



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

CONTRIBUTION TO CALCULATION OF THE STABILITY LIMIT OF MILLING CONSIDERING THE COMPLEX FORCE COEFFICIENT

P.Bach

Summary: *The paper presents firstly a review of the most important method of stability calculation for machining process. Based on this, the evaluation of stable depth limits is provided next. Finally, a new approach to the process stability condition is dealt with, considering a proportionality coefficient in complex form as well as its influence on machine tool performance.*

1. Úvod

Nestabilním procesem obrábění se rozumí stav, kdy za jistých podmínek vznikne mezi nástrojem a obrobkem samobuzené chvění. Za této situace nelze obrábět a je třeba změnit řezné podmínky tak, aby se proces stabilizoval. Jelikož je často nutné snížit řezný výkon stroje, považuje se sklon strojů k nestabilitě za závažný negativní jev a hledají se neustále metody vedoucí k jeho odstranění. Většinou však lze pouze snížit náchylnost soustavy ke vzniku samobuzeného chvění, nikoli ji zcela odstranit. Obecně je ke k tomu nutné udržet statickou a dynamickou tuhost stroje, nástroje a obrobku na dostatečné úrovni. Existují však také metody, které umožňují odstranit nestabilitu obrábění při současném zvýšení řezného výkonu. Mechanismus a příčiny vzniku nestability i klasický výpočet meze stability jsou formulovali J. Tlustý, L. Špaček (1963).

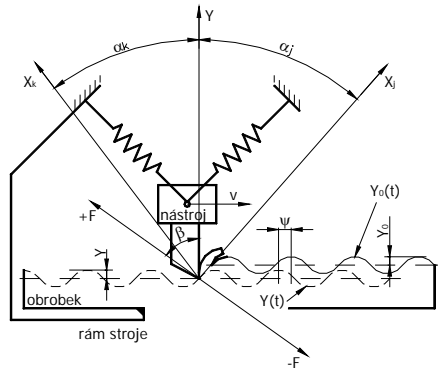
Ke stálé řezné síle přibude na a nad mezí stability periodicky proměnlivá složka, jejíž velikost je úměrná modulační výchylce podle tzv. vazbového koeficientu R_b , který se v klasické teorii předpokládá reálný. Tobias a Poláček (1965) však prokázali, že vazbový koeficient je, přesně vzato, komplexní a frekvenčně závislý. Jestliže považujeme vazbový koeficient za součást přenosu řezného procesu, znamená to, že mezi vstupním budícím signálem řezného procesu a výstupem – řeznou silou, existuje časové zpoždění. V tomto příspěvku ukážeme teoreticky jak tato skutečnost pozmění výpočet a meze stability i samotné hodnoty meze stability. Budeme se rovněž zabývat možnostmi využití komplexity vazbového koeficientu pro zvýšení výkonnosti obrábění.

2. Podmínka stability s reálným koeficientem vazby

Výpočet stability byl publikován v roce 1963, (Tlustý, Špaček, Poláček, Tobias) a mnohokrát ještě později např. Tlustý ve svých stěžejních publikacích (1985 a 1999). Pro odvození podmínky stability platí schéma na Obr. 1. Mechanická konstrukce stroje je na obrázku

znázorněna nástrojem s obrobkem a jejich spojením. Vzájemná (řezná) rychlost nástroje a obrobku je označena vektorem v .

Stroj charakterizují dynamicky jeho tvary kmitů, jejichž relativní výchylky mezi nástrojem a obrobkem jsou např. ve směrech X_k , X_j natočených vůči normále o úhly α_j , α_k , obecně o α_v . Při prvním řezu nástroje vyvolají složky řezné síly, spadající do směru tvarů vlastní kmitání, které se ve směru normály k obráběnému povrchu projeví jako $Y_0(t)$. Nazveme je „vlnitost povrchu“. V následném řezu kmitá stroj kmitů $Y(t)$, které opět počítáme orientovány do směru normály. Kmitání stroje a vlnitost obrobeného povrchu mají amplitudy Y a Y_0 a jsou vzájemně posunuta o fázi ψ . Proti normále má řezná síla F úhel β .



Obr. 1 Odvození podmínky stability

Proměnlivou složku řezné síly můžeme dle Tlustého vyjádřit vztahem:

$$F = Rb.(Y_0 - Y) . \quad (1)$$

Pro výchylku kmitání nástroje platí vztah

$$Y = F.\Phi(f) \quad (2)$$

Rozdíl amplitud vlnitosti a kmitů stroje vyjadřuje variace hloubky třísky. O koeficientu R předpokládáme, že jeho hodnota závisí hlavně na obráběném materiálu a může být korigována řeznými podmínkami, zejména geometrií nástroje. Záleží i na opotřebením nástroje. Koeficient odpovídá měrné řezné síle K_s , čili platí $R=K_s$. Šířka třísky je v teorii stability označena b a odpovídá axiální hloubce třísky označované často a_p . Dále o koeficientu R zatím předpokládáme, že je reálný, tj. že mezi řeznou silou F a tloušťkou třísky (Y_0-Y) , není fázový posuv a velikost síly není závislá na frekvenci kmitání. Funkce $\Phi(f)$ je komplexní, příčná, receptance (příčný přenos, cross-receptance) této kmitavé struktury, platná pro určitý daný bod působí síly F . Předpokládáme-li, že známe směry rozhodujících tvarů kmitů i směr řezné síly a normály, můžeme v dalších úvahách pracovat pouze s orientovanou poddajností $\Phi_o(f)$, tj. s poddajností systému ve směru normály k obráběnému povrchu. Index „o“ pro jednoduchost zápisu vynecháme. Vyloučíme nejprve sílu z rovnic (1) a (2) a použijeme podmínku stability ve tvaru

$$\left| \frac{Y_0}{Y} \right| = 1, \quad (3)$$

což vyjadřuje požadavek, aby se amplituda kmitů v následujících řezech neměnila, čili aby systém setrval přesně na mezi stability. Dalšími algebraickými úpravami dostáváme rovnost absolutních hodnot dvou komplexních funkcí.

$$\left| \frac{1}{Rb} + \Phi \right| = |\Phi|, \text{ neboli } \left| \frac{1}{Rb} + G(f) + jH(f) \right| = |G(f) + jH(f)|$$

Z rovnice plyne podmínka rovnosti reálných částí obou funkcí

$$\frac{1}{Rb} + G(f) = \pm G(f), \quad (4)$$

přičemž rovnost imaginárních částí je evidentní. Pro znaménko plus vede výpočet na nekonečně velkou šířku třísky b . Pro znaménko minus dostaneme konečný tvar podmínky stability:

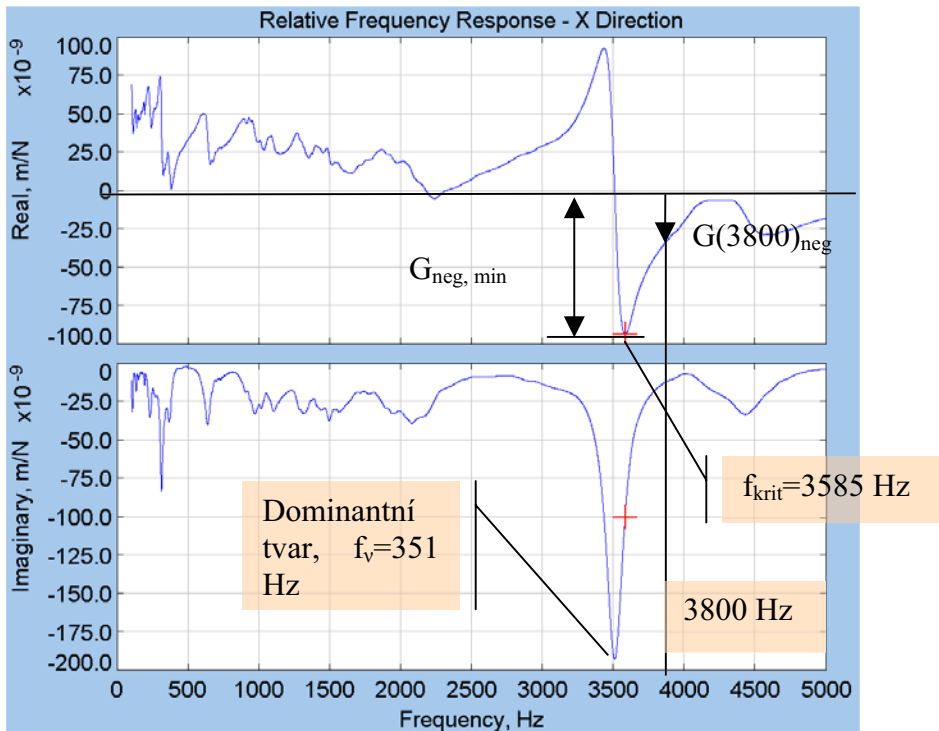
$$Rb = -\frac{1}{2G(f)}. \quad (5)$$

nebo pro hloubku třísky na mezi stability vztah

$$b_{mez} = -\frac{1}{2RG(f)_{neg}}. \quad (6)$$

Obrábění bude stabilní pouze v případě, že

$$b_{mez} \leq -\frac{1}{2RG(f)_{neg}} \quad (6)$$



Obr. 2 Grafický odečet Gmin v reálné charakteristice jednoho dominantního a současně kritického tvaru kmitů, $G_r(f)$

Protože hloubka třísky b je číslo kladné, může být podmínka (6) splněna pouze pro záporné hodnoty $G(f)$. Proto je funkce $G(f)$ označena indexem „neg“. Na Obr. 2 vidíme příklad $G(f)$. Rovnice (6) může být splněna pro všechny hodnoty $G(f)$ od vlastní frekvence 3511Hz výše. Pro $f=f_v$, a f blížíci se ∞ roste šířka třísky nade všechny meze. Podíváme-li se na tvar reálné charakteristiky vidíme, že křivka klesá od hodnoty vlastní frekvence se stoupající budící frekvencí velmi rychle na záporné minimum, jehož hodnotu nazveme kritickou hodnotou. Té odpovídá i kritická frekvence $f_v+\delta=f_{krit}$ [Hz]. Vztah (6) je pak splněn pro minimum funkce $G(f)_{neg, min}$ a příslušná šířka třísky je minimální ze všech možných. Označíme ji b_{krit} . Platí tedy:

$$b_{mez,krit} = \frac{-1}{2RG(f)_{neg,min} \cdot z} \quad (8)$$

kde z je počet zubů nástroje případně, že v záběru je více než jeden zub, např. někdy u frézy. Je-li při obrábění zvolená hloubka třísky větší než b_{mez} , bude se amplituda Y velmi rychle zvětšovat. Díky nelinearitám v systému se ustálí na určité hodnotě. Samobuzené kmity nevzniknou, zvolíme-li šířku menší než mezní. Díky předpokladu reálného R , může být podmínka stability $Y/Y_0=1$ vyjádřena pouze reálnou částí komplexní příčné receptance $\Phi(\omega)$.

3. Podmínka stability s komplexním koeficientem vazby

Tobias a další autoři (1965), uvažovali komplexní koeficient vazby R ve tvaru:

$$R = r \cdot e^{j\rho(f)}, \quad (9)$$

kde $\rho(f)$ je frekvenčně závislá fáze mezi silou a modulační výchylkou a r je absolutní hodnota této komplexní funkce pro každé f . Předpokládejme stejný vztah (1) pro variabilní složku řezné síly. Podmínku stability vyjádříme tentokrát v komplexním tvaru:

$$Y_0 = Y \cdot e^{-j\psi}. \quad (10)$$

kde pro velikosti vektorů (amplitudy vln) stále platí vztah (3). Dosazením (9) do (1) dostaneme:

$$F = -r \cdot e^{j\rho} \cdot b \cdot (Y - Y_0) \quad (11)$$

což dále upravíme na

$$\frac{-1}{r \cdot b} e^{-j\rho} = \frac{Y}{F} - \frac{Y_0}{F} = \frac{Y}{F} - \frac{Y \cdot e^{-j\psi}}{F} = \Phi - r \Phi_0, \quad (12)$$

Tento výsledek nazveme „komplexní rozdílový vektor“ ($\Phi - \Phi_0$). V dalších úvahách budeme pracovat pouze s rozdílovým vektorem. Přináší to jisté výhody oproti klasickému přístupu prostřednictvím G_{min} . K výpočtu stability je nutné znát fázový úhel ρ , jehož měření není jednoduché, protože se musí provádět při obrábění. Proto se tento postup v praxi zatím neujal a většinou se k výpočtům používá reálného přenosu. Nové experimentální možnosti mohou tuto situaci změnit.

4. Komplexní podmínka stability podle Tlustého-Poláčka

Podmínku stability s uvažováním komplexity vazbového koeficientu R můžeme podle Tlustého a Poláčka (1963) odvodit také kvadraturou rovnosti dvou komplexních vektorů. Periodickou složku řezné síly předpokládáme ve stejném tvaru (11) jako Tobias. Odezva systému stroje na proměnlivou složku řezné síly F bude:

$$Y = F \cdot \Phi(\omega) = F[G(\omega) + jH(\omega)] = F[\sum G_i(\omega)] + j \sum H_i(\omega) \quad (13)$$

Podmínka pro stabilitu systému je opět (3). S pomocí rovnic (11) a (13) můžeme nyní vyjádřit podmínku stability takto

$$\frac{|Y|}{|Y_0|} = \left| \frac{(1/rb)e^{-j\rho} + G + jH}{G + jH} \right| = 1 \quad (14)$$

z toho plyne rovnost absolutních hodnot komplexních čísel:

$$\left| \frac{1}{rb} \cdot (\cos \rho - j \sin \rho) + G + jH \right| = |G + jH|$$

Povýšením této rovnice na druhou převedeme celý problém do oblasti reálných čísel.

$$\left(\left| \frac{1}{rb} \cdot (\cos \rho - j \sin \rho) + G + jH \right| \right)^2 = (|G + jH|)^2 \quad (15)$$

Dostaneme:

$$\left(\frac{1}{rb} \cos \rho + G \right)^2 + \left(H - \frac{1}{rb} \sin \rho \right)^2 = G^2 + H^2,$$

$$\frac{1}{rb} \cdot 2G \cos \rho + \frac{1}{(rb)^2} (\cos^2 \rho + \sin^2 \rho) - \frac{1}{rb} 2H \sin \rho = 0.$$

Řešení této rovnice pro $1/rb=0$ nemá smysl. Druhé řešení je

$$-\frac{1}{2rb} = G \cos \rho - H \sin \rho, \quad (16)$$

kde G je suma G_v a H suma H_v .

Z toho pro mez stability $b(f)$ dostáváme:

$$b_{mez}(f) = -\frac{1}{2r \cdot (G \cos \rho - H \sin \rho)}. \quad (17)$$

Protože b je kladná hodnota, je rovnice splněna pro negativní hodnoty jmenovatele.

$$G \cdot \cos \rho - H \cdot \sin \rho \leq 0.$$

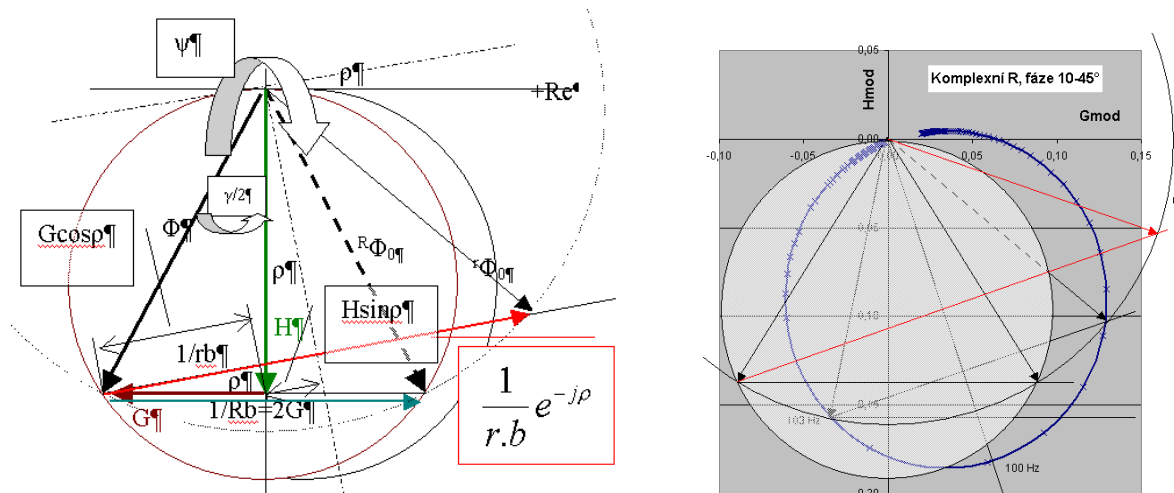
Jelikož i goniometrické funkce dávají kladné hodnoty v uvažovaném rozsahu frekvencí a jemu odpovídajícím úhlům $\rho > 0$, má rovnice (17) smysl pro $|G \cdot \cos \rho| \geq |H \cdot \sin \rho|$, neboť $b_{mez} > 0$.

5. Diskuse výsledků

Podívejme se nejprve na Tobiasovu hypotézu a pokusme se vyjádřit citlivost podmínky stability na komplexitu vazbového koeficientu v širším frekvenčním rozsahu. Vzhledem k tomu, že platí podmínka (3), bude rovnice (12) splněna tehdy, když nositelka rozdílového vektoru svírající s reálnou osou úhel $-\rho$, protne kružnici o poloměru $|\Phi|$ se středem v počátku. Viz Obr. 3. Rovnici (12) znázorníme v komplexní rovině tak, že pro určitou frekvenci vyneseme receptanci $\Phi(f)$. Nositelka bude natočena proti hodinám (CCW) o úhel $-\rho$ vzhledem k reálné ose, protože vektor $(Y - Y_0)$ předbíhá sílu, která leží v $+Re$. Rozdílový vektor má velikost $1/rb$. Úkolem je nalézt maximální velikost rozdílového vektoru, které bude odpovídat minimální hloubka třísky na mezi stability, tedy kritická hloubka. Současně se zjistí frekvence chvění.

$$\text{MAX}(\Phi_0 - \Phi) = \text{MAX} \left| \frac{-1}{r.b} . e^{j\rho} \right| = \text{MAX} \frac{-1}{r.b},$$

$$\left| \frac{-1}{r.b} . e^{j\rho} \right| = \frac{1}{r.b} = |\Phi - \Phi_0| \geq |\Phi - \Phi_0| = 2G, \quad (18)$$



Obr. 3 Vektorový výpočet stability v komplexní rovině s komplexním koeficientem vazby. Vpravo: výpočet na modelu kmitavé soustavy.

Podle (18) je velikost komplexního rozdílového vektoru větší než velikost reálného vektoru. Původní úhel mezi vektory $(\Phi - \Phi_0)^{\text{Real}}$ je ψ . Nyní je tento fázový úhel $(\psi - 2\rho)$, protože úhel γ sevřený mezi vektory se zvětší právě o 2ρ , jak plyne z obrázku vpravo. Za podmínek (9) až (11) je z geometrie obrázku zřejmé, že pro velikost vektoru platí:

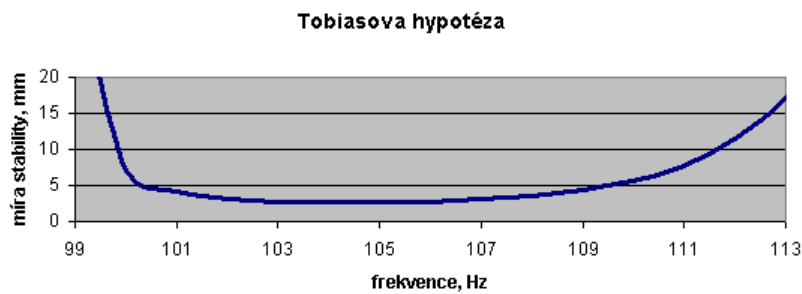
$$\frac{1}{r.b} = |\Phi - \Phi_0| = 2[G(f) \cdot \cos \rho + H(f) \cdot \sin \rho]. \quad (19)$$

Mez stability vyjádřená z tohoto vztahu tedy je

$$b_{mez}(f) = \frac{1}{2r \cdot |G \cdot \cos \rho + H \cdot \sin \rho|} \quad (20)$$

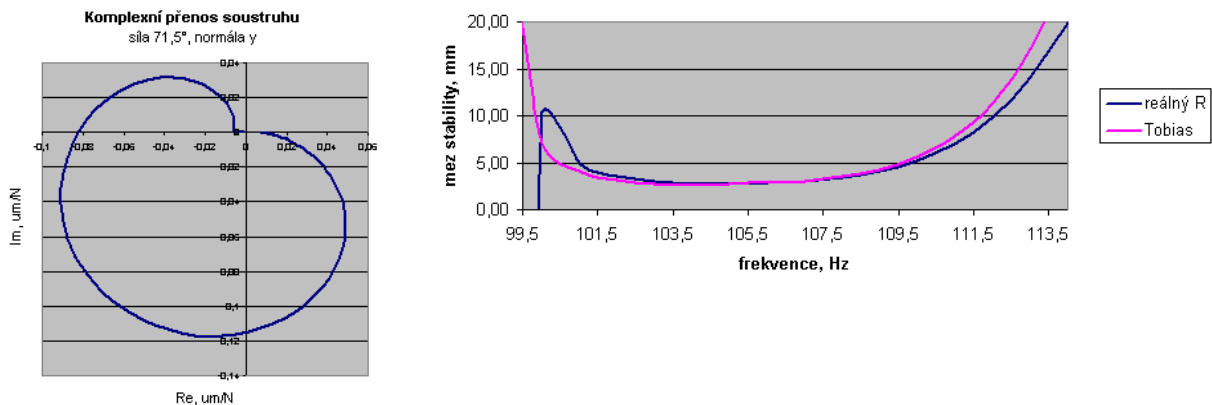
Absolutní hodnotu zavádíme proto, že jmenovatel je v uvažovaném rozsahu fáze $\gamma = 0^\circ$ až 180° negativní. Díky fázi mezi silou a proměnlivou hloubkou třísky závisí nyní b_{mez} na reálné i imaginární části příčného frekvenčního přenosu stroje. Všechny proměnné jsou však reálné funkce frekvence chvění. Pro $\rho = 0$, tj. r reálné, přechází vzorec na tvar (6).

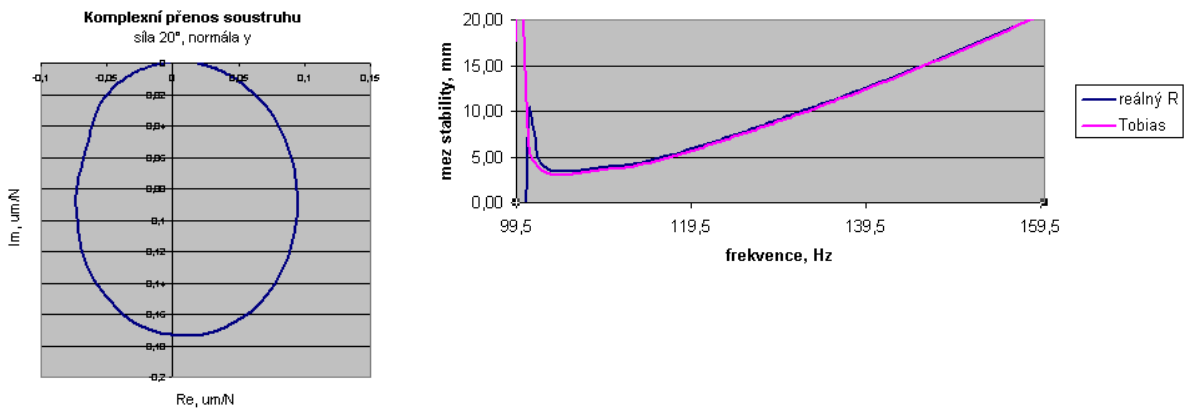
K vyhledání maximální délky rozdílového vektoru (minimální hodnoty b_{mez}) použijeme numerické simulace na modálním modelu soustruhu, jehož parametry byly zvoleny. V praxi se model sestavuje dle naměřených modálních parametrů. Fázi $\rho(f)$ předpokládáme podle Tobiasa v rozsahu (-5° až 40°). Průběh meze stability je na Obr. 4. Hledaný nejdelší rozdílový vektor přísluší frekvenci 105 Hz. To znamená, že s touto frekvencí se objeví samobuzené kmity. Kritická axiální hloubka třísky je 2,67 mm.



Obr. 4 Mez stability podle Tobiasa. Kritická mezní tříska $b_{krit} = 2,67 \text{ mm} / 105 \text{ Hz}$. Konfigurace modelu: vlastní frekvence 100 Hz a 110 Hz, směr síly $71,5^\circ$.

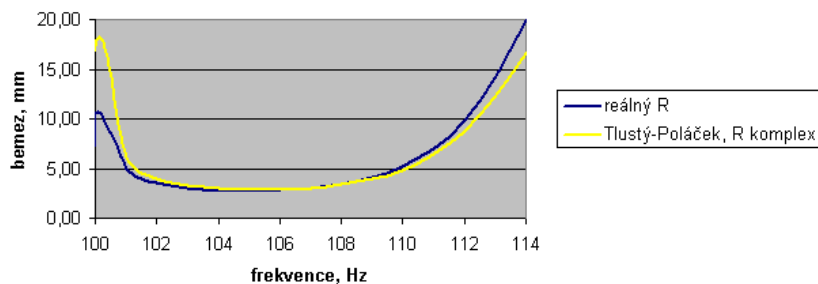
Abychom dokázali tvrzení (18), totiž že mez stability poklesne když bude koeficient vazby komplexní, musíme ještě tento výsledek porovnat s mezní třískou při reálném koeficientu vazby pro daný model a jeho konfiguraci. Na Obr. 5 vidíme výsledek srovnávacího výpočtu pro dvě směrové orientace. Směrové faktory se liší odklonem síly od normály, která má směr osy y , protože se jedná o soustružení stranovým nožem. Nahoře je případ, kdy odklon síly byl $71,5^\circ$. Dole je síla odkloněna jen o 20° . Vlevo jsou komplexní přenosy pro reálný koeficient vazby R . Výsledky v grafech potvrzují teoretické snížení meze stability podle hypotézy Tobiasa a to zejména v oblasti nízkých frekvencí. V okolí minima není rozdíl prakticky žádný. Jen malý vliv má směrová orientace síly, která ovlivňuje hlavně frekvenci, při které chvění nastane, danou extrémem G -přenosu.





Obr. 5 Mez stability pro komplexní R podle Tobiase ve srovnání s reálným koeficientem (Tlustý-Poláček). Hodnoty kritických třisek: nahoře „reál“=2,76mm, „komplex“=2,68mm. Dole „reál“=3,4mm, „komplex“=3,0mm.

Graf meze stability podle Tlustého a Poláčka vidíme na Obr. 6. Je použit stejný model jako v předchozím případě se směrem síly 71,5°.



Obr. 6 Mez stability podle Tlustého-Poláčka (komplexní R)

Kritická hodnota mezní třísky je u daného modelu prakticky stejná s křivkou s reálným R. Tentokrát je při vyšších frekvencích stabilita nižší. Značný vliv na zvýšení meze stability má komplexní vazbový koeficient v oblasti nízkých frekvencí.

Obě hypotézy považují přenos mechanické struktury stroje za neproměnný ve smyslu působení fáze ρ . Pokusme se nastínit jiný pohled na vektorovou rovnici s rozdílovým vektorem. Použijeme stejný tvar koeficientu vazby jako Tobias i Tlustý a napíšeme přenos řezného procesu s vazbovým koeficientem rovným K_s , což je měrná řezná síla a reálná hodnota.

$$Rb(j\omega) = K_s \cdot b \cdot e^{j\rho(\omega)}. \quad (21)$$

Budící síla bude:

$$F = K_s \cdot b \cdot (Y_0 - Y) \cdot e^{j\rho}. \quad (22)$$

Rovnice vyjadřuje předpoklad, že modulovaná síla se opožďuje za (modulační) výchylkou, tj. za změnou hloubky třísky o fázový úhel ρ . Podmínku stability zachováme v komplexním tvaru:

$$Y_0 = Y \cdot e^{-j\psi}, \text{ přičemž platí } |Y| = |Y_0|. \quad (23)$$

To znamená, že vlnitost má na mezi stability stejnou amplitudu jako kmity nástroje a jejich vzájemná fáze je ψ . Dosazením (23) do (22) dostaneme pro modulovanou sílu

$$F = K_s \cdot b (Y e^{j(-\psi+\rho)} - Y e^{j\rho}) \quad (24)$$

což postupným dělením Rb a F upravíme na konečný vztah:

$$\frac{1}{K_s \cdot b} = \Phi \cdot e^{j(-\psi+\rho)} - \Phi \cdot e^{j\rho} = (\Phi_0(f) - \Phi(f)) \cdot e^{j\rho(f)} = \Phi_{0\text{mod}} - \Phi_{\text{mod}}. \quad (25)$$

Tato rovnice zdůrazňuje, že oba vektory, vektor „vlnitosti“ Φ_0 i vektor „kmitů“ Φ , jsou modifikovány stejným vektorem $e^{j\rho(f)}$ závislým na vzájemné fázi budící síly a proměnlivé hloubky třísky. (viz Obr. 7). Zdůrazňujeme, že oba vektory mají stejnou frekvenci. Vektor $\Phi(f)$ je natočen o jistý úhel $\rho(f)$. Protože se o stejný úhel a ve stejném smyslu se natočí i vektor $\Phi_0(f)$, zachovává se délka rozdílového vektoru $\Phi_0(f) - \Phi(f)$ v modifikovaných souřadnicích. Platí:

$$|\Phi_0(f) - \Phi(f)| = |\Phi_{0\text{mod}} - \Phi_{\text{mod}}| = 2G(f) \quad (26)$$

Vypočteme souřadnice konce modifikovaného přenosu v původních souřadnicích Re, Im ležícího v kvadrantu, kde obě souřadnice jsou záporné.

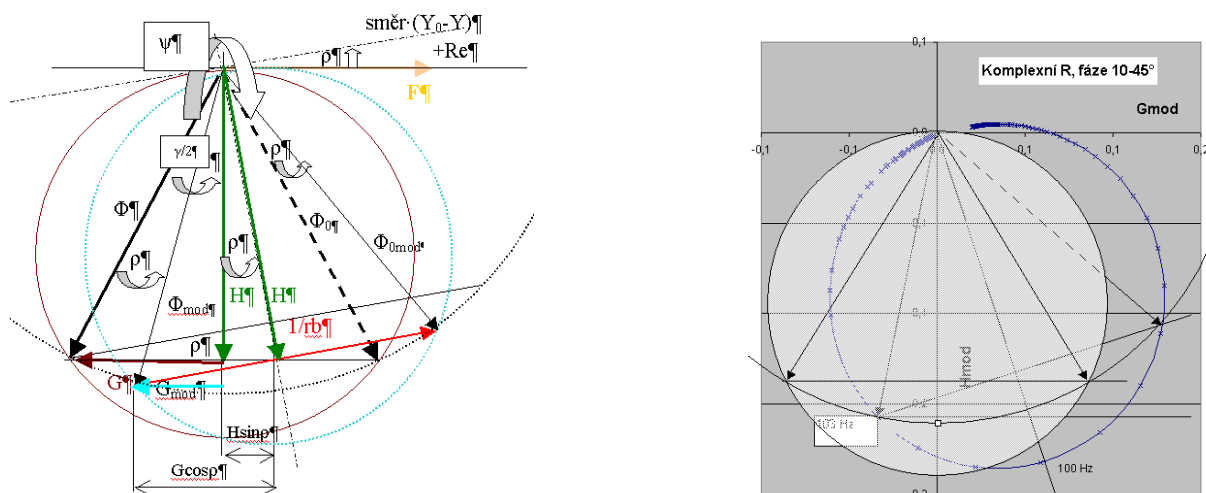
$$\begin{aligned} \Phi_{\text{mod}} = \Phi \cdot e^{j\rho} &= (-G - jH) \cdot (\cos \rho + j \sin \rho) = -(G \cos \rho - H \sin \rho) - j(G \sin \rho + H \cos \rho) = \\ &= -(G_{\text{mod}} + jH_{\text{mod}}) \end{aligned} \quad (27)$$

Nezávisle byl shora podle Tlustého-Poláčka odvozen vzorec (17). Jeho porovnáním s rovnicí (27) vidíme, že člen jmenovatele $(G \cdot \cos \rho - H \cdot \sin \rho)$ je reálná souřadnice modifikovaného přenosu Φ_{mod} . Mez stability je tedy dána dvojnásobkem reálné souřadnice přenosu $\Phi(f)$ modifikovaného fází ρ . Velikost souřadnice lze odvodit i z geometrických vztahů v Obr. 7 jak je naznačeno kótami $G \cdot \cos \rho$ a $H \cdot \sin \rho$. Pro hloubku třísky na mezi stability podle toho platí:

$$b_{\text{mez}} = \frac{-1}{2K_s \cdot G_{\text{mod,neg}}}, \quad (28)$$

kde jsme G_{mod} označili ještě indexem „neg“ na znamení, že vztah má smysl pouze pro záporné souřadnice.

V rovnici (25) jsou K_s i b reálná čísla. Stejně jako u reálného koeficientu vazby, bude rozdílový vektor reálný pouze v případě, že úhel sevřený vektory $\Phi_0(f)$ a $\Phi(f)$ bude půlen imaginární osou. To je splněno v modifikovaném souřadném systému a pravá strana rovnice je pak reálná. Viz Obr. 7. Vektor $\Phi_{0\text{mod}} - \Phi_{\text{mod}}$ je rovnoběžný s natočenou reálnou osou. Reálné číslo $(1/K_s \cdot b)$ je velikost modifikovaného rozdílového vektoru. Čili, můžeme psát také:



Obr. 7 Modifikace komplexního přenosu. Příklad modifikace přenosu systému se dvěma stupni volnosti a násobnými vlastními frekvencemi.

$$\frac{1}{K_s \cdot b} = |(\Phi_0(f) - \Phi(f)) \cdot e^{j\rho(f)}| \quad (29)$$

Velikost rozdílového vektoru je dána absolutní hodnotou rozdílu modifikovaných vektorů poddajností pro každou budící frekvenci. Tento rozdíl ovlivňuje pouze vzájemná fáze těchto vektorů ψ , resp. γ a nikoliv fáze $\rho(f)$. Přenosy stroje Φ a Φ_0 jsou pootočený v komplexní rovině o stejný úhel $\rho(f)$, protože mají stejnou frekvenci. Protože reálné ani imaginární části těchto přenosů již nejsou v původních souřadnicích stejné, není jejich rozdíl reálné, ale komplexní číslo, navíc frekvenčně závislé. Pro toto číslo pak platí úprava rovnice (12), Tobiasův tvar:

$$\frac{1}{K_s \cdot b} \cdot e^{-j\rho} = \Phi_0 - \Phi \quad (30)$$

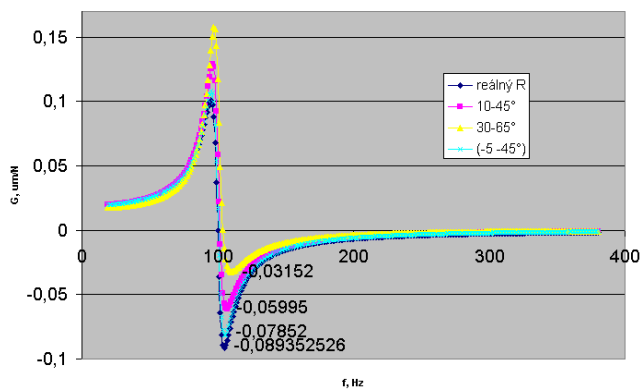
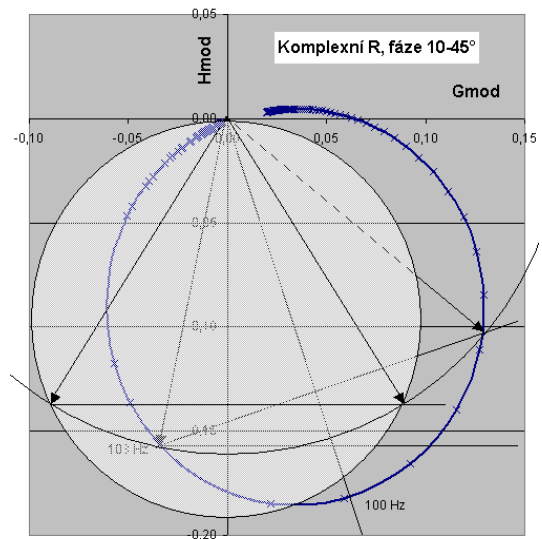
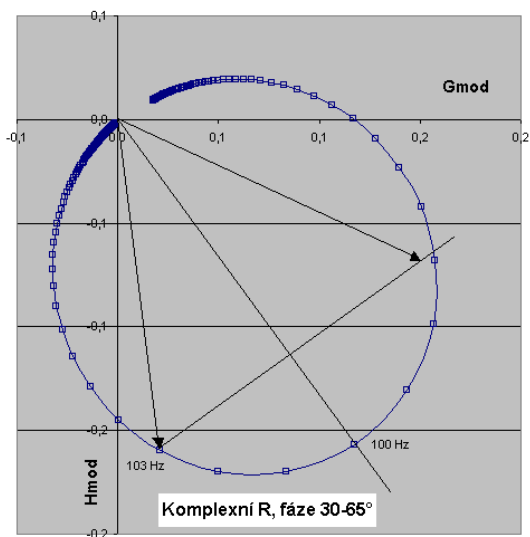
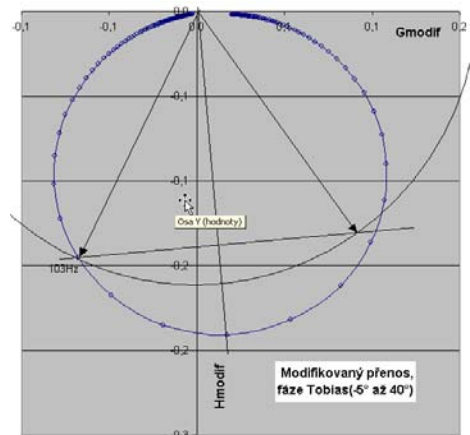
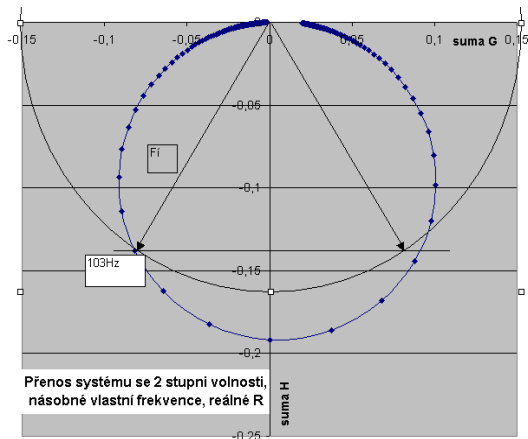
Známe-li funkce $\Phi(f)$ a $\rho(f)$ vypočteme hledané hodnoty b_{mez} na mezi stability přímo z (28). Za vazbový koeficient dosadíme hodnotu měrné řezné síly K_s . Obrábění bude stabilní, pokud bude zvolena hloubka třísky dle nerovnosti:

$$b_{mez} \leq \frac{-1}{2 \cdot K_s \cdot (G \cos \rho - H \sin \rho)} \quad (31)$$

kde přenosy G a H jsou opět míněny jako součtové receptance orientované do zvoleného směru. Hodnoty G a H zde dosazujeme se znaménky tak, jak je čteme z charakteristik. Fázi ρ předpokládáme rovnoměrně závislou na frekvenci. Použijeme-li Nyquistovy podmínky pro mez stability je přenos otevřené smyčky

$$\Phi \cdot (1 - e^{-j\psi}) \cdot K_s \cdot e^{j\rho} \cdot b = -1 \quad (32)$$

Pro rozdílový vektor dostáváme stejný vztah jako (30).



Obr. 8 Modifikace komplexního přenosu a reálných charakteristik jednotkovým vektorem $e^{j\rho}$.

6. Závěr

Uvažováním komplexního vazbového koeficientu zavedeme do vztahu pro mez stability imaginární složku přenosu stroje. Úroveň stability nyní již nezáleží pouze na G-přenosu, ale na rozdílu G- a H-přenosů, resp. jejich průmětů. To znamená, že mezní tříska modifikovaného přenosu může být vyšší oproti přenosu nemodifikovanému. Zvýšení záleží na fázovém úhlu ρ

a na imaginární části přenosu H a na jejich vztahu k G -přenosu, jakož i na budící frekvenci, resp. otáčkách nástroje. Tato teoreticky zjištěná skutečnost se opírá o experimentálně potvrzenou existenci fázového posunutí ρ .

Na základě předchozích úvah a výpočtů je možné formulovat tuto hypotézu: mez stability a tedy i výkonnost stroje by bylo možné zvýšit nuceným zavedením fázového zpoždění periodické složky řezné síly a její modulační výchylky.

7. Poděkování

Tato práce vznikla za finančního přispění MŠMT v rámci podpory projektu výzkumu a vývoje LN00B128.

8. Literatura

- J. Tlustý, L. Špaček, (1954) Samobuzené kmity v obráběcích strojích, ČSAV, Praha,.
- J. Tlustý, (1999) Manufacturing Processes and Equipment, Prentice Hall, New Jersey.
- J. Tlustý, M. Poláček, (1963) The Stability of the Machine Tool Against Self Excited Vibration in Machining, *Proc. Eng. Res. Conf. ASME*, Pittsburgh,.
- J. Tlustý, (1965) A Method of Analysis of Machine Tool Stability, *Proc. M.T..D.R. Conference Manchester*.
- S.A. Tobias, (1965) Machine Tool Vibration, Blackie and Son, London.
- J. Tlustý, (1985) „Machine Dynamics“, *Chapter 3 in Handbook of High-Speed Machining Technology*, ed. R.I.King, New York, Chapman and Hall.