



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

THE STOCHASTIC EXCITATION MODEL OF THE CONTROLLED SYSTEM - THE RANGEFINDER MOUNTED IN THE GIMBALS SUSPENSION ON THE VEHICLE

V. Čech^{*}, J. Jevický[†]

Summary: *This paper follows-up our paper which was published in IM 2004 proceedings. The problem of the target tracking by the rangefinder is complicated when the rangefinder – controlled system – is mounted on moving vehicle. The rangefinder mounted in the gimbals suspension is excited by the stochastic forces in this case. We put up the appropriate stochastic excitation model of this special controlled system in this paper. The model is the part of the computer algorithm – program – MORES.*

1. Úvod

V řadě případů vyskytujících se v praxi je nutno určovat topografické souřadnice zájmového objektu (cíle), reprezentovaného smluvně jediným bodem $C = (X_C, Y_C, H_C)$, nepřímo, neboť přístup k cíli resp. k bodu C je z různých příčin v daném čase znemožněn. V dalším se omezíme pouze na postupy využívající k určení souřadnic bodu C specializovaných technických zařízení označovaných jako dálkoměry. Souřadnice bodu C jsou pak určovány výpočtem ze vztahů

$$X_C \approx X_{CM} = X_{DM} + D_M \cdot \cos\alpha_M \cdot \cos\varepsilon_M, \quad (1a)$$

$$Y_C \approx Y_{CM} = Y_{DM} + D_M \cdot \sin\alpha_M \cdot \cos\varepsilon_M, \quad (1b)$$

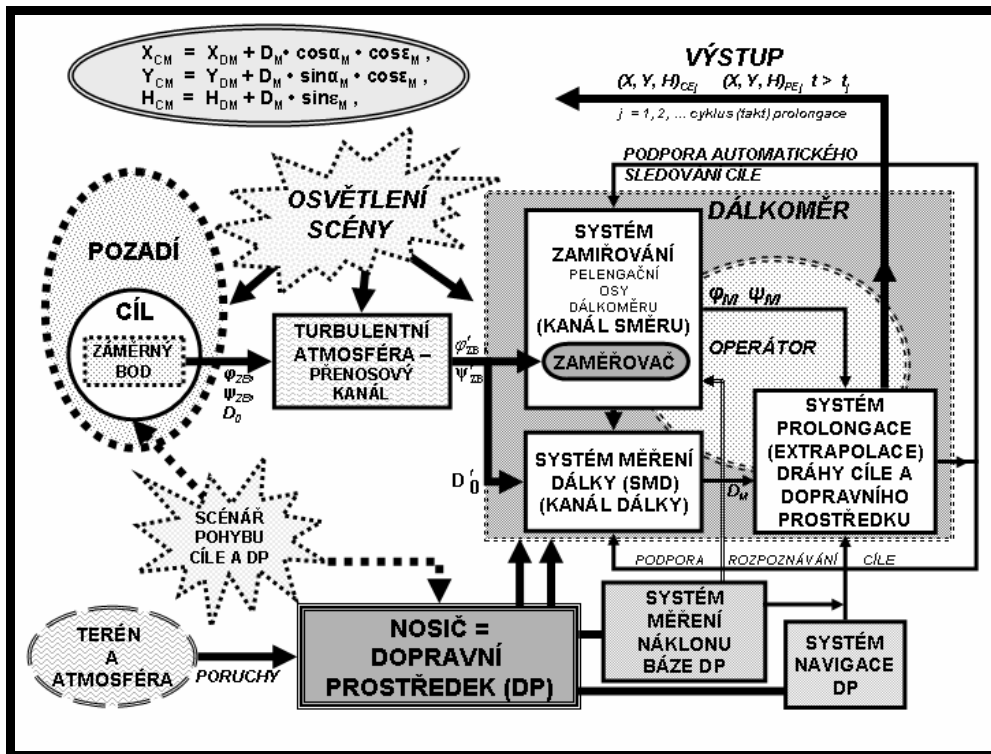
$$H_C \approx H_{CM} = H_{DM} + D_M \cdot \sin\varepsilon_M, \quad (1c)$$

kde bod $P_D = (X_D, Y_D, H_D)$ reprezentuje smluvní polohu dálkoměru v topografické souřadné soustavě (obvykle jde o polohu středu výstupní pupily optické soustavy zaměřovače dálkoměru [1,2]), D_M je změřená šikmá délka cíle pomocí dálkoměru (Obr. 1), což je odhad skutečné šikmé délky cíle D_0 (obvykle je $D_0 = D_{CR}$ [1,2]), která se smluvně rovná vzdálenosti bodů P_D a C (délka úsečky P_DC).

Úhel ε_M je změřeným odhadem polohového úhlu cíle ε a úhel α_M je změřeným odhadem azimutu cíle α . Souřadnice (D, ε, α) jsou relativní sférické souřadnice cíle vůči smluvní poloze dálkoměru reprezentované bodem P_D .

^{*} Doc. Ing. Vladimír Čech, CSc., OPROX, a.s., Renneská 35, 639 00 Brno, e-mail: cech.vladimir@post.cz

[†] Doc. RNDr. Jiří Jevický, CSc., Univerzita obrany v Brně, Kounicova 65, 612 00 Brno, e-mail: jiri.jevicky@unob.cz



Obr. 1 Základní systémové vazby [1,5]

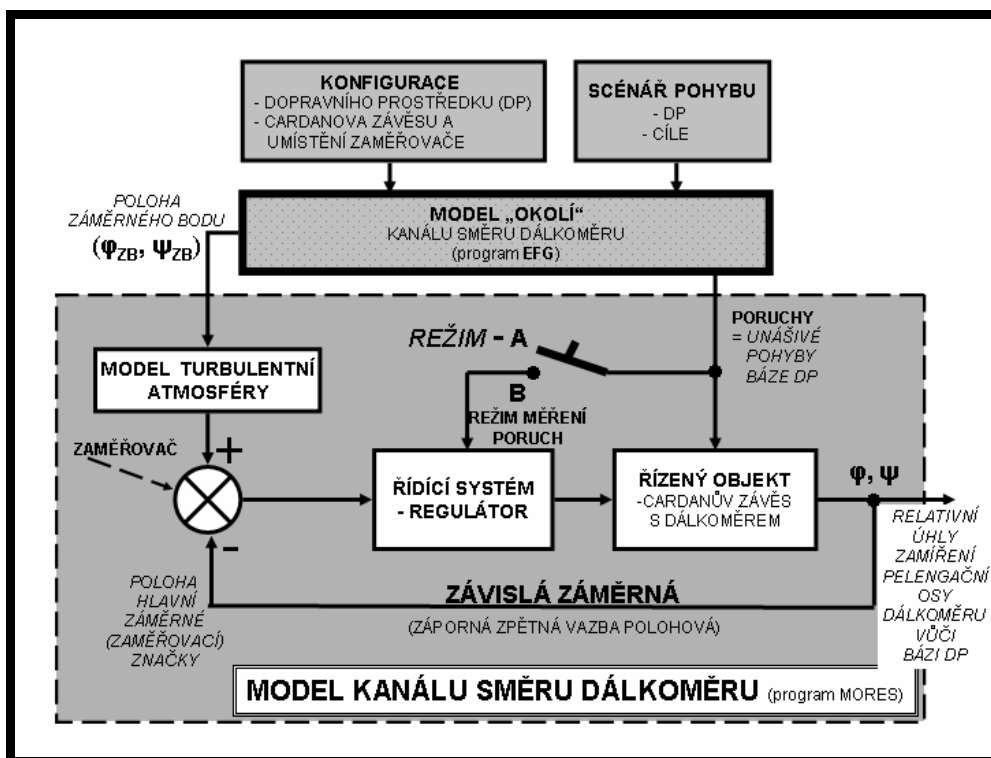
V současné době nejčastěji používanými technologiemi k určování souřadnic dálkoměru (bodu P_D) jsou technologie využívající satelity, zejména pak soustavy NAVSTAR-GPS (NAVigation System With Time And Ranging – Global Positioning System), zkráceně GPS (Obr. 1). GPS určuje souřadnice $(X, Y, H)_N$ ze kterých je nutno určit výpočtově s využitím dalších měřených dat souřadnice bodu P_D tj. $(X, Y, H)_{DM}$ a také bodu B, který určuje smluvní polohu báze dopravního prostředku v prostoru [1,2] tj. $(X, Y, H)_B \approx (X, Y, H)_{BM}$, případně i bodu P [1,2] tj. $(X, Y, H)_P \approx (X, Y, H)_{PM}$.

Dálkoměr je zařízení, které z hlediska Johnsonova kritéria pro rozdělení optických systémů slouží k lokalizaci cíle (souřadnice cíle $(X_C, Y_C, H_C) = (X, Y, H)_C$) a obvykle také slouží i k určování jeho pohybových parametrů, reprezentovaných především vektorem okamžité rychlosti cíle v_C (Obr. 1).

Dálkoměr lze podmíněně rozdělit na dva hlavní subsystémy (kanály – Obr. 1, 2) a to na systém měření délky (SMD) resp. „kanál délky“ a systém pro zamířování vlastního SMD na cíl resp. jeho pelengační osy (SZ) – „kanál směru“ [1,2,3,4,5]. Úkolem kanálu směru je co nejpřesněji zamířit v požadovaných okamžicích pelengační osu (osy) kanálu délky na cíl tj. do bodu C. Úkolem kanálu délky je v těchto požadovaných okamžicích pohotově a co nejpřesněji změřit šikmou délkou cíle D_0 (ON-Line) a nebo zaznamenat data, ze kterých lze s určitým časovým zpožděním (OFF-Line) dodatečně vyhodnotit polární souřadnice cíle (D, ε, α) [5].

Řízeným objektem kanálu směru (Obr.1,2,3) je SMD pevně spojený (vzájemně nepohyblivě – závislá záměrná) se zaměřovačem. Tento celek je obvykle umístěn na Cardanově závěsu, který umožňuje říditelné nastavování polohy pelengační osy SMD vůči základně na které je celá tato soustava připevněna.

Základnu tvoří (podle rozměrů a hmotnosti dálkoměru) zpravidla trojnožka (nosič) k postavení dálkoměru na terén nebo speciální držák k jeho montáži na dopravním prostředku



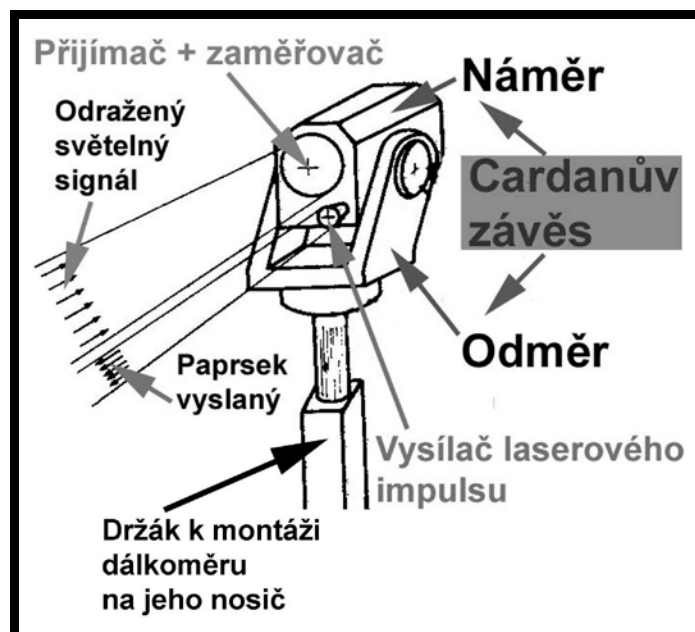
Obr. 2 Vzájemný vztah programů pro PC EFG a MORES [2]

(nosič). K osám Cardanova závěsu jsou připevněny snímače úhlu natočení (SÚN). Po zamíření SMD na cíl pomocí zaměřovače pak snímače úhlu udávají relativní úhlové souřadnice cíle $(\varphi, \psi) \approx (\varphi, \psi)_M$ vůči základně tj. (relativní) náměr a odměr zaměřovače (Obr. 1,2,3). S využitím údajů ze snímačů náklonu báze (SNB - Obr. 1), které udávají spolu s údaji navigačního systému okamžitou polohu základny (báze) dálkoměru v prostoru (Obr. 1), lze vypočít (měřené) odhady azimutu cíle α_M a jeho polohového úhlu ε_M [1].

Problematické týkající se určování přesnosti úhlových souřadnic cíle vůči dálkoměru (α, ε) a to s využitím odpovídajícího matematického modelu systému zamiřování (SZ) dálkoměru na cíl jsou věnovány práce [1,2]. Model lze podmíněně rozdělit na dvě části. Matematický model vlastního systému zamiřování (SZ, kanálu směru) dálkoměru jako speciálního polohového servomechanismu (zaměřovacího resp. sledného systému) představuje první dílčí model (Obr.2). K simulaci jeho činnosti je nutno generovat jednak pohyb cíle v prostoru (cíl je reprezentován tzv. záměrným bodem C) a jednak pohyb dopravního prostředku (dále jen DP) na němž je dálkoměr instalován po nerovném terénu (vozidlo) nebo za jeho letu (vrtulník, letoun). Jedná se tedy o generaci řady budících funkcí, které vstupují, buď na vstup modelu SZ (řídící veličiny) a nebo představují pro model SZ veličiny poruchové. Model generující budící funkce je tedy druhým dílčím modelem.

Všechny matematické modely byly sestavovány za předpokladu, že k zjišťování přesnosti systému bude použito principů metody Monte Carlo [1,2,4,5].

Pro zadaný scénář pohybu dopravního prostředku (DP) a scénář pohybu cíle jsou určovány ideální (budící) charakteristiky zamiřování zaměřovače a šikmé dálky cíle, jako funkce času a to ve dvou variantách tj. pro ideální a reálný povrch terénu (Obr. 2 - program EFG - Generátor budících funkcí (Excitation Functions Generator), Verze 1.0.0). Popis algoritmu je publikován v [1,2]. K výpočtům jsou pak používány charakteristiky kmitání báze (nutné jako budící funkce pro různé typy snímačů náklonu a lineárních pohybů báze (Obr.1,2 ; báze -



Obr. 3 Příklad konstrukčního uspořádání impulsního laserového dálkoměru

např. užitková nástavba vozidla) resp. se jedná o poruchové veličiny ovlivňující činnost systému zamerování dálkoměru (unášivé pohyby báze vyvolávající poruchové (setrvačné) síly a momenty – Obr. 1,2), dále charakteristiky šikmé dálky cíle měřené dálkoměrem z báze D_{CR} a konečně charakteristiky zamíření na cíl z báze, což jsou řídicí veličiny pro systém zamerování dálkoměru (kanálu směru; poloha záměrného bodu – úhly $(\varphi_{ZB}, \psi_{ZB}) = (\varphi_Z, \psi_Z)$), jehož činnost je simulována dalším modelem (Program MORES – Model regulované soustavy, Verze 1.0.9 - umožňuje simulaci ručního pohonu a motorického pohonu bez resp. se stabilizací zorného pole zaměřovače (Obr. 2 – režim „A“ resp. „B“).

V řadě případů je nutné odhadovat budoucí polohu pohybujícího se cíle. Například, algoritmus automatického rozpoznávání polohy cíle v obraze snímaném CCD kamerou, který se nachází resp. se pohybuje na složitém a náhodném pozadí, musí být doplněn o algoritmus prolongace (extrapolace) budoucí dráhy cíle, aby jej bylo možno použít jako základ pro algoritmus automatického sledování cíle. Data generovaná prolongačním algoritmem slouží k doplnění datové řady v časových úsecích, ve kterých je cíl dočasně ukrytý za přírodními nebo umělými překážkami nebo detekovatelnost jeho polohy je výrazně snížena například vlivem kouře, mlhy, mračen prachu a pod. Pro některé aplikace je nutné prolongovat i dráhu dopravního prostředku (souřadnice $(X, Y, H)_P \approx (X, Y, H)_{PE}$) [1]. Parametry určující prolongovanou dráhu cíle a dopravního prostředku generuje program PROLONG (Obr. 1 – dolní index „E“).

2. Výchozí charakteristiky modelu zatížení výstupní hřídele převodovky

Dynamické vlastnosti odměrových a náměrových částí jsou charakterizovány jejich celkovými hmotnostmi, polohami jejich středů hmotnosti a odpovídajícími tenzory setrvačnosti vztahenými k jejich středům hmotnosti. Výpočty lze podstatně zjednodušit, pokud tato absolutně tuhá tělesa nahradíme odpovídajícími *ekvivalentními soustavami hmotných bodů* m_j [6,7]. V programu MORES je možno volit rozklad do ekvivalentních

soustav o dvou resp. pěti hmotných bodech. Cílově je plánován rozklad až do deseti hmotných bodů ($j = 1, 2, \dots, 10$).

Při výpočtu momentu zatížení odměrových částí (pohyb okolo osy určené jednotkovým vektorem $\mathbf{n}(\psi) = \mathbf{n}(\psi)$) je nutno provádět sumace přes všechny ekvivalentní body odměrových i náměrových částí, kdežto pro výpočet momentu zatížení náměrových částí (pohyb okolo osy určené jednotkovým vektorem $\mathbf{n}(\varphi) = \mathbf{n}(\psi)$) se sumace provádí pouze přes ekvivalentní soustavu hmotných bodů náměrových částí.

Náhodné kmitání, ale i řízené pohyby, báze dopravního prostředku (DP, nosiče) jsou charakterizovány pomocí souřadnic $\mathbf{u}_B = \mathbf{u}_B = (X, Y, H)_B^T$ vztažného (smluvního) bodu B báze a matice směrových kosinů báze $\mathbf{S}_B = \{s_{Bij}\}$ a to vůči základní (topografické) souřadné soustavě (X,Y,H). Hodnoty \mathbf{u}_B , \mathbf{S}_B a jejich derivace podle času generuje program EFG jako časové řady v souladu se zvoleným scénářem pohybu dopravního prostředku (Obr. 1,2). Popis algoritmu je uveden v [1,2,].

Také další postup resp. vztahy jsou zavedeny ve shodě se [2]. Je však zde podstatný rozdíl – program EFG [2] pracuje resp. určuje přesné hodnoty úhlů $(\varphi_Z, \psi_Z) = (\varphi_{ZB}, \psi_{ZB})$ (Obr.2), kdežto při určování zatěžujících sil a momentů je nutno pracovat s jejich „aproximacemi“ (φ, ψ) , které jsou dány vlastním procesem sledování cíle (Obr. 2) a generuje je jako výstupní parametry program MORES v rámci něhož probíhá i výpočet podle následujících vztahů. Hodnoty (φ, ψ) jsou „měřeny“ pomocí modelů snímačů úhlů (relativního) natočení (SÚN-náměr φ , odměr ψ) a ty poskytují měřené hodnoty (φ_M, ψ_M) (Obr. 1, 2) v rámci programu PROLONG.

K popisu Cardanova závěsu dálkoměru použijeme dvou pravotočivých pravouhlých souřadných soustav [1,2]

- souřadné soustavy „odměru“ dálkoměru (index „4Z“) a
- souřadné soustavy „náměru“ dálkoměru (index „5Z“).

Předpokládejme, že v základní, klidové (statické) poloze jsou osy obou souřadných soustav rovnoběžné s odpovídajícími osami báze tj. $x_{4Z} // x_{5Z} // x_B, y_{4Z} // y_{5Z} // y_B, z_{4Z} // z_{5Z} // z_B$.

Poloha počátku Z_0 souřadné soustavy „4Z“ je posunuta vůči středu (počátku) báze B o konstantní vzdálenost

$$\vec{u}_{Z_0} = (x_B = x_{Z_0}, y_B = y_{Z_0}, z_B = z_{Z_0})^T. \quad (2)$$

Dále předpokládáme, že osy Cardanova závěsu jsou obecně mimoběžné, takže počátek C_0 souřadné soustavy „5Z“ je posunut vůči bodu Z_0 o konstantní vzdálenost

$$\vec{u}_{C_0} = (x_{4Z} = l, y_{4Z} = h, z_{4Z} = a)^T \quad (3)$$

Odměr zaměřovače je dán úhlem ψ , který představuje natočení souřadné soustavy „4Z“ vůči souřadné soustavě báze okolo osy y_B o úhel $\varphi_y = -\psi$ tzn. úhel ψ má stejnou orientaci jako azimuty resp. směrníky v (základní) topografické souřadné soustavě (X, Y, H).

V souladu s [1,2] platí pro odpovídající matici směrových kosinů

$$\mathbf{S}_{4Z} = \mathbf{S}_{4Z}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Dále zavedeme zkrácené označení

$$\mathbf{S}_B(\psi) = \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{S}_{4Z}(\psi) = \{s_{Bij}(\psi)\} \quad (5)$$

Náměr zaměřovače je dán úhlem φ , který představuje natočení souřadné soustavy „5Z“ vůči souřadné soustavě „4Z“ okolo osy z_{4Z} o úhel $\varphi_{z_{4Z}} = \varphi$ tzn. úhel φ má stejnou orientaci jako úhel stoupání δ_p DP při jeho jízdě v terénu.

V souladu s [1,2] platí pro odpovídající matici směrových kosinů

$$\mathbf{S}_{5Z} = \mathbf{S}_{5Z}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Pro zkrácení označení zavedeme matici směrových kosinů

$$\mathbf{S}_Z = \mathbf{S}_Z(\varphi, \psi) = \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{S}_{4Z}(\psi) \cdot \mathbf{S}_{5Z}(\varphi) = \mathbf{S}_B(\psi) \cdot \mathbf{S}_{5Z}(\varphi) = \{S_{Zij}\} \quad (7)$$

Zároveň $\vec{u}_{z_s} = \vec{u}_{z_0} + \mathbf{S}_{4Z} \cdot \vec{u}_{c_0}$ je poloha „středu“ Cardanova závěru zaměřovače udaná vzhledem ke středu (počátku) báze B.

Pro absolutní topografické souřadnice libovolného j-tého bodu odměrových částí (vnějšího rámečku Cardanova závěsu) platí

$$\mathbf{u}_{\psi aj} = \mathbf{u}_{z_0 a} + \mathbf{S}_B(\psi) \cdot \mathbf{u}_{\psi j} = (\mathbf{u}_B + \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{u}_{z_0}) + \mathbf{S}_B(\psi) \cdot \mathbf{u}_{\psi j} \quad (8)$$

kde $\mathbf{u}_{\psi j} = [l_{oj}, h_{oj}, a_{oj}]^T$ jsou relativní souřadnice tohoto bodu vzhledem k souřadné soustavě „odměru“ dálkoměru. Takže na hmotný bod o hmotnosti $m_{\psi j}$ umístěný v tomto bodě působí „setrvačná“ síla

$$\mathbf{F}_{\psi j} = -m_{\psi j} \cdot (\ddot{\mathbf{u}}_{\psi aj} - \mathbf{g}) \quad (9)$$

o velikosti $F_{\psi j} = |\mathbf{F}_{\psi j}|$, kde $\mathbf{g} = (0, 0, -g)^T$ je vektor gravitačního zrychlení.

Pro absolutní (topografické) souřadnice libovolného j-tého bodu náměrových částí (vnitřního rámečku Cardanova závěsu) obdobně platí

$$\mathbf{u}_{\varphi aj} = \mathbf{u}_{z_s a} + \mathbf{S}_Z \cdot \mathbf{u}_{\varphi j} = (\mathbf{u}_B + \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{u}_{z_0}) + \mathbf{S}_Z \cdot \mathbf{u}_{\varphi j}, \quad (10)$$

kde $\mathbf{u}_{\varphi j} = [l_{nj}, h_{nj}, a_{nj}]^T$ jsou relativní souřadnice tohoto bodu vzhledem k souřadné soustavě „náměru“ dálkoměru. Takže na hmotný bod o hmotnosti $m_{\varphi j}$ umístěný v tomto bodě působí „setrvačná“ síla

$$\mathbf{F}_{\varphi j} = -m_{\varphi j} \cdot (\ddot{\mathbf{u}}_{\varphi aj} - \mathbf{g}) \quad (11)$$

o velikosti $F_{\varphi j} = |\mathbf{F}_{\varphi j}|$.

K dalším výpočtům budeme potřebovat souřadnice jednotkových vektorů os otáčení odměru $\mathbf{n}(\psi)$ a náměru $\mathbf{n}(\varphi)$ v absolutní (topografické) souřadné soustavě. S využitím vztahů (8,10) lze podle [8] ukázat, že platí

$$\mathbf{n}(\psi) = [S_{B12}, S_{B22}, S_{B32}]^T, \quad (12a)$$

$$\mathbf{n}(\varphi) = [S_{B13}(\psi), S_{B23}(\psi), S_{B33}(\psi)]^T. \quad (12b)$$

Konečně je nutné určit vektory $\mathbf{d}_{\psi j}$ resp. $\mathbf{d}_{\varphi j}$ (zkráceně \mathbf{d}_j) určující nejkratší vzdálenost j-tých bodů (\mathbf{u}_j) odměrových ($\mathbf{u}_{\psi j}$) resp. náměrových částí ($\mathbf{u}_{\varphi j}$) od kterékoliv z os otáčení (odměr-vektor $\mathbf{n}(\psi)$ resp. Náměr - vektor $\mathbf{n}(\varphi)$ zkráceně - vektor \mathbf{n}). Dá se odvodit, že platí

$$\mathbf{d}_j = (\mathbf{u}_j - \mathbf{r}_1) - t_j \cdot \mathbf{n}, \quad (13a)$$

$$t_j = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u}_j - \mathbf{r}_1), \quad (13b)$$

kde \mathbf{r}_1 je libovolný bod na ose otáčení určené jednotkovým vektorem \mathbf{n} . V případě odměru ($\mathbf{n}(\psi)$) volíme výhodně $\mathbf{r}_1 = \mathbf{u}_{z_0 a}$ a v případě náměru ($\mathbf{n}(\varphi)$) volíme $\mathbf{r}_1 = \mathbf{u}_{z_s a}$.

Pro odpovídající jednotkový vektor platí ($d_j \neq 0$)

$$\mathbf{n}_{dj} = \mathbf{d}_j / d_j \quad , \quad (13c)$$

kde $d_j = |\mathbf{d}_j|$ je velikost vektoru \mathbf{d}_j .

Zavedeme také jednotkový vektor \mathbf{v}_j vztahem

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{n} \times \mathbf{n}_{dj} \quad , \quad (14)$$

takže jednotkové vektory (\mathbf{n} , \mathbf{n}_{dj} , \mathbf{v}_j) tvoří ortogonální pravotočivou trojici.

Nyní lze provést ortogonální rozklad „setrvačných“ sil \mathbf{F}_{ψ_j} resp. \mathbf{F}_{ϕ_j} (obecně \mathbf{F}_j) následujícím způsobem

$$\mathbf{F}_j = (\mathbf{F}_{RRj} + \mathbf{F}_{RKj}) + \mathbf{F}_{Kj} = (\mathbf{F}_{RRj} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{F}_{RKj} \cdot \mathbf{n}_{dj}) + \mathbf{F}_{Kj} \cdot \mathbf{v}_j \quad , \quad (15)$$

kde $\mathbf{F}_{RRj} = \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{n}$, $\mathbf{F}_{RKj} = \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{n}_{dj}$, $\mathbf{F}_{Kj} = \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{v}_j$.

Tento rozklad je nutno v případě sil \mathbf{F}_{ϕ_j} provést jak k ose odměru ($\mathbf{n} = \mathbf{n}(\psi)$) tak i k ose náměru ($\mathbf{n} = \mathbf{n}(\phi)$), kdežto v případě sil \mathbf{F}_{ψ_j} postačuje provést rozklad pouze k ose odměru.

Složky síly \mathbf{F}_{Kj} vytvářejí základní složky momentu zatížení

$$\mathbf{M}_{Kj} = \mathbf{d}_j \times \mathbf{F}_{Kj} \quad . \quad (16)$$

Momenty síly složek \mathbf{F}_{RRj}

$$\mathbf{M}_{RRj} = \mathbf{d}_j \times \mathbf{F}_{RRj} \quad (17)$$

vyvolávají spolu se silami \mathbf{F}_{RRj} , \mathbf{F}_{RKj} a \mathbf{F}_{Kj} reakce v ložiscích příslušné osy otáčení a jsou tedy příčinou vzniku základní hodnoty třetího momentu \mathbf{M}_{T0} . Složka \mathbf{F}_{RKj} nevytváření moment síly k ose otáčení (vektor \mathbf{n}), neboť je s ní kolineární.

3. Moment zatížení na výstupní hřídeli převodovky

Následující vztahy jsou tvarově identické, jak pro otáčení okolo osy odměru ($\mathbf{n}(\psi)$), tak i okolo osy náměru ($\mathbf{n}(\phi)$), proto indexy (ψ , ϕ) budeme vynechávat.

Pro celkový moment zatížení k příslušné ose otáčení (výstupní hřídeli převodovky [3]), platí

$$\mathbf{M}_{ZC} = \mathbf{M}_{KC} + \mathbf{M}_{TC} \quad , \quad (18a)$$

kde \mathbf{M}_{KC} je „aktivní“ složka momentu zatížení

$$\mathbf{M}_{KC} = \mathbf{M}_{K0} + \mathbf{M}_{KV} \quad , \quad (18b)$$

\mathbf{M}_{K0} je složka momentu vyvolaná působením „setrvačných sil“ (vztah (16))

$$\mathbf{M}_{K0} = \sum_j \mathbf{M}_{Kj} \quad (18c)$$

\mathbf{M}_{KV} je složka momentu zatížení vyvolaná ostatními silami a momenty působícími na odměrové resp. náměrové části a která je kolineární s vektorem příslušné osy.

\mathbf{M}_{TC} je složka momentu zatížení vyvolaná třecími momenty působícími na odměrové resp. náměrové části a která je kolineární s vektorem příslušné osy

$$\mathbf{M}_{TC} = \mathbf{M}_{T0} + \mathbf{M}_{TV} \quad (18d)$$

\mathbf{M}_{T0} je složka vyvolávaná „setrvačnými“ silami a momenty, případně i dalšími silami a momenty, působícími na odměrové resp. náměrové části a které způsobují třecí momenty v příslušných ložiscích,

\mathbf{M}_{TV} je složka třecích momentů, které působí v jiných místech než v ložiscích např. v těsnících uzlech. Za normálních okolností je tato složka obvykle podstatně větší než složka \mathbf{M}_{T0} .

Pohybová rovnice výstupního hřídele převodovky [3] má v tomto případě implicitní tvar

$$M_{ZCR} = M_2 \quad , \quad (19)$$

kde M_2 kroutící moment na výstupním hřídeli převodovky [3],

M_{ZCR} je veličina – celkový moment zatížení, jehož velikost je rovna velikosti

$M_{ZC} = |\mathbf{M}_{ZC}|$ momentu \mathbf{M}_{ZC} a jehož znaménko (± 1) odpovídá zavedené konvenci. Vzhledem k tomu, že deviační momenty v tenzorech setrvačnosti odměrových i náměrových částí jsou obecně nenulové, platí, že $M_{ZC} = f(\psi, \varphi, \dot{\psi}, \dot{\varphi}, \ddot{\psi}, \ddot{\varphi}, \dots)$ a to jak pro odměrový tak i pro náměrový pohyb. Naopak, pro M_2 platí, že není funkcí ani ψ ani φ [3].

4. Třecí momenty v ložiscích odměrové a náměrové osy

Pro zajištění efektivní činnosti dálkoměru je nezbytné, aby velikost celkového třecího momentu $M_{TC} = |\mathbf{M}_{TC}|$ bylo minimalizována, proto jsou užívána přednostně valivá ložiska. Při sledování cíle dochází ke kývavým vratným pohybům o nízkých úhlových rychlostech (do cca 100 ot/min), proto lze zanedbat hydrodynamické ztráty ve valivých ložiscích a je možno uvažovat pouze ztráty závislé na zatížení [10], jejichž velikost je navíc poměrně malá. V tomto případě lze použít zjednodušený vztah pro velikost složky momentu \mathbf{M}_{T0} [10]

$$M_{T0} \approx f \cdot r_0 \cdot F_e \quad , \quad (20a)$$

kde $r_0 = d_0 / 2$ je poloměr díry ložiska resp. poloměr hřídele

f je (ekvivalentní) součinitel tření, jehož hodnota (pro podmínky příznivého mazání a dle typu ložiska) se pohybuje od 0,0010 až do 0,0045. U nových nezaběhnutých ložisek a při převládajícím axiálním zatížení může být hodnota f i větší.

F_e je ekvivalentní (kvazistaické) zatížení ložiska

$$F_e = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \quad (20b)$$

X resp. Y [-] je součinitel dynamického radiálního resp. axiálního zatížení (součinitelé dynamičnosti),

F_r resp. F_a je radiální resp. axiální složka zatížení valivého ložiska.

Vzhledem k tomu, že přesné určení hodnot součinitelů dynamičnosti X , Y není prakticky možné, zvolili jsme následující přibližný postup určení velikosti sil F_r a F_a . Pro jednoduchost budeme navíc předpokládat, že na soustavu nepůsobí, kromě setrvačných a tíhových sil a momentů, žádné další vnější síly a momenty.

Nejprve určíme vektor axiální (osové) síly

$$\mathbf{F}_{ac} = \sum_j \mathbf{F}_{RRj} \quad , \quad (21)$$

vektor celkové příčné (radiální) síly

$$\mathbf{F}_{PC} = \mathbf{F}_{KC} + \mathbf{F}_{RC} \quad , \quad (22a)$$

kde

$$\mathbf{F}_{KC} = \sum_j \mathbf{F}_{Kj}, \quad (22b)$$

$$\mathbf{F}_{RC} = \sum_j \mathbf{F}_{RKj}, \quad (22c)$$

a také vektor momentu sil

$$\mathbf{M}_{RRC} = \sum_j \mathbf{M}_{RRj}, \quad (23)$$

jehož jednotkový vektor označíme $\mathbf{n}_{RRC} = \mathbf{M}_{RRC} / |\mathbf{M}_{RRC}|$.

Vektor síly \mathbf{F}_{PC} rozložíme do dvou složek

$$\mathbf{F}_{PC} = \mathbf{F}_{PCD} + \mathbf{F}_{PCM}, \quad (24a)$$

kde \mathbf{F}_{PCM} je složka kolineární s vektorem momentu \mathbf{M}_{RRC} , tedy

$$\mathbf{F}_{PCM} = F_{PCM} \cdot \mathbf{n}_{RRC}, \quad F_{PCM} = \mathbf{F}_{PC} \cdot \mathbf{n}_{RRC}$$

$$\mathbf{F}_{PCD} = \mathbf{F}_{PC} - \mathbf{F}_{PCM} \text{ je složka kolmá k vektoru } \mathbf{M}_{RRC}.$$

Dále budeme uvažovat hřídel na dvou podporách (ložiscích) jejichž vzdálenost je L . Účinek momentu \mathbf{M}_{RRC} nahradíme dvojicí sil \mathbf{F}_{PCMD} působících v ložiscích

$$|\mathbf{F}_{PCMD}| = |\mathbf{M}_{RRC}| / L, \quad (25a)$$

$$\mathbf{F}_{PCMD} = |\mathbf{F}_{PCMD}| \cdot \mathbf{n}_F, \quad (25b)$$

kde $\mathbf{n}_F = \mathbf{n}_{RRC} \times \mathbf{n}$

Nyní zavedeme reakce v ložiscích (\mathbf{F}_{NX} , \mathbf{F}_{NYA}), \mathbf{F}_{NYB} a ze tří rovnic statické rovnováhy získáme vztahy

$$\mathbf{F}_{NX} = 1/2 \mathbf{F}_{PCD}, \quad (26a)$$

$$\mathbf{F}_{NYA} = \mathbf{F}_{PCMD} + 1/2 \mathbf{F}_{PCM}, \quad (26b)$$

$$\mathbf{F}_{NYB} = \mathbf{F}_{PCMD} - 1/2 \mathbf{F}_{PCM}, \quad (26c)$$

Velikosti radiálních reakcí v ložiscích jsou

$$F_{N1} = \sqrt{|\mathbf{F}_{NX}|^2 + |\mathbf{F}_{NYA}|^2}, \quad (27a)$$

$$F_{N2} = \sqrt{|\mathbf{F}_{NX}|^2 + |\mathbf{F}_{NYB}|^2}, \quad (27b)$$

Pro radiální složku zatížení vystupující ve vztahu (20b) platí (dvě stejná valivá ložiska)

$$F_r = F_{N1} + F_{N2} \quad (28a)$$

a pro axiální složku zatížení platí

$$F_a = |\mathbf{F}_{ac}|. \quad (28b)$$

Vektor celkových třecích momentů \mathbf{M}_{TC} i jeho složky jsou orientovány tak, že vždy působí proti směru otáčení hřídelí (proti orientaci vektorů úhlových rychlostí ψ , φ).

5. Závěr

Naší snahou bylo, aby z výše uvedeného textu bylo zřejmé, že námi navrhovaný model lze dále zdokonalovat. Hlavní uplatnění tohoto modelu nebo jeho modifikací bude v rámci komplexního modelu, který je nutno vytvořit pro algoritmus adaptivního řízení s modelem. S využitím tohoto algoritmu bude uskutečňováno řízení procesu zamiřování pelengační osy dálkoměru na pohybující se cíl z pohybujícího se dopravního prostředku [4].

6. Poděkování

Príspevek vznikl za podpory finančních prostředků z projektu průmyslového výzkumu MPO ČR – kód projektu: FD – K3/099: “Výzkum a vývoj technologie a technických prostředků pro pasivní optoelektronické sledování a měření objektů“.

7. Literatura

- [1] Čech,V.: Soubor matematických modelů pro hodnocení vlivu přesnosti měření vzdálenosti cílů pasivním optoelektronickým dálkoměrem na užité vlastnosti typických palebných systémů pozemních sil (Výzkumná zpráva). Součást projektu průmyslového výzkumu MPO ČR – kód projektu: FD – K3/099. Brno 2003, s. 224
- [2] Čech,V. – Jevický, J.: The Problem of the Excitation Functions Generation for the Model for the Special Positional Servomechanism of the Rangefinder. In: Book of Extended Abstracts of Engineering Mechanics 2004 and Proceedings on CD-ROM, Svratka, 10. až 13. 5. 2004, s. 61 až 62, ISBN 80-85918-88-9
- [3] Čech,V.- Jevický,J.: Zjednodušený dynamický model samosvorné převodovky. In.: Proceedings of Colloquium Dynamics of Machines 2005, Praha, 8. a 9.2.2005, s.15 až 22 , ISBN – 80-85918- 79 – X
- [4] Čech,V.- Jevický,J.: Soubor programů pro simulaci činnosti systému prodloužení dráhy cíle. In: Proceedings of 39th International Conference Modelling and Simulation of Systems – MOSIS '05, Hradec nad Moravicí, 19. až 21. 4. 2005, s. 8 (V tisku)
- [5] Čech,V.: Matematický model systému zaměřování zaměřovače na cíl (Závěrečná zpráva) Součást projektu průmyslového výzkumu MPO ČR, kód projektu: FD-K3/99, Název projektu: Výzkum a vývoj technologie a technických prostředků pro pasivní optoelektronické sledování a měření objektů. Brno 2004, s. 14
- [6] Juliš, K. – Brepta, R. aj.: Mechanika, II.díl – Dynamika. Technický průvodce 66, Praha, SNTL 1987, s. 688
- [7] Brepta,R. – Půst,L. – Turek,F.: Mechanické kmitání. Technický průvodce 71, Praha, SOBOTÁLES 1994, s.592
- [8] Brát, V.: Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů. Praha, Academia 1981, s. 212
- [9] Balaštík, P. – Wolf, V. – Čech, V.: Lafetace děl (učebnice). Vojenská akademie v Brně 1984, s. 474
- [10] Bolek,A. – Kochman,J. aj.: Části strojů, 1. svazek. Technický průvodce 6, Praha, SNTL 1989, s.776

Poznámka: Základní přehled použité literatury je uveden v [1] (133 položek).