] \mathbf{c}_z, \quad (6)$$

kde k_z a b_z jsou konstanty tuhosti a tlumení ozubení. Ustálené kmitání systému vyjádříme pro kinematickou úchylku ve tvaru (4), statické zatížení dané vektorem $\mathbf{f}_E(t) = \mathbf{f}_0$ a při nerespektování kinematického buzení v ložiskách (má otáčkovou frekvenci). Je dáno partikulárním řešením modelu (1) a po transformaci (2) má tvar

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{V} \left[\mathbf{x}_0 + \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^K (\operatorname{Re}\{\mathbf{x}_{z,k}(n)\} \cos k\omega_z t - \operatorname{Im}\{\mathbf{x}_{z,k}(n)\} \sin k\omega_z t) \right], \quad (7)$$

kde

$$\mathbf{x}_0 = [\mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_G) \mathbf{V}]^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{f}_0. \quad (8)$$

Vektory komplexních amplitud souřadnic kondenzovaného modelu v závislosti na otáčkách n hnacího hřídele jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{z,k}(n) = & \left\{ -k^2 \omega_z^2 \mathbf{E} + ik\omega_z [\mathbf{D} + \omega_0 \mathbf{G} + \mathbf{V}^T (\mathbf{B}_B + \mathbf{B}_G) \mathbf{V}] + \right. \\ & \left. + \mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_G) \mathbf{V} \right\}^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{c}_z (k_z + ik\omega_z b_z) \Delta_{z,k}, \end{aligned} \quad (9)$$

kde $\omega_z = \frac{\pi n}{30} p_z$, $p_z = \omega_z / \omega_0$, $\Delta_{z,k} = \Delta_{z,k}^C - i\Delta_{z,k}^S$ je komplexní amplituda k -té harmonické složky kinematické úchylky ozubení v zubovém záběru z . Výrazy (4) a (7) umožňují určit extrémní hodnoty deformace ozubení ve vhodně vybraném časovém intervalu např. $t \in \langle 0; 20\pi / \min_z \omega_z \rangle$, který se ukazuje dostačující pro nalezení globálních extrémů.

Z praktického hlediska považujeme za užitečné zobrazit mapy zachování silových záběrů jednotlivých párů ozubených kol v rovinách n , M_{st} , kde n jsou otáčky za minutu vstupního (hnacího) hřídele ozubeného převodu a M_{st} je jmenovitý statický krouticí moment přenášený hnacím hřídelem. Přehledná je globální "mapa", která sjednocuje oblasti stálého záběru všech párů ozubených kol.

4. Formulace optimalizačních úloh

Z vyjádření deformace ozubení $d_p(t)$ a vektoru výchylek $\mathbf{q}(t)$ vyplývá, že podmínka (5) stálého záběru bude splněna při minimalizaci poměru dynamické a statické složky deformace. Z numerických experimentů vyplynulo, že velikost extrémních hodnot dynamické složky deformace ozubení v zubovém záběru p je s dostačující přesností popsána jejím horním efektivním odhadem

$$\widehat{d}_p(n) = \sqrt{\sum_z \sum_k \left| -\mathbf{c}_p^T \mathbf{V} \mathbf{x}_{z,k}(n) + \Delta_{p,k} \delta_{p,z} \right|^2}, \quad (10)$$

kde $\delta_{p,z}$ je Kroneckerův symbol. Proto jedna z variant cílových funkcí, vhodná zejména pro převodová ústrojí provozovaná v úzkém intervalu provozních otáček $n \in \langle n_{min}, n_{max} \rangle$, má tvar

$$\psi(\bar{\mathbf{p}}) = \sum_p \sum_i g_{p,i} \frac{\hat{d}_p(n_i, \bar{\mathbf{p}})}{-\mathbf{c}_p^T \mathbf{V}(\bar{\mathbf{p}}_0) \mathbf{x}_0(\bar{\mathbf{p}}_0)}, \quad (11)$$

kde $g_{p,i}$ jsou váhové koeficienty přiřazené zubovým záběrům p a vybraným provozním otáčkám z intervalu $n_i \in \langle n_{min}, n_{max} \rangle$, $\bar{\mathbf{p}}$ je vektor relativních optimalizačních parametrů vztažených k hodnotám na startu a $\bar{\mathbf{p}}_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$.

U převodových ústrojí provozovaných v širokém intervalu provozních otáček je účelné určit teoretické rezonanční otáčky

$$n_{z,k,\nu} = \frac{30\Omega_\nu}{\pi k p_z}, \quad p_z = \frac{\omega_z}{\omega_0}, \quad z = 1, 2, \dots, Z, \quad (12)$$

kdy k -tá harmonická složka kinematické úchylny v zubovém záběru z rezonuje s ν -tou vlastní frekvencí systému. Před startem minimalizace cílové funkce je nutné vypočítat komplexní amplitudy deformací v zubovém záběru p , vyvolané k -tou harmonickou složkou v zubovém záběru z

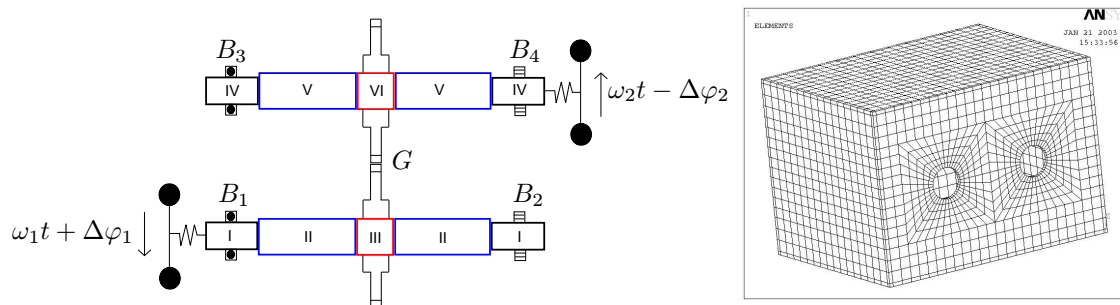
$$d_{p,z,k}(n_{z,k,\nu}) = -\mathbf{c}_p^T \mathbf{V}(\bar{\mathbf{p}}) \mathbf{x}_{z,k}(n_{z,k,\nu}) + \Delta_{p,k} \delta_{p,z} \quad (13)$$

pro všechny rezonanční otáčky z provozního intervalu a vybrat takové z, k, ν , pro něž deformace nabývají největších hodnot. Do cílové funkce i za cenu vzrůstu výpočetního času, je účelné zařadit všechny rezonanční otáčky $n_{z,k,\nu}$, jež spadají do provozního intervalu. Cílová funkce má pak tvar

$$\psi(\bar{\mathbf{p}}) = \sum_p \sum_z \sum_k \sum_\nu g_{p,z,k,\nu} \frac{|d_{p,z,k}(n_{z,k,\nu}, \bar{\mathbf{p}})|}{-\mathbf{c}_p^T \mathbf{V}(\bar{\mathbf{p}}_0) \mathbf{x}_0(\bar{\mathbf{p}}_0)}. \quad (14)$$

5. Aplikace metody

Metoda modelování a následné optimalizace systémů s ozubenými převody z hlediska zachování silového záběru v ozubení byla aplikována na modelovém převodovém ústrojí (obr. 1). Jedná se o jednoduchou dvouhřídelovou převodovku s jedním zubovým záběrem G a čtyřmi valivými ložiskovými vazbami B_1 až B_4 . Celkový kondezovaný model převodovky o 210 stupních volnosti byl vytvořen v systému MATLAB, stejně jako modely hřídelových subsystémů ($j = 1, 2$; $n_j = 90$, $m_j = 60$). Hřídele byly diskretizovány na dvouuzlové konečné hřídelové



Obr. 1 Schematické znázornění modelového převodového ústrojí.

prvky, přičemž v každém uzlu je šest stupňů volnosti. Ozubená kola byla popsána diskrétními hmotovými parametry (Slavík a kol., 1997). Subsystém skříní ($j = 3; n_j \approx 15000, m_j = 90$) byl modelován jako trojrozměrné kontinuum v MKP systému ANSYS.

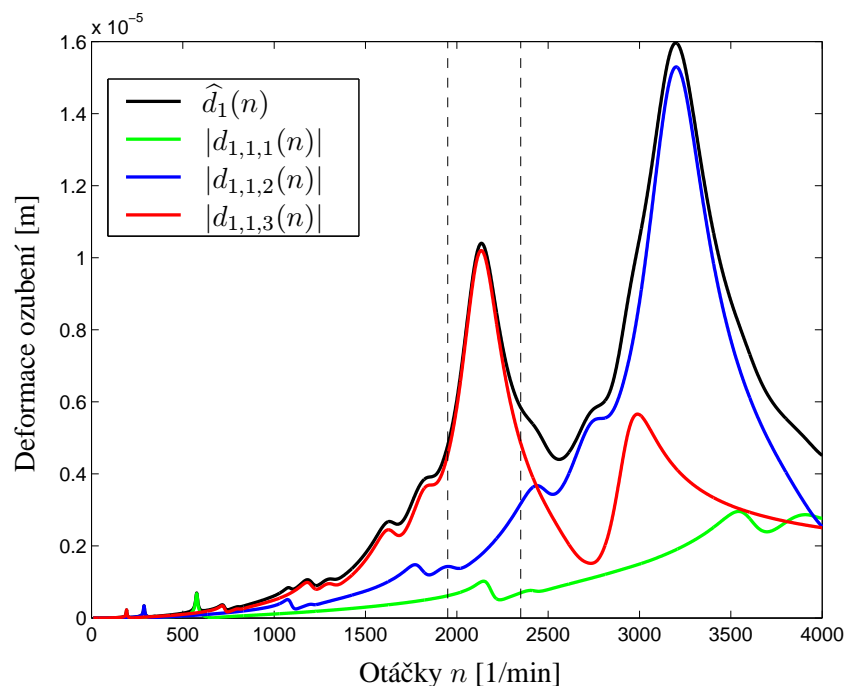
Uvedený stupeň kondenzace byl zvolen tak, aby optimalizační proces byl efektivní, ale aby nebyla negativně ovlivněna přesnost výpočtu sledovaných stavových dynamických veličin. Velmi výrazné snížení počtu uvažovaných vlastních tvarů skříně bylo možné, protože byla sledována především deformace ozubení, na kterou má dynamická odezva skříně relativně malý vliv.

Vnitřní buzení kinematickou úchytkou ozubení bylo aproximováno třemi harmonickými složkami Fourierovy řady (4) o amplitudách

$$\Delta_{1,1}^S = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}, \quad \Delta_{1,2}^S = \frac{\Delta_{1,1}^S}{2}, \quad \Delta_{1,3}^S = \frac{\Delta_{1,1}^S}{3}, \quad \Delta_{1,1}^C = \Delta_{1,2}^C = \Delta_{1,3}^C = 0.$$

Hřídelová soustava byla torzně poddajně napojena na pohonový systém, o němž předpokládáme, že rotuje konstantní úhlovou rychlostí ω_1 na hnací straně a ω_2 na hnané straně. Vnější statické zatížení bylo definováno torzním předpětím $\Delta\varphi_1$ vstupního a $\Delta\varphi_2$ výstupního hřídele (Zeman a kol., 2004). Interval provozních otáček modelové převodovky $n \in \langle 1950, 2350 \rangle$ byl vybrán v okolí rezonančního vrcholu při otáčkách $n_{1,3,97 \div 99} \sim 2150$ 1/min jak vyplývá z amplitudové charakteristiky deformace ozubení (obr. 2).

Cílem optimalizace bylo navrhnout vybrané konstrukční parametry tak, aby při daném kinematickém buzení a relativně malém statickém torzním předepnutí nedocházelo v provozním intervalu ke ztrátě silového záběru v ozubení. Pro optimalizaci bylo vybráno jedenáct konstrukčních parametrů. Obě diskretizované hřídele byly podobně jako v optimalizačních úlohách v příspěvku (Hajžman, 2003) rozděleny na tři skupiny konečných hřídelových prvků kruhového průřezu (viz barevné rozlišení na obr. 1), jejichž průměry byly označeny D_I až D_{III} (u hřídele



Obr. 2 Horní efektivní odhad a harmonické složky deformace ozubení.

$j = 1$) a D_{IV} až D_{VI} (u hřídele $j = 2$). Dalšími návrhovými parametry byly hlavní tuhosti čtyř ložiskových vazeb $k_{B_1}, k_{B_2}, k_{B_3}$ a k_{B_4} a tuhost ozubení k_G . Hlavní tuhostí ložiska zde rozumíme tuhost ve směru statického zatížení. Vedlejší příčná tuhost a případná axiální tuhost jsou s hlavní tuhostí svázány přes koeficienty proporcionality. Poměrné útlumy $D_\nu^{(j)} = 0,025$, definující materiálové tlumení subsystémů, se během optimalizace neměnily. Matice tlumení ložisek byla vypočítána jako proporcionalní k matici tuhosti ložisek s koeficientem $\beta_L = 1 \cdot 10^{-5}$. Koeficient tlumení zubové vazby byl v procesu optimalizace konstantní. Vektor relativních optimalizačních parametrů $\bar{p} = [\bar{p}_s]$, $s = 1, 2, \dots, 11$, vztažených k hodnotám na startu měl tvar

$$\bar{p} = [\bar{D}_I, \bar{D}_{II}, \bar{D}_{III}, \bar{D}_{IV}, \bar{D}_V, \bar{D}_{VI}, \bar{k}_{B_1}, \bar{k}_{B_2}, \bar{k}_{B_3}, \bar{k}_{B_4}, \bar{k}_G]^T.$$

Zavedení těchto relativních parametrů přináší výhody například v přehlednějším vyhodnocování a porovnávání výsledků optimalizace a vhodné je zejména pro lepší numerickou stabilitu citlivostní analýzy i optimalizačního výpočtu. Hodnoty relativních konstrukčních parametrů byly omezeny pomocí horních \bar{p}_s^h a dolních \bar{p}_s^d závorem

$$\bar{p}_s^d \leq \bar{p}_s \leq \bar{p}_s^h, \quad s = 1, 2, \dots, 11.$$

Model testovací převodovky byl parametrizován a bylo vytvořeno původní programové vybavení v systému MATLAB pro modální analýzu a vyšetřování ustálených vibrací modelové převodovky. Pro optimalizační výpočty byly dále využity funkce z Optimalizačního toolboxu MATLABu, který obsahuje velmi propracované a efektivní nástroje pro nelineární optimalizaci. Námi navržené nelineární cílové funkce typů (11) a (14) nabývají pouze skalárních hodnot, proto byla pro numerickou realizaci vybrána optimalizační procedura `fmincon` (The Mathworks, Inc., 2003), umožňující minimalizovat nelineární skalární cílovou funkci a zavádět vazbové podmínky různého typu.

Algoritmus optimalizace implementovaný v optimalizační proceduře `fmincon` je založen na metodě sekvenčního kvadratického programování. Důležitou vlastností procedury je, že hledá lokální minima cílové funkce. Při velkém množství optimalizačních parametrů, když není zajištěna v S -rozměrném prostoru monotónost cílové funkce, je velmi důležitá volba počátečních hodnot návrhových parametrů. Funkce z Optimalizačního toolboxu dovolují minimalizovat také vektorové cílové funkce, ale v tomto příspěvku není tato možnost diskutována, více viz (Hajžman, 2003).

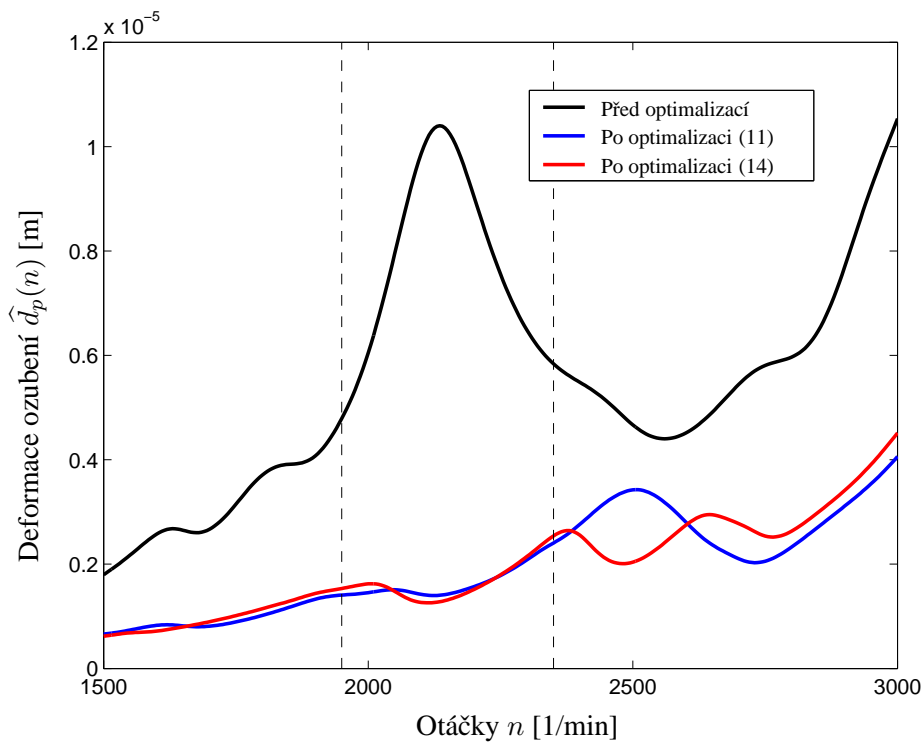
Obě cílové funkce byly implementovány pro vnější statické zatížení definované torzním předpětím $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi = 0,05$ rad. Cílová funkce typu (11) byla navržena pro vybrané provozní otáčky $n_i \in \langle 1950, 2350 \rangle$ 1/min s krokem $\delta n = 10$ otáček za minutu, bylo v ní tedy zahrnuto 40 hodnot horních efektivních odhadů (10) dynamické složky deformace ozubení modelové převodovky. Do cílové funkce typu (14) byly po provedení rezonanční analýzy podle (12) zahrnuty rezonanční otáčky spadající do intervalu $n_{1,k,\nu} \in \langle 1900, 2400 \rangle$, pro $k = 1$ a $\nu = 23 \div 31$, pro $k = 2$ a $\nu = 53 \div 70$, pro $k = 3$ a $\nu = 85 \div 109$. Mírný přesah provozní oblasti byl zvolen pro případ, kdy významný rezonující vlastní tvar kmitání s určitým pořadovým číslem ν , kterému původně nepřísluší rezonanční otáčky z provozního intervalu, se vlivem změny konstrukčních parametrů posune do provozního intervalu. Celkový počet členů cílové funkce typu (14) byl 52. Všechny váhy $g_{p,i}$ a $g_{p,z,k,\nu}$ byly zvoleny rovny jedné.

Výsledné hodnoty návrhových parametrů po optimalizaci s využitím obou typů cílových funkcí jsou společně s horními a dolními závory shrnuty v tab. 1. V této tabulce jsou také

uvedeny časy výpočtu t_v a počty vyčíslení cílové funkce f_{eval} během optimalizačního procesu. Výpočty byly prováděny na PC s procesorem Intel Pentium IV 1,8 GHz a pamětí 512 MB.

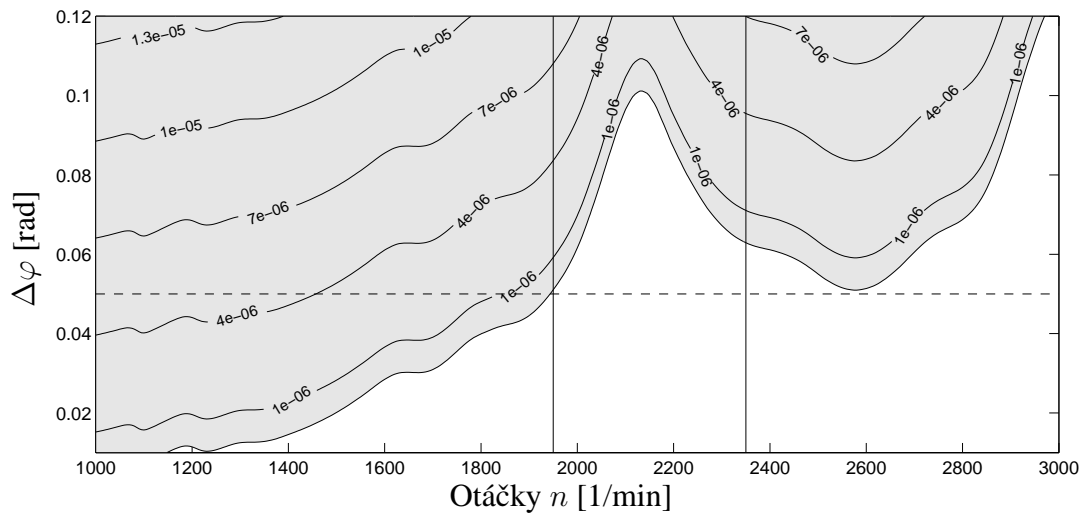
Tab. 1 Hodnoty a omezení vybraných návrhových parametrů, časy výpočtů a počty vyčíslení cílové funkce po optimalizaci s cílovými funkcemi různých typů.

	\bar{p}_s^d	\bar{p}_s^d	Typ (11)	Typ (14)
\bar{D}_I	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{D}_{II}	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{D}_{III}	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{D}_{IV}	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{D}_V	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{D}_{VI}	0,9	1,1	0,9	0,9
\bar{k}_G	0,5	2	2	2
\bar{k}_{B_1}	0,5	2	2	0,512
\bar{k}_{B_2}	0,5	2	1,552	1,512
\bar{k}_{B_3}	0,5	2	2	1,009
\bar{k}_{B_4}	0,5	2	1,641	1,563
f_{eval}			232	176
t_v [min]			30,8	12,5

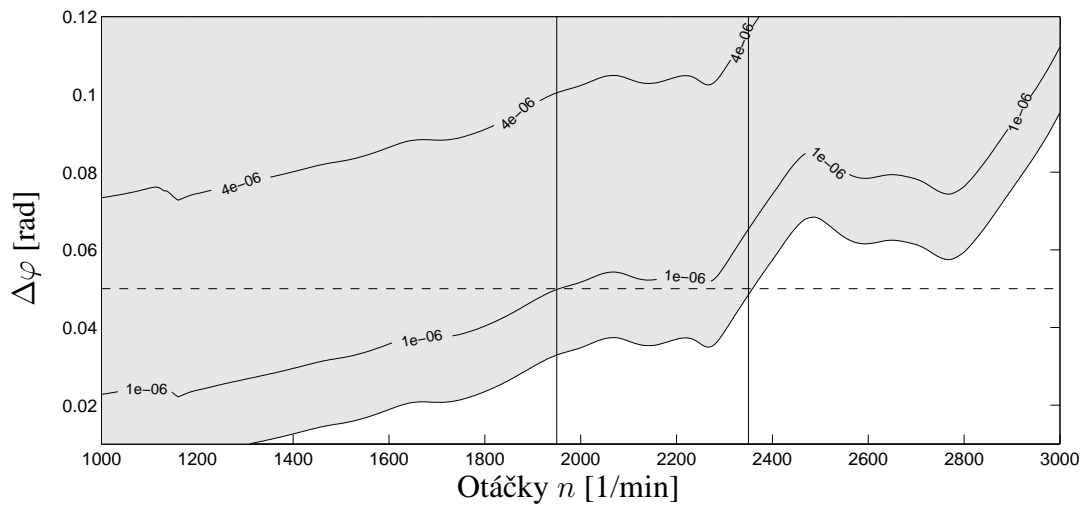


Obr. 3 Horní efektivní odhady deformace ozubení před a po optimalizaci pro různé cílové funkce.

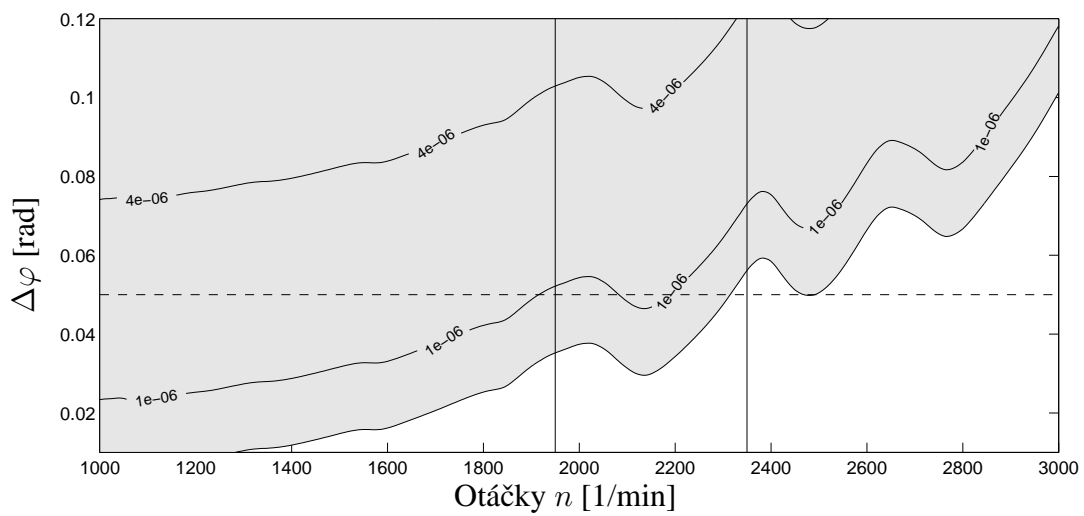
(a) Před optimalizací



(b) Po optimalizaci — typ (11)



(c) Po optimalizaci — typ (14)



Obr. 4 Mapy oblastí stálého záběru před optimalizací a po optimalizaci.

V případě geometrických parametrů bylo dosaženo pro oba typy cílových funkcí dolní meze. Výsledná tuhost ozubení dosáhla rovněž v obou případech horní meze. U tuhostí ložisek nebyl trend vývoje parametrů tak jednoznačný. Z jednotlivých časů potřebných pro výpočet je vidět jistá výhoda cílové funkce složené z deformací ozubení při rezonančních otáčkách, kdy na rozdíl od horních efektivních odhadů je nutné počítat méně amplitud $d_{p,z,k}(n)$.

Na obr. 3 je zobrazeno srovnání horních efektivních odhadů deformace ozubení v blízkém okolí provozních otáček před a po optimalizaci. Pro oba typy cílové funkce došlo k výraznému snížení amplitudy dynamické složky celkové deformace ozubení. Lze říci, že odezva ve sledované provozní oblasti je velmi podobná. Protože hlavním cílem optimalizace bylo rozšíření oblastí stálého záběru při daných provozních parametrech, jsou na obr. 4 zobrazeny mapy stálého záběru v ozubení před a po optimalizaci v závislosti na otáčkách n a statickém torzním předepnutí $\Delta\varphi$. Šedá oblast odpovídá stavům bez ztráty silového záběru a bílá oblast stavům, kdy dochází ke ztrátě silového záběru. Vrstevnice označují stavy se stejnou minimální deformací ozubení. Vertikální plné čáry vyznačují oblast provozních otáček a čárkovaná čára označuje předpětí $\Delta\varphi = 0,05$ rad, pro které byla prováděna minimalizace. Výrazné zmenšení „bílých provozních oblastí“ (mezi provozními otáčkami $n_i \in \langle 1950, 2350 \rangle$) po optimalizaci dokládá velkou efektivnost obou variant optimalizačního procesu.

6. Závěr

Uvedená metoda modální syntézy s kondenzací umožňuje vyšetřit oblasti stálého záběru ozubených kol převodových ústrojí buzených kinematickými úchytkami ozubení a optimalizovat vybrané návrhové parametry tak, aby při daných provozních podmínkách bylo riziko ztráty silového záběru potlačeno.

Příspěvek byl vypracován v rámci výzkumného záměru MSM 235200003 MŠMT a FRVŠ 1337/2004/G1.

7. Literatura

Hajžman, M. (2003) Příspěvek k optimalizaci převodových ústrojí, in: *Proc. Computational Mechanics 2003* (J. Vimmr editor), Vydavatelství ZČU, Plzeň, pp. 95-104.

Hajžman, M., Byrtus, M. & Zeman, V. (2004) *Dynamická analýza a optimalizace převodových ústrojí*. Závěrečná výzkumná zpráva z řešení projektu FRVŠ 2282/2003/G1, Katedra mechaniky ZČU v Plzni, Plzeň.

Slavík, J., Stejskal, V. & Zeman, V. (1997) *Základy dynamiky strojů*. Vydavatelství ČVUT, Praha.

Zeman, V., Dupal, J., Hlaváč, Z., Kovář, L. & Voldřich, J. (2001) Vibration analysis of the car gear-box, in: *Proc. Engineering Mechanics 2001*, Institute of Thermomechanics AS CR, Prague, pp. 297-298 (full text on CD ROM).

Zeman, V., Byrtus, M. & Hajžman, M. (2004) Příspěvek k nelineární dynamice ozubených převodů, in: *Proc. Dynamics of Machines 2004*, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha, pp. 163-170.

The Mathworks, Inc. (2003) *Optimization toolbox User's Guide*. Documentation Version 2, <http://www.mathworks.com>.