INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

MONITORING OF THE CRACK GROWTH IN GROOVED CT-SAMPLE BY POTENTIAL METHOD

J. Balík[1], L. Korec[2]

Summary: *The calibration of the potential method DC/PD is calculated for the side-grooved CT-sample with point current inputs. The grooves are modelled by a line transition resistance producing a potential discontinuity. The groove-less field and groove resistance parameter are found using the conformal mapping in related perpendicular planes. The goove correction to the field is solved as a boundary value problem of the third kind. The check of calibration using independent measurements of creep crack extension (in steel P91 at 600°C) reveals the accuracy of about 0.1 mm. So, the continuous monitoring of the crack growth becomes available without any post fitting of the calibration curves.*

1. Úvod

Sledování velikosti a růstové rychlosti trhlin je důležitou a dosti choulostivou úlohou, objevující se jak v laboratorních podmínkách, tak u reálně provozovaných součástí. V prvním případě slouží získaná data k nalezení obecných podmínek šíření trhlin v závislosti na způsobu zatěžování, teplotě a typu prostředí, v druhém případě např. k odhadu zbytkové životnosti součásti.

Pro měření trhliny je široce použitelná a relativně dostupná elektrická metoda založená na faktu, že distribuce elektrického potenciálu při průchodu stejnosměrného proudu je závislá na konfiguraci vnitřních nevodivých ploch. Ve srovnání s optickým měřením nebo metodou detekující aktuální tuhost tělesa se potenciálová metoda (DC/PD) hodí (Gandossi et al., 2001) pro každou geometrii, má vysokou citlivost, výbornou reprodukovatelnost a dovoluje spojité automatické měření. K rizikům však patří možnost podhodnocení délky trhliny v důsledku zkratu přes lomové plochy nebo problémy s indukčností a šumem při použití v elektricky vytápěných pecích.

Kalibrační relace mezi elektrickým potenciálem v určitém bodě tělesa a délkou trhliny může být určena řešením příslušné okrajové úlohy nebo empiricky. Druhý způsob vychází ze série měření na jednom nebo více kalibračních vzorcích, přečemž jsou buď detekovány prefabrikované trhliny o známých délkách, nebo se měří jejich růst během zatížení (opticky na fasetě) či po testu (na rozlomeném vzorku ze značek od přívažků, přetěžovacích cyklů). Kromě pracnosti a zdlouhavosti se jako problematické u těchto kalibrací jeví zejména detekce čela trhliny a reprodukovatelnost výsledků. Takovými metodami však mohou být nezávisle a

[1] RNDr. Jaroslav Balík, CSc, SVÚM a.s.; Areál VÚ Běchovice; 190 11Praha 9; e-mail: balik@svum.cz
[2] Ing. Ladislav Korec, CSc, TECHLAB s.r.o.; Sokolovská 207; 190 00 Praha 9, e-mail: techlab@czn.cz

bezprostředně ověřeny jiné způsoby vyhodnocovámí. Pozoruhodné jsou empirické kalibrace, užívající různě konstruované zvětšené repliky vzorku. Modelem může být i elektrolytická lázeň v (průhledné) tvarované nádobě, kdy vnořením nevodivých přepážek lze pohodlně simulovat libovolnou konfiguraci trhlin.

Potenciál φ v elektricky homogenním tělese z isotropního materiálu o vodivosti σ je harmonickou funkcí, přičemž na povrchu Σ tělesa, kromě míst Σ_I s proudovými přívody, je normálová složka proudové hustoty nulová. Kalibrace tedy vyplývá z řešení Laplaceovy rovnice s okrajovou podmínkou Neumannova typu

$$\Delta\varphi = 0, \quad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}\right|_{\Sigma-\Sigma_I} = 0\,, \tag{1}$$

k povrchu Σ se ovšem počítají i břehy trhlin. Úloha bývá standardně řešena numericky, např. metodou konečných prvků. Velmi přesné hodnoty potenciálu ve všech bodech, včetně okolí proudových singularit, však poskytuje analytické řešení – pokud je proveditelné. Všechny geometrické parametry mohou být v analytickém vyjádření měněny s libovolnou jemností a jejich vliv na potenciál je přehledný.

Kalibrace bývají definovány prostřednictvím normalizovaného potenciálu

$$v = \frac{\varphi}{\varphi_0} - 1\,, \tag{2}$$

kde φ_0, φ jsou potenciály v daném bodě pro počáteční a aktuální délku trhliny a za předpokladu konstantního celkového proudu I a vodivosti. Splnění posledních podmínek při reálném měření napětí V_0, V je však problematické: zdroj konstantního proudu může vykazovat drift, vodivost se může měnit v důsledku dlouhodobých creepových nebo únavových expozic. Proto je lepší vztahovat měrné napětí V k vhodnému referenčnímu napětí V_r, měřenému ve stejném stavu (okamžiku). Podmínkou je, aby se z poměru V/V_r nevytratila citlivost na délku trhliny, t.j. aby referenční napětí rostlo s trhlinou co nejpomaleji.

Vyhodnocení redukovaného napětí V/V_r s užitím kalibračních funkcí typu (2) by v každém stavu záviselo na čtyřech experimentálních hodnotách:

$$\frac{V}{V_r} = \frac{v+1}{v_r+1}\frac{V_0}{V_{r0}}\,,$$

z nichž V_0 a V_{r0} jsou pevné a vnášely by do výsledků systematickou chybu. Je vhodnější vycházet z obecné faktorizace potenciálu do formy

$$\varphi(h,\vec{r},I,\sigma) = q\cdot g(h,\vec{r})\,, \tag{3}$$

kde veličina $q \propto I/\sigma$ a funkce g –nazývejme ji geometrickým potenciálem- závisí jen na geometrických parametrech úlohy. Pak

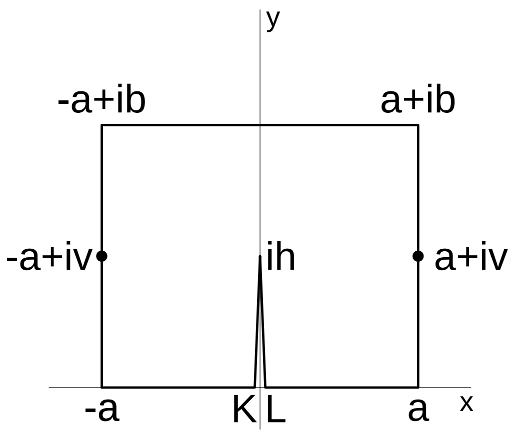
$$\frac{V}{V_r} = \frac{g}{g_r}$$

a aktuální délka trhliny je korelována jen s příslušným redukovaným potenciálem.

Cílem práce je analytické vyřešení potenciálového pole pro obdélníkový vzorek s jednostrannou trhlinou, t.j. typu CT. V dosavadní praxi se v takové situaci užívá analýza vycházející z nekonečného natrženého pásku (Johnson 1965) nebo poněkud jednodušší model poloroviny s trhlinou na okraji. V obou případech je předpokladem homogenní distribuce proudouvé hustoty v nekonečnu. Předkládané řešení realisticky uvažuje bodové zdroje proudu na kontuře obdélníku. Je také modelován vliv drážky, která bývá prefabrikována v očekávaném směru šíření trhliny a jež mění charakter úlohy na trojrozměrný.

2a. Řešení pro obdélník s trhlinou

Situace trhliny a proudových přívodů v obdélníkovém vzorku o konstantní tloušťce je naznačena na obr. 1. Okrajová úloha (1) je dvourozměrná a lze ji řešit s užitím konformního zobrazení. Při něm se zachovává jak harmoničnost potenciálu, tak podmínka ortogonality ekvipotenciálních čar ke kontuře vzorku a břehům trhliny.



Obr.1 CT-vzorek s přívody proudu

Nejprve se vnitřek obdélníku zobrazí standardním způsobem, t.j. s užitím Schwarz - Christoffelova integrálu, na polorovinu Im w≥0:

$$z = C\int_0^w \frac{d\omega}{\sqrt{(1-\omega^2)(1-k^2\omega^2)}} = C\cdot\Phi(w,k)\,, \quad (4)$$

kde funkce Φ jednoduše souvisí s eliptickým integrálem 1. druhu o modulu k: $F(\phi,k)=\Phi(\sin\phi,k)$. Konstanty k a C se určí dosazením souřadnic vrcholů obdélníka:

$$\begin{aligned} a &= C\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = CF(\tfrac{\pi}{2},k) = CK(k) \\ b &= \int_1^{1/k} \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}} = \ldots = CK(k') \end{aligned} \qquad (5)$$

kde K je úplný eliptický integrál 1. druhu a $k'=\sqrt{1-k^2}$ je tzv. doplněk modulu k. Při známých k, C a s užitím Jacobiho eliptického sinu, definovaného jako inversní funkce k Φ: $\mathrm{sn}[\Phi(\sin\phi)]\equiv\sin\phi$, může být zobrazení (4) vyjádřeno regulární komplexní funkcí

$$w = \mathrm{sn}\left(\frac{z}{C}\right)_k . \qquad (6)$$

Čelo trhliny v bodě ih se zobrazí do bodu iH roviny w. S pomocí eliptické tangenty o doplňkovém modulu k' (Byrd & Friedman, 1954) a při redukci délky trhliny šířkou vzorku b s užitím (5) to lze vyjádřit

$$H = \mathrm{tn}\left\{K(k')\frac{h}{b}\right\}_{k'} . \qquad (7)$$

Přívody proudu v bodech ±a + iv přejdou v reálné body ±β roviny w, 1 < β < 1/k:

$$\beta(v) = \left[1 - k'^2 \mathrm{sn}^2 \left\{K(k') \frac{v}{b}\right\}_{k'}\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Dalším krokem je převedení břehů trhliny z imaginární úsečky 0-iH v rovině w na reálnou osu roviny w_1. Užijeme k tomu známé zobrazení

$$w_1 = \sqrt{w^2 + H^2}\,, \tag{9}$$

takže výsledné zobrazení z $\leftrightarrow$ w_1, které převádí konturu vzorku včetně břehů trhliny na reálnou osu, se vyjadřuje

$$w_1 = \sqrt{\mathrm{sn}^2\left(\frac{z}{C}\right)_k + H^2}\,. \tag{10}$$

Proudové přívody přecházejí do reálných bodů $\pm a_1 = \pm\sqrt{\beta^2 + H^2}$.

Okrajové podmínky na kontuře a trhlině včetně proudové bilance v okolí přívodů jsou v nekonečné rovině w_1 zřejmě splněny potenciálem od dvojice opačných bodových nábojů, umístěných v bodech $\pm a_1$:

$$\varphi(w_1) = 2q\left(\lg|w_1 + a_1| - \lg|w_1 - a_1|\right). \tag{11}$$

Faktor q, zavedený již v rov.(3), vyplývá z bilance proudového zatížení. Vodivost a gradient potenciálu určují proudovou hustotu $\vec{j} = -\sigma\vec{\nabla}\varphi$, takže celkový proud je

$$I = -\frac{1}{2}\sigma B \int_C \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}, \vec{n}ds\right),$$

kde B je tloušťka vzorku, uzavřená křivka C obklopuje (kladný) proudový pól a $\vec{n}$ je vektor vnější normály. Hodnoty křivkového integrálu ($= \int_C dF$, F je komplexní potenciál, φ=Im F) v rovinách z a w_1 jsou si rovny a v integrandu se místo φ může brát jen potenciál od zdroje, ležícího uvnitř křivky. Jelikož $\int_C \left(\frac{\partial \lg r}{\partial\vec{n}}, \vec{n}ds\right) = 2\pi$, získáváme kalibrační relaci

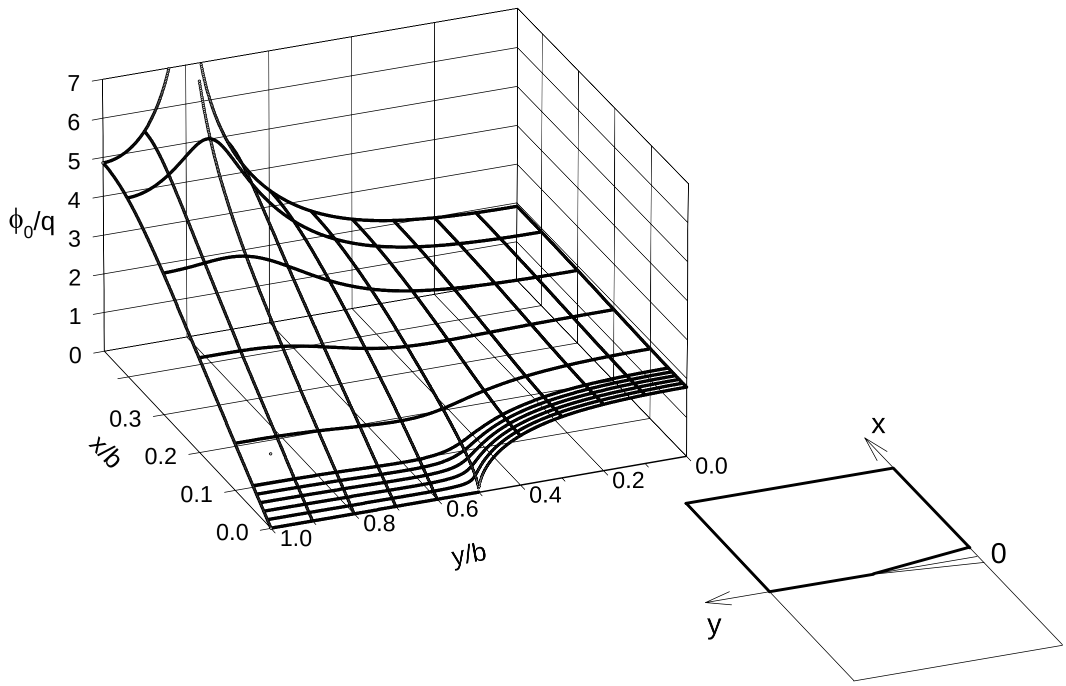
$$q = \frac{I}{2\pi\sigma B}. \tag{12}$$

Na základě vzorce (11) a transformačního vztahu (10) je možno konstruovat geometrický potenciál φ(x,y)/q ve výchozích souřadnicích vzorku.

2b. Vliv drážky na potenciálové pole

Funkce $\varphi = V_0(x,y)$ daná vztahy (10), (11) odpovídá potenciálu ve vzorku o konstantní tloušťce B, t.j. bez drážky podél nosného ligamentu <ih; ib>, viz obr. 1. Příklad geometrického potenciálu $V_0(x,y)/q$ pro konkrétní délku trhliny a posice přívodů je na obr. 2, přičemž bylo zvoleno k = sin 8°, t.j. a/b = 0.468412..., srov. vztahy (5). Takový poměr stran je, s ohledem na „celostupňové“ tabulky (Byrd & Friedman, 1954) eliptických integrálů, nejbližší námi používanému TDCB – vzorku s nominálními rozměry a = 30, b = 65 mm, viz odst. 3.

Elektrický vliv drážky budeme modelovat jistým přechodovým odporem podél její linie. Normálový proud j_x jednotkou délky drážky je pak úměrný rozdílu potenciálů V_+ - V_b na (pravém) okraji a v úpatí drážky. Spojitost s proudem přitékajícím z homogenní části desky se



Obr. 2: Vzorek bez drážky, a/b=0.468412.., h/b=0.5, v/b=0.8

vyjadřuje podmínkou

$$j_x = -\frac{\sigma B}{\rho}\left(V^+ - V_b\right) = E_x \sigma B = -\sigma B \frac{\partial V}{\partial x}\bigg|_+ , \tag{13}$$

kde E_x je složka elektrické intensity kolmá k linii drážky, a ρ[m] nazývejme *geometrickým odporem* drážky. Je účelné vyjádřit potenciál součtem

$$V = V_0 + \Omega , \tag{14}$$

kde potenciál V_0 ve vzorku o homogenní tloušťce B zahrnuje okrajové podmínky proudových přívodů a Ω je harmonická oprava, která k proudové bilanci nepřispívá:

$$\oint \frac{\partial \Omega}{\partial \vec{n}} \vec{n} ds = 0 . \tag{15}$$

Uzavřená integrační cesta je tvořena konturou poloviny vzorku, trhlinou a zbývajícím nosným ligamentem s drážkou. Okrajová podmínka na kontuře a trhlině je

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \vec{n}} = 0 , \tag{16_1}$$

zatímco pro (pravý) okraj drážky plyne z (13) a (14)

$$\left.\frac{\partial\Omega}{\partial x}\right|_{+} - \frac{1}{\rho}\Omega_{+} = -\left.\frac{\partial V_0}{\partial x}\right|_{+}. \qquad (16_2)$$

(Hodnoty V_b, Ω_b v úpatí drážky jsou zvoleny nulové). Z (15) a (16) okamžitě plyne střední hodnota opravy na na ligamentu:

$$<\Omega>=\rho\left\langle\frac{\partial V_0}{\partial x}\right\rangle = \rho\frac{I}{\sigma B(b-h)} = \rho\frac{2\pi q}{b-h}. \qquad (17)$$

Oprava by byla uniformní v celé polovině vzorku za předpokladu konstantního $\partial V_0/\partial x$ na ligamentu. Z obr. 2 je zřejmé, že je to přibližně splněno, s výjimkou těsné blízkosti k čelu trhliny, takže vzorec (17) může být použit k rychlému odhadu vlivu drážky na potenciál.

Vyšší aproximace opravy hledáme s užitím Fourierovy metody (separace proměnných), která nabízí rozvoj

$$\Omega(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m \mathrm{ch}\frac{\pi m(x-a)}{b}\cos\frac{\pi m y}{b}. \qquad (18)$$

Jenotlivé členy jsou harmonické a splňují potřebné okrajové podmínky na stranách vzorku $0 \le x \le a\,;\, y = \{0;b\}$ a $x = a\,;\, 0 \le y \le b$. Rovněž nulovost střední hodnoty $\partial\Omega/\partial x$ na úsečce s ligamentem a trhlinou je tak zajištěna. Koeficienty c_k vyplývají z okrajových podmínek $(16_{1,2})$ na trhlině a ligamentu s drážkou a určíme je minimalisací výrazu

$$S = w\int_0^h \left(\frac{\partial\Omega}{\partial x}\right)^2 dy + \int_h^b \left(\frac{\partial\Omega}{\partial x} - \frac{\Omega}{\rho} + \frac{\partial V_0}{\partial x}\right)^2 dy = \min\mathrm{imum}, \qquad (19)$$

kam se dosazují rozvoje plynoucí z (18) pro x=0. Podmínky $\partial S/\partial c_k = 0,\ k = 0,1,2...$ dávají nekonečnou soustavu rovnic

$$\sum_{m=0}^{\infty}\left(wB^H_{k,m} + B^L_{k,m}\right)c_m = \frac{\rho}{b}g_k,\ k = 0,1,2,... \qquad (20)$$

kde

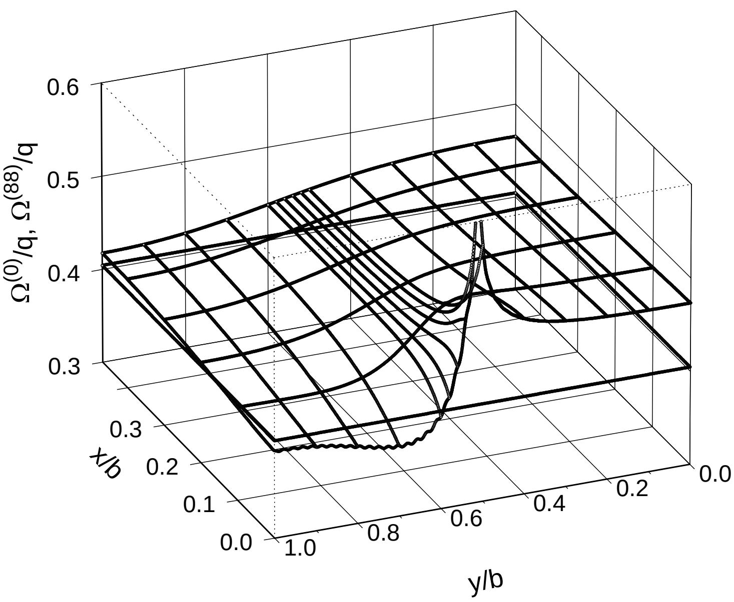
$$B^H_{k,m} = \left(\pi\frac{\rho}{b}\right)^2 km\cdot\mathrm{sh}\frac{\pi k a}{b}\mathrm{sh}\frac{\pi m a}{b}\times\frac{1}{b}\int_0^h \cos\frac{\pi k y}{a}\cos\frac{\pi m y}{a}dy,$$

$$B^L_{k,m} = \left(\mathrm{ch}\frac{\pi k a}{b} + \pi k\frac{\rho}{b}\mathrm{sh}\frac{\pi k a}{b}\right)\left(\mathrm{ch}\frac{\pi m a}{b} + \pi m\frac{\rho}{b}\mathrm{sh}\frac{\pi m a}{b}\right)\times\frac{1}{b}\int_h^b \cos\frac{\pi k y}{a}\cos\frac{\pi m y}{a}dy,$$

$$g_k = q\left(\mathrm{ch}\frac{\pi k a}{b} + \frac{\rho}{b}\pi k\,\mathrm{sh}\frac{\pi k a}{b}\right)J_k,$$

a je zavedeno značení $J_k \equiv \int_h^b \frac{\partial(V_0/q)}{\partial x} \cos\frac{\pi k y}{b} dy$. Pro numerický výpočet těchto integrálů se gradient potenciálu V_0 na nosném ligamentu vyjádří parametricky, na základě (10) a (11), prostřednictvím souřadnice iv_1 roviny w_1.

Různé aproximace drážkové opravy se získají volbou konečné horní meze $\widehat{k}$ rozvoje (18). Rovnoměrnost těchto aproximací je ovlivňena váhou w. Budeme ji modelovat tak, aby oba integrandy v (19) byly stejného řádu v ρ/b a aby sčítance byly zastoupeny v poměru (zhruba) nezávislém na h. S uvážením zřejmé singularity $\Omega \propto 1/\Delta y$ v okolí čela trhliny, která je



Obr. 3: Konstantní drážková oprava podle (17) a „přesná“ oprava řádu $\widehat{k} = 88$, váha (21). Geometrie vzorku, trhliny a přívodů viz obr. 2.

buzena analogickou singularitou funkce $\partial V_0/\partial x$, lze odhadnout: integrand prvního členu ~ $1/h^2$, integrand druhého členu ~ $1/(b-h)^2$. Pro váhu se tak dostává formule

$$w = k_{cal} \frac{h}{b-h}\left(\frac{b}{\rho}\right)^2 . \tag{21}$$

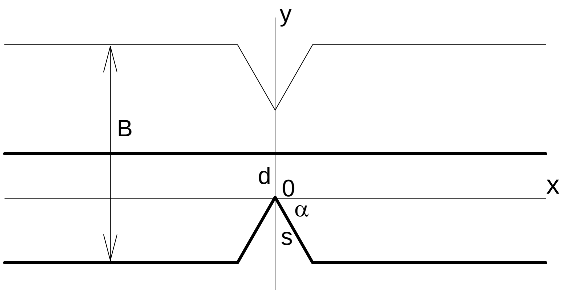
Numerické testy do nejvyššího proveditelného řádu $\widehat{k} = 88$, a pro $\rho/b \in (0.001; 0.5)$ vedou ke kalibrační konstantě $k_{cal} \cong 0.1316$. S váhou (21) pak lze získat přijatelné výsledky v celém oboru délky trhliny, t.j 0<h<b.

Nejnižší, nultá aproximace c_0 se shoduje se vzorcem (17). Z obr. 3 je zřejmé, že tato absolutní oprava, jejíž velkou předností je jednoduché vyjádření, představuje přijatelné přiblížení na a - straně vzorku, „odvrácené“ od trhliny. Na zbývajících konturách, jak ukazují výpočty, se aproximace prakticky stabilizují již od řádu $\widehat{k} = 3$ a další zpřesňování se týká jen okolí čela trhliny.

2c. Přechodový odpor drážky

Geometrický odpor drážky, definovaný v předchozím odstavci, může být určen řešením problému protékání proudu nekonečnou deskou o základní tloušťce B, která je podél určité přímky symetricky zeslabena trojúhelníkovými zářezy. Geometrická situace a označení je na obr. 4, proudová hustota v nekonečnu se předpokládá homogenní. Potenciálová úloha bude řešena, podobně jako v odst. 2a, metodou konformního zobrazení. Výchozí komplexní rovina z je však nyní kolmá k hlavní rovině vzorku, přičemž směr drážky podél nosného ligamentu představuje její normálu.

Zobrazení polodesky na horní polorovinu (w), při volbě přiřazení základních bodů podle



Obr. 4: Příčný řez drážkami v rovinné desce

Tab. 1: Přiřazení základních bodů

rovina z	rovina w
0	0
s(±cosα - isinα)	±ε
± ∞	±1

tab. 1, je dáno Christoffel –Schwarzovým integrálem

$$z = k\int_0^w \frac{\omega^{2\beta}}{(\omega^2-\varepsilon^2)^\beta(\omega^2-1)}\,d\omega = k\Psi(\varepsilon, w)\,, \tag{22}$$

kde $\beta \equiv \alpha/\pi$. Hodnoty k, ε vyplývají z tabulkového přiřazení bodů. Zobrazovací podmínka bodu w = ε dává vztah $s = k\int_0^\varepsilon \frac{u^{2\beta}}{(\omega^2-\varepsilon^2)^\beta(u^2-1)}\,du$, jenž může být vyjádřen přes hypergeometrickou funkci F (Gradštejn & Ryžik, 1971) jako

$$-\frac{s}{k} = \frac{\Gamma(\frac{3}{2}+\beta)\Gamma(2-\beta)}{\sqrt{\pi}\,(\beta+\frac{1}{2})(1-\beta)}\,\varepsilon\,F\left(1,\beta+\tfrac{1}{2},\tfrac{3}{2},\varepsilon^2\right), \tag{23}$$

Γ je gama-funkce. Při zobrazení reálného okolí bodu w=1 se imaginární část funkce kΨ skokem zvýší o i(s sinα+d) – přechod ze spodní kontury na střední rovinu desky. To dává

$$-\frac{s}{k}\left(\sin\alpha + \frac{d}{s}\right) = \frac{\pi}{2(1-\varepsilon^2)^\beta}\,. \tag{24}$$

Rovnice (23, 24) určují oba parametry zobrazeni (22) přičemž ε je dáno jen tvarovými parametry, zatímco k je měřítkem skutečné velikosti. V naší situaci platí B = 10 mm, d = 2 mm, α = 60° a numerické řešení soustavy (23, 24) vede k hodnotám

$$\varepsilon = 0.913\,701..., \qquad k = -1.746\,397...\ \text{mm}. \tag{25}$$

Elektrický potenciál v rovině w se sestrojí, podobně jako v odst. 2a, s pomocí bodových nábojů umístěných do bodů ±1, srov. vztah (11):

$$V = 2q(\lg|w+1| - \lg|w-1|). \tag{26}$$

Hodnota kalibrační konstanty se získá modifikací definice (12)

$$q = \frac{|j_x|}{4\pi\sigma}\ , \tag{27}$$

přičemž dodatečný faktor ½ vyjadřuje, že j_x je lineární proudová hustota (na jednotku délky kolmou k rovině z) oběma polodeskami. Rovnicemi (22) a (26) je řešeno rozložení potenciálu ve skutečné rovině (polo)desky z.

Geometrický odpor drážky, jak plyne z jeho definice (13), lze získat extrapolací asymptoticky homogenního pole ke hraně drážky. Provedeme to pro spodní konturu polodesky $x>s\cos\alpha$, viz obr. 4. V rovině w jsou příslušné body reálné a leží v intervalu $\varepsilon<u<1$, zobrazení (22) má tvar

$$x = s\cos\alpha - k\int_{\varepsilon}^{u} \frac{u^{2\beta}}{(u^2-\varepsilon^2)^{\beta}(1-u^2)}du\ . \tag{28}$$

Rozdělením integrálu na část konečnou a část divergující při $u\to 1$ se získá formule

$$x = s\cos\alpha + \frac{k}{2(1-\varepsilon^2)^{\beta}}\lg\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - kJ_0(u) - \frac{k}{2(1-\varepsilon^2)^{\beta}}\lg\frac{1+u}{1-u} \tag{29}$$

kde integrál

$$J_0(u) = \int_{\varepsilon}^{u}\left[\frac{u'^{2\beta}}{(u'^2-\varepsilon^2)^{\beta}} - \frac{1}{(1-\varepsilon^2)^{\beta}}\right]\frac{du'}{1-u'^2}$$

zůstává konečný i pro u=1. Poslední člen v (29) je úměrný potenciálu (26), takže pro spodní konturu lze psát

$$\frac{V}{2q} = -\frac{2\pi}{B}s\cos\alpha + \lg\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - 2(1-\varepsilon^2)^{\beta}J_0(u) + \frac{2\pi x}{B}\ , \tag{30}$$

kde byl ještě užit vzorec $(1-\varepsilon^2)^{\beta}/k= -\pi/B$, plynoucí z (24) a z geometrie. Dosazení $J_0(1)$ do (30) dává asymptotický potenciál, jenž je lineární funkcí x. Porovnáním absolutního členu s definicí (13) se získá formule pro geometrický odpor drážky:

$$\rho = \frac{B}{2\pi}\lg\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - s\cos\alpha - \frac{B}{\pi}(1-\varepsilon^2)^{\beta}J_0(1)\,. \tag{31}$$

Pro numerické výpočty $J_0(1)$ užíváme rozvoj této veličiny do hypergeometrických funkcí

$$J_0(\varepsilon,1) = \frac{1}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)^{\beta}}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\binom{\beta}{m}\left[(1-\varepsilon^2)^m - 1\right]B(m,1-\beta)\,F\left(\tfrac{1}{2},1-\beta,1-\beta+m,\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon^2}\right),$$

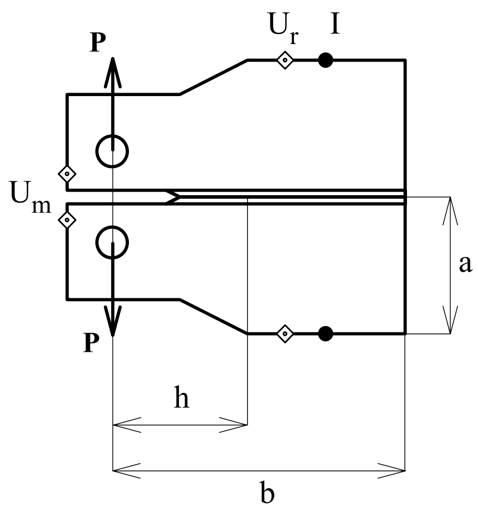
kde $B(p,q)$ jsou Eulerovy beta funkce. Pro aktuální specifikaci (25) se získá:

$$\rho = 2.091\,270...\text{mm}, \qquad \rho/b = 3.217...\cdot 10^{-2}. \tag{32}$$

3. Experimentální provedení metody

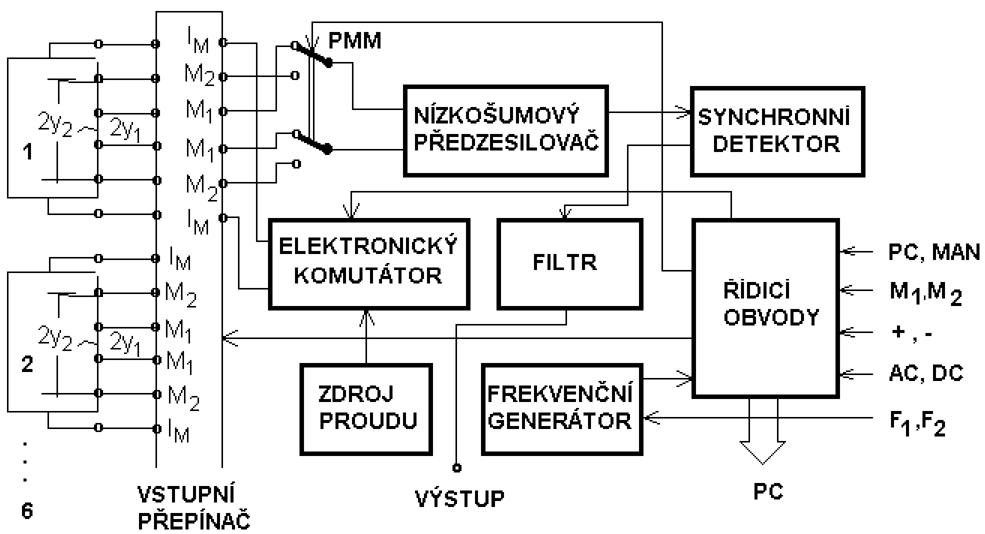
Ověřování teoretického modelu bylo prováděno na vzorku typu TDCB, vyrobeném s počáteční trhlinou. Obrys vzorku a lokalizace pólů jsou znázorněny na obr. 5, základní tloušťka vzorku je 10 mm. Drážky o profilu podle obr. 4 mají parametry α=60°, d=2 mm.

Vzorek z oceli P91 byl zatížen silou P=9000 N v naznačených směrech ±x (srov. obr. 1), což znamená počáteční faktor intenzity napětí 41.3 $MNm^{-3/2}$. Po začátku zatížení se od čela trhliny rozšiřuje oblast creepové deformace a při dosažení lokálních kritických podmínek (tažnosti) dochází k růstu trhliny. Konstantní zatížení bylo aplikováno po dobu 452.3 h. Konečná konfigurace trhliny byla zviditelněna po křehkém dolomení podchlazeného vzorku. Během testu byly sledovány nejen potenciály, ale i lineární dilatace ve směru vnější síly, která je měřítkem deformace vzorku, v daném případě převážně creepové. Současné vzorkování všech těchto veličin dovolilo sofistikované zařízení TECHLAB SRT-6k.



Obr. 5: Vzorek TDCB s proudovými a napěťovými póly. a=30, b=65 mm.

Při experimentálním ověřování analytického řešení je třeba měřit elektrické napětí s citlivostí řádově 10^{-8} V, a to za podmínek, kdy potenciálové pole je generováno stejnosměrným proudem. DC metoda, která takový charakter pole vytváří, je však citlivá na různé zdroje rušení (EMI - elektromagnetické rušení, teplotní vlivy a pod.), které právě při



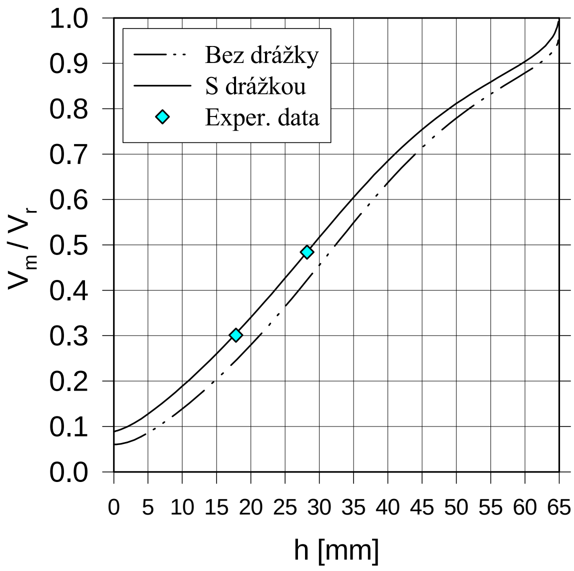
Obr. 6:. Blokové schéma aparatury TECHLAB SRT-6k.

zkouškách za vysokých teplot mohou mít velkou intenzitu a snižují významně citlivost této metody. U AC metody se zase nepříznivě uplatňuje skin efekt. Příznivého kompromisu se dá dosáhnout v pulzním režimu. Takový charakter má i komutační metoda, se kterou pracuje použitá aparatura TECHLAB SRT-6k, a která velmi účinně eliminuje nepříznivý vliv skinefektu, EMI a také termoelektrických napětí. Uspořádání elektronických obvodů je patrné z blokového schématu na obr. 6.

Elektrické potenciálové pole je ve sledovaném vzorku vytvořeno měřicím proudem I_M, který je přiveden přes **vstupní přepínač** na sledovaný vzorek ze **zdroje konstantního proudu** po průchodu **elektronickým komutátorem**. Na zkušebním vzorku jsou dále přivařeny dva páry měřicích elektrod M_1 a M_2. Měřicí elektrody M_1 slouží pro sledování elektrického napětí U_m u ústí trhliny a elektrody M_2 slouží pro měření referenčního napětí U_r mezi danými body, viz obr. 5. Měřené napětí je přivedeno přes **přepínač měřených míst** (**PMM)** na vstup **předzesilovače** s ultra-nízkým šumem a po zesílení přivedeno k dalšímu zpracování speciálním **synchronním detektorem.** Výstupní signál synchronního detektoru je upraven **filtrem** s funkcí dolnofrekvenční propusti a přiveden v analogovém tvaru na výstupní svorky aparatury pro další zpracování (průměrování, archivace apod.). Součinnost jednotlivých obvodů (především komutátoru a synchronního detektoru zajišťuje **řídicí jednotka** a **frekvenční generátor**.

Parametry a režim aparatury lze nastavit (i prostřednictvím PC) tak, aby bylo dosaženo co nejpřesnějších výsledků. Volbou dostatečně nízké měřicí frekvence (**F_1, F_2**) lze účinně potlačit nepříznivý vliv skinefektu, neboť synchronní detektor je navržen tak, aby do vyhodnocení nebyla zahrnuta časová oblast (určitá část doby periody komutace) signálu s přechodovým dějem po komutaci proudu, který je způsoben právě skinefektem. Při dalším snižování měřicí frekvence se však začnou stále více uplatňovat nevýhody DC metody (vliv termoelektrických napětí a jejich změn). Nastavením opačné fáze synchronního detektoru (+,−) lze eliminovat DC drift vlastní aparatury (automatické nulování). Přepínáním měřicích míst (**M_1, M_2**) je možno vyhodnotit redukovaný potenciál V_m/V_r a tím eliminovat vliv proměnného měrného odporu při změně materiálu vzorku, ale i jeho závislost na teplotě, popřípadě i dlouhodobou nestabilitu zdroje měřicího proudu.

Experimentální redukované potenciály a délky trhliny v počátečním a konečném stavu jsou zakresleny v kalibračním diagramu na obr. 7. Byl vypočten pro aktuální konfiguraci pólů, pro porovnání jsou uvedeny křivky jak s drážkovou opravou, tak bez ní. Konečná pozice čela byla určena kvadraturou creepové lomové plochy. Obě přímo měřené délky trhliny odpovídají velmi dobře hodnotám, plynoucím z redukovaných potenciálů a kalibračního výpočtu (posledně jmenované jsou o 0.21→0.02 mm nižší). Stejně dobrou korespondenci lze ovšem očekávat i v průběhu testu, což dovoluje přesné a spojité vyhodnocování vývoje délky trhliny.



Obr.7: Kalibrační diagram a experimentální body počátečního a konečného stavu.

4. Závěr

Na základě dosud provedených testů se zdá, že předkládané řešení nabízí kompaktní a dostatečně přesnou kalibraci potenciálových měření, a to i při relativně netypické konfiguraci pólů. Na rozdíl od méně realistických modelů, zmíněných v odst. 1, není třeba provádět žádné dodatečné fitování kalibračních křivek, založené např. na nezávisle určených délkách trhliny v počátečním a konečném stavu. Je tak vyloučeno nejen vnesení systematické chyby vinou přecenění takových dat, ale i možné zkreslení tvaru kalibračních závislostí. Je třeba ještě uvážit, že dodatečná měření mohou být z různých důvodů neproveditelná, takže spolehlivý monitoring trhlin je závislý na a priori přesné kalibraci. V našem případě to vede k praktickému požadavku, aby pozice pólů vstupovaly do výpočtu s odpovídající přesností, alespoň 0.1 mm. Aktualizace kalibračního diagramu pro jednotlivé vzorky však není problém.

5. Poděkování

Práce vznikla v rámci Výzkumného záměru 257 970 001, financovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky, a s podporou grantu GAČR 101/03/0731/ZČU/203/II.

6. Literatura

Byrd, P. F. & Friedman, M. D. (1954) *Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists,* Springer, Berlin.

Gandossi L., Summers S. A., Taylor N. G., Hurst R. C., Hulm B. J. & Parker J. D. (2001) The potential drop method for monitoring crack growth in real components subjected to combined fatigue and creep conditions: application of FE technioques for deriving calibration curves. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 78, 11-12, pp. 881-891

Gradštejn, I. S. & Ryžik, I. M. (1971) *Tablicy integralov, summ, rjadov i proizvedenij,* Nauka, Moskva

Johnson, H. H. (1965) Calibrating the Electric Potential Method for Studying Slow Crack Growth. *Materials Research & Standards,* 5, 9, pp. 442-445.