



# INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

---

## MATHEMATICAL MODELING OF HEAT PROCESS IN AUTOMOBILE TYRE

A. Beláková, R. Bartko\*

**Summary:** *Cyclic strain of tyres leads to hysteresis losses. Long-term and repeated deformation damages tenacity of composite structure of tyre, which causes destruction of tyre. Radial personal tyres were laboratory tested on HASBACH test machine. The tyres were dynamically loaded. Changes of temperature of tyre were measured using thermocouples. The measurements were realized for various types of radial tyres and dependency temperature versus time for various values of internal tyre pressure and rotational velocity was measured. Suitable mathematic models were created. Parameters were determined using nonlinear regression from measured values.*

### 1. Úvod

Pri jazde plášť prechádza neustále teplotnými zmenami, pri ktorých sa premieňa deformačná práca na teplo. Vnútorým prejavom premeny foriem energie je zmena teploty v pneumatike. Dlhodobé a opakované pôsobenie deformácie a vysokých teplôt narušuje súdržnosť kompozitnej štruktúry plášťa a nakoniec vedie k jeho deštrukcii. Za daných prevádzkových podmienok rast teploty závisí na konštrukcii pneumatiky a na viskoelastických vlastnostiach použitých materiálov. Teplota pneumatiky má výrazný vplyv na jej prevádzkové charakteristiky, na odolnosť voči mechanickému opotrebovaniu a pri vyšších teplotách aj na celkovú životnosť.

Teplota, ktorú dosiahne pneumatika po dlhšej dobe prevádzky, závisí od pomeru medzi vývinom tepla a odvodom tepla z jej povrchu. Vzhľadom na to, že materiál pneumatiky má nízky súčiniteľ tepelnej vodivosti môže dochádzať v profile pneumatiky k značnému rozdielu teplôt.

Teplo vzniká hystereziou pri odvaľovaní pneumatiky, čiže cyklickou deformáciou viskoelastických komponentov steny a prispieva k rastu teploty materiálu. K najväčšiemu vývinu tepla dochádza v troch hlavných kritických zónach autoplášťa: pätkovej časti, v oblasti ukončenia kostrovej vložky a na okrajoch nárazníkov (osobné radiálne plášte). Uvedená strata energie generuje v jednotke objemu tepelný tok  $\dot{Q}$ . Pričom platí

---

\* Ing. Andrea Beláková, Ing. Róbert Bartko, PhD.: Fakulta priemyselných technológií, TnU AD; T. Vansovej 1054/45; 020 32 Púchov; e-mail: [belakova@fpt.tnuni.sk](mailto:belakova@fpt.tnuni.sk), [bartko@tnuni.sk](mailto:bartko@tnuni.sk)

$$\dot{Q} = \frac{\Delta W}{T} \text{ [W]} \quad (1)$$

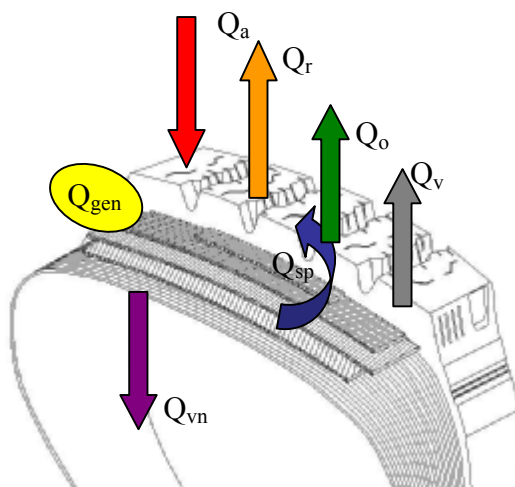
kde  $\Delta W$  predstavuje stratenú energiu a  $T$  je čas jednej otáčky pneumatiky.

## 2. Tepelná rovnováha prvkov pneumatiky v ustálenom stave

Podľa [2] platí, že súčet tepla vyvinutého v prvku a privedeného od susedných prvkov, z vonkajšieho, vnútorného vzduchu a vozovky a teplo odvedené sálaním a prijaté absorpciou sa rovná nule. Potom platí rovnica tepelnej rovnováhy prvkov pneumatiky

$$Q_{\text{gen}} + Q_{\text{sp}} + Q_{\text{vn}} - Q_{\text{o}} - Q_{\text{v}} + Q_{\text{a}} - Q_{\text{r}} = 0 \quad (2)$$

pričom platí, že teplo prechádza z miesta vyššieho teplotného potenciálu (vyššej teploty) k miestu nižšieho teplotného potenciálu (nižšej teploty).



Obr. 1. Tepelná rovnováha prvkov pneumatiky v ustálenom stave

- $Q_{\text{gen}}$  - teplo vyvinuté v prvku,
- $Q_{\text{sp}}$  - teplo privedené od susediaceho prvku,
- $Q_{\text{vn}}$  - teplo odovzdané do vnútornej zmesi,
- $Q_{\text{o}}$  - teplo odovzdané do okolia,
- $Q_{\text{v}}$  - teplo odovzdané do vozovky,
- $Q_{\text{a}}$  - teplo získané absorpciou,
- $Q_{\text{r}}$  - teplo odovzdané radiáciou;

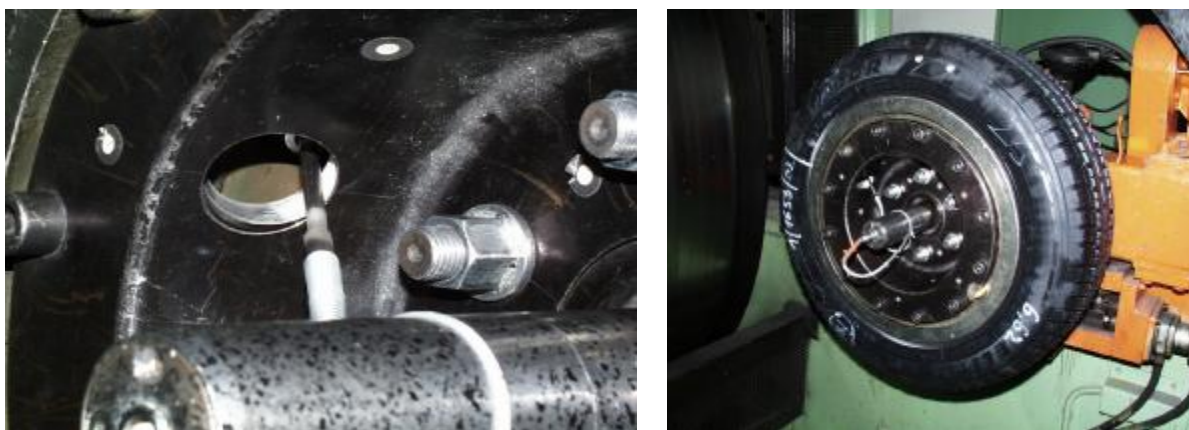
Musíme rozlišovať tri spôsoby prestupu tepla:

- **vedením (kondukciou)** - teplo v hmote je prenášané z čiastočky na čiastočku bez toho, aby došlo ku ich vzájomnému premiestneniu,
- **prúdením (konvekciou)** - teplo je prenášané čiastočkami hmoty u kvapalín a plynov,

- **sálaním (radiáciou)** - teplo prenáša elektromagnetické vlnenie (žiarenie) medzi dvoma vzdialenými telesami (bez priameho kontaktu).

### 3. Opis experimentu

Pri skúšaní pneumatiky na bubnovej skúšačke za podmienok voľného odvaľovania dochádza k ohrevu pneumatiky. Teplota pneumatiky bola v tomto prípade meraná ako teplota vzduchu uzatvoreného v pneumatike, ktoré tvorí nosné médium nesúce záťaž pneumatiky. Na on-line meranie teploty pneumatiky v dynamickom režime sa používa skúšobný stroj HASBACH, ktorý je vybavený meraním teploty pneumatiky prostredníctvom odporových (Pt100), ako aj napät'ových snímačov (termočlánkov) teploty.



Obr. 2 Detail umiestnenia snímača teploty Pt100 namontovaného na skúšobnom ráfiku a pneumatika namontovaná na skúšobnom stroji HASBACH

### 4. Spracovanie meraní

Pri spracovaní výsledkov sme predpokladali, že teplota v pneumatike sa bude ustáľovať podľa teoretickej závislosti popísanej vzťahom

$$T = T_0 + (T_\infty - T_0) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (3)$$

kde  $T_0$  je teplota okolia,  $T_\infty$  je ustálená teplota a  $\tau$  je relaxačná konštanta. V čase  $t_0 = 0$  môžeme určiť tempo rastu teploty. Zderivujeme funkciu (3) v čase  $t=0$

$$\frac{dT}{dt} = (T_\infty - T_0) \left( \frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \Big|_{t=0} = \frac{(T_\infty - T_0)}{\tau} \quad (4)$$

Z experimentu môžeme zistiť všetky parametre, vystupujúce vo vzťahu (3). Ustálenú teplotu  $T_\infty$  sme určovali ako priemernú hodnotu nameraných experimentálnych údajov z intervalu

1404 až 3600 sekúnd. Teplota okolia bola meraná priamo, jej hodnota sa rovná priemernej hodnote z nameraných údajov zo snímača. Hodnotu relaxačnej konštanty  $\tau$  určíme podľa vzťahu (4) zo smernice dotyčnice ku grafu. Smernicu sme určili z desiatich bodov pomocou aritmetického priebehu. Z priebehu môžeme usúdiť, že vypočítaná hodnota smernice je nižšia ako skutočná, a preto bude vypočítaná relaxačná konštanta vyššia ako skutočná. Z hodnoty relaxačnej konštanty môžeme vypočítať dobu, za ktorú sa teplota v pneumatike ustáli. Túto dobu sme definovali nasledovne: je to čas, za ktorý teplotný rozdiel  $T - T_0$  dosiahne 95% hodnoty  $T_\infty - T_0$ . Jednoduchý výpočet podľa vzťahu (3) vedie k výsledku

$$t_{stab} = \tau \ln 20 \cong 3\tau \quad (5)$$

Nábehová časť krivky pri začatí merania sa dosť výrazne líši od teoretického predpokladu. Je to spôsobené tým, že sa pneumatika na meracom zariadení nemôže okamžite roztočiť na stanovenú rýchlosť. Doba potrebná na roztočenie pneumatiky sa zhoduje s časovým úsekom, pre ktorý sa experimentálna krivka líši od teoretického očakávania. Keďže namerané hodnoty vykazovali pri niektorých sériách meraní značné fluktuácie, vypočítali sme určenie parametre matematického modelu (3)  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $\tau$  pomocou nelineárnej regresie metódou najmenších štvorcov v programe MATLAB.

Najväčšie rozdiely medzi experimentálnymi údajmi a výpočtom sú pri výpočte teploty okolia  $T_0$ , je to spôsobené tým, že matematický model (3) nebral do úvahy efekty spôsobené rozbiehaním pneumatiky a s tým spojeným nábehovým časom  $t_0$ . Preto sme navrhli ešte jeden matematický model podľa vzťahu

$$T = T_0 + (T_\infty - T_0) \left( 1 - e^{-\frac{-(t-t_0)}{\tau}} \right) \quad (6)$$

a vypočítali neznáme parametre matematického modelu  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $t_0$ ,  $\tau$  pomocou nelineárnej regresie z nameraných údajov. Výpočet bol vykonaný v programe MATLAB.

## 5. Výsledky merania

Výsledky meraní sú zobrazené v grafoch závislosti teploty vo vnútri pneumatiky na čase pre rôzne rýchlosti odval'ovania sa pneumatiky po bubne. V Tab. č.1 sú zosumarizované výsledky získané z experimentálnych údajov a porovnané s výsledkami vypočítanými nelineárnou regresiou modelov (3) a (6) pomocou programu MATLAB. Vypočítané hodnoty ustálenej teploty z merania a z regresie sú takmer rovnaké. Rozdiely v určení teploty okolia sú dané ako sme už spomínali nábehom pneumatiky do zadanej rýchlosti a rozdiel v relaxačnej konstante je daný určením smernice dotyčnice.

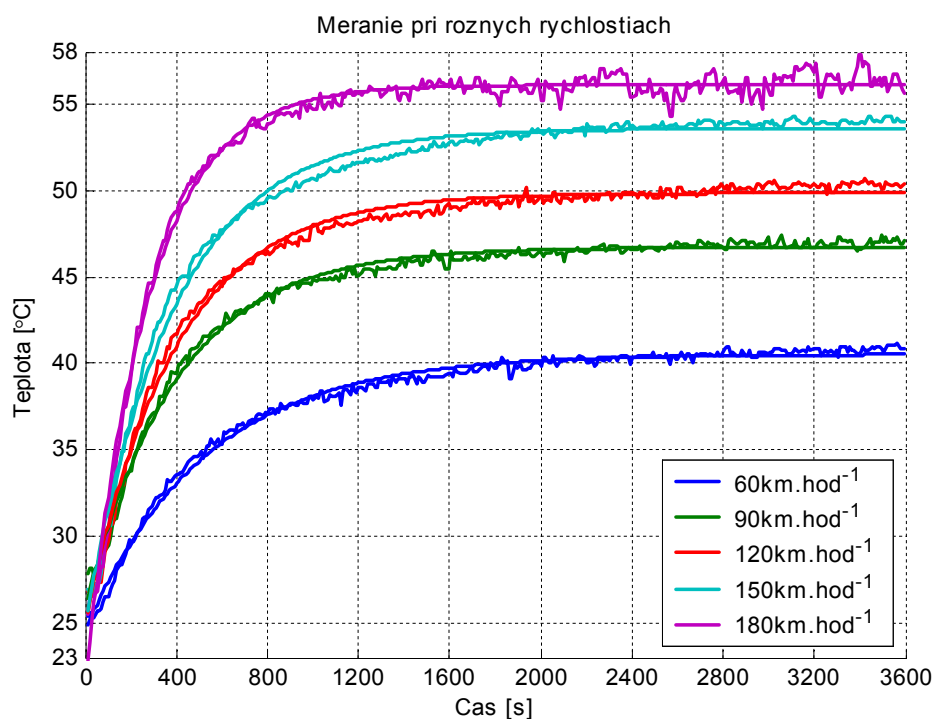
Merania boli uskutočnené pri rôznych rýchlostiach odval'ovania. Všetky skúšky boli vykonané pri záťaži pneumatiky silou 4,83 kN. Časové priebehy teplôt pneumatiky značky MATADOR pre rôzne rýchlosti sú vykreslené na Obr.3. Z uvedeného grafu vyplýva, že

s narastajúcou rýchlosťou rastie taktiež tempo rastu teploty, čo je zrejme spôsobené rastúcou frekvenciou deformácii za jednotku času.

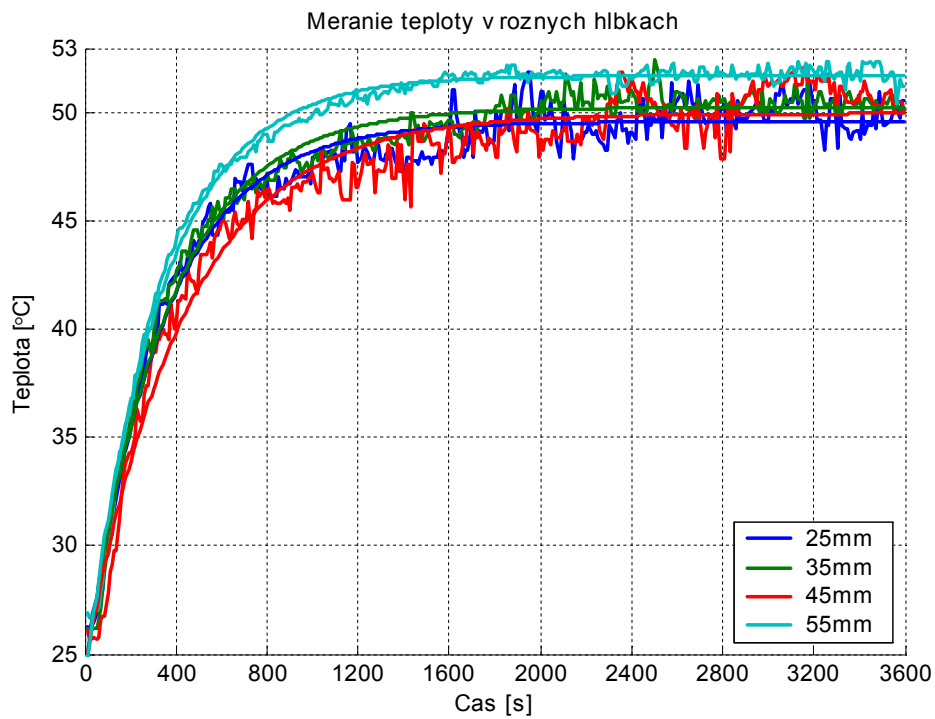
Na Obr.4 je vykreslený časový priebeh teplôt v rôznych hĺbkach pneumatiky. Vidíme, že najvyššia teplota je v najväčšej hĺbke, kde je najhorší odvod vyvinutého tepla. Na Obr.5 je zobrazený časový priebeh teploty pre merania na pneumatikách troch rôznych výrobcov. Vidíme, že priebeh je takmer rovnaký. Na Obr.6 sú zobrazené merania v časového priebehu teploty pri rôznych tlakoch v pneumatike

	Rýchlosť (km/h)	$T_0$ (°C)	$T_\infty$ (°C)	$\tau$ (s)	$T_0$ (°C)	$T_\infty$ (°C)	$\tau$ (s)	$T_0$ (°C)	$T_\infty$ (°C)	$\tau$ (s)
1	60	25,8	40,3	575,5	19,1	40,5	530,2	24,6	40,5	530,2
2	90	25,8	46,6	486,1	18,9	46,7	400,9	25,9	46,7	400,9
3	120	25,8	49,8	405,7	19,0	49,8	387,5	25,0	49,8	387,5
4	150	25,8	53,5	422,9	19,0	53,6	384,5	24,9	53,6	384,7
5	180	25,8	56,1	303,4	19,4	56,1	269,1	21,4	56,1	269,1

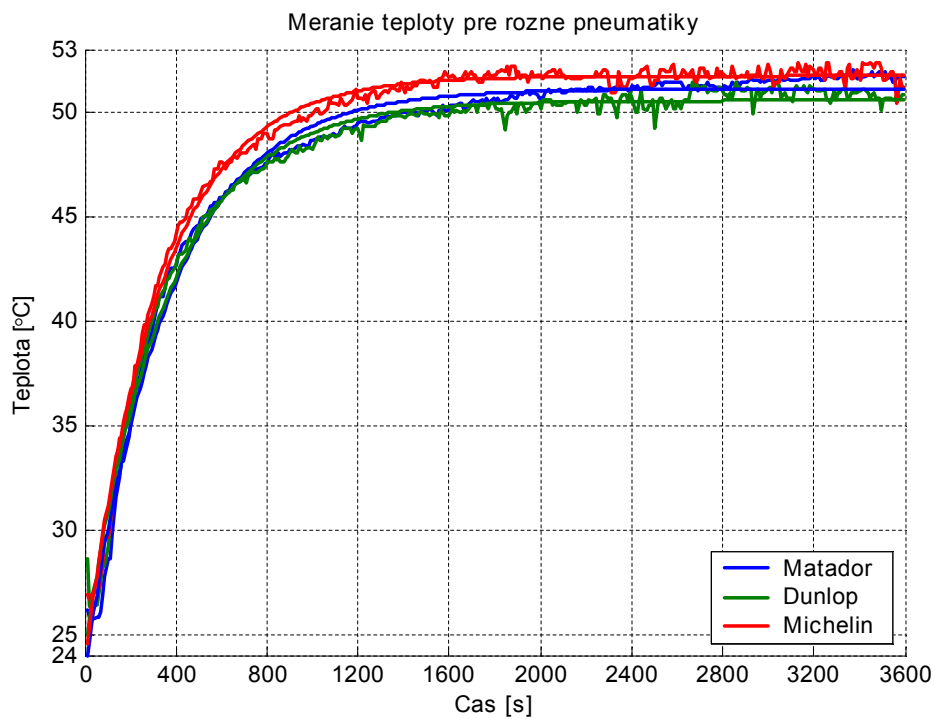
Tab. č.1 Výsledky získané z experimentálnych údajov a hodnôt vypočítaných optimalizačnou metódou podľa vzťahov (3) a (6)



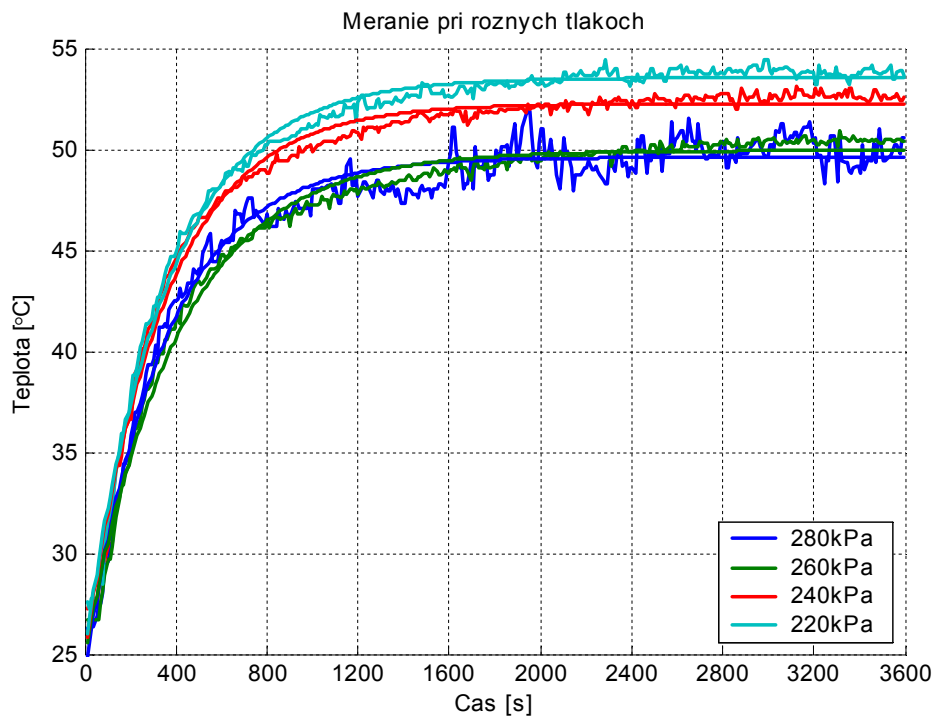
Obr. 3 Závislosť teploty na čase pre rôzne rýchlosti pneumatiky, sonda zapustená 55mm



Obr. 4 Závislosť teploty na čase pre rôzne hĺbky zapustenia sondy v pneumatike



Obr. 5 Závislosť teploty na čase pre rôzne typy pneumatík



Obr. 6 Závislosť teploty na čase pre rôzne tlaky v pneumatike

Úloha teploty u životnosti pneumatík je zrejماً z poklesu štruktúrnej pevnosti gummy s rastúcou teplotou. Pri rovnakom cyklickom namáhaní môžu byť materiály v rôznej miere poškodzované týmto teplom produkovaným hysteréznymi stratami. Tá je nepriamo spojená s ekonómiou spotreby pohonných hmôt a vnútorne s prevádzkovými teplotami pneumatiky. S narastaním teplôt jednotlivých komponentov sa totiž zvyšujú aj hysterézne straty a energetické straty následne veľmi prudko rastú. Energetické straty v pneumatike tvoria približne 5% celkových energetických strát u osobných automobilov a približne 10% strát u nákladných automobilov. Do popredia sa teda dostávajú problémy ekonomickosti a jazdných vlastností pneumatík.

## 6. Záver

V článku sú uvedené výsledky laboratórnych meraní získaných z rýchlostných skúšok radiálnych pneumatík pre osobné automobily pri dynamickom zaťažení. Pri týchto meraniach sa pomocou termočlánkov meral časový priebeh teploty v plášti pneumatiky.

Časové priebehy teploty boli namerané pri rôznych rýchlostiach pneumatiky, rôznych tlakoch v pneumatike, pre rôzne typy pneumatík a rôzne hĺbky merania teploty v pneumatike.

Na základe nameraných údajov sa pomocou nelineárnej regresie vypočítali parametre dvoch matematických modelov  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $\tau$ . Tieto modely sa porovnali s nameranými údajmi.

## **Literatúra**

- [1] Oh, B. S. & Kim, Y. J. & Kim, N.J. & Moon, H. Y. & Park, H. Y. (1995) Internal Temperature Distribution a Rolling Tire, Tire Science and Technology, TSTCA, Vol. 23, No. 1, January-March, pp. 11-25.
- [2] Mercín, J. & Zítek, P. (1985) Pneumatiky, SNTL Praha.
- [3] Trivisonno, N.M. (1992) A review of radiation tire thermography - I, Elastomerics, July, pp. 18-21.
- [4] Grajciar, I. (2000) Numerické modelovanie aquaplaningu.
- [5] Fujikawa, T. & Funazaki, A. & Jamazaki, S. (1994) Tire tread temperatures in actual contact areas, Tire Science and Technology, Vol. 22, No. 1.
- [6] Madura, H. & Sikorski, Z. & Polakovski, H. & Dabrovski, M. (2000) Evaluation of tyre temperature distribution using fast scanning pyrometer, 15-th. World conference on non-destructive testing, Roma, pp. 15.-21.