



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

MODEL – BASED PIEZOACTUATOR PLACEMENT DESIGN OF ACTIVELY CONTROLLED PLATE

Š. Fenik, P. Blesák, L. Starek¹

Summary: *Current active vibration suppression systems usually consist of piezoelectric actuators bonded to the surface or embedded within the structure. In most of these structures thickness-poled piezoelectric elements are placed at the extreme thickness positions of the structure to achieve effective actuation authority. But it is also very important to place the actuators at the positions with maximum in-plane deformation within vibration modes of interest. In this paper finite element model is used to directly determine the optimal actuator placement for vibration suppression of cantilever rectangular plate. Positive position feedback method is used to control chosen vibration modes in simulation example.*

1. Úvod

Čoraz častejšie sa v súčasnosti stretávame s pojmami ako smart materiál, či smart štruktúra a to v súvislosti s výrobkami, ktoré nielen obsahujú nové špeciálne vyvinuté materiály, ale od ktorých sa vyžaduje aj istý stupeň inteligencie. Do tejto kategórie nepochybne spadá aj prípad riadenia (najčastejšie potláčania) kmitania mechanických konštrukcií s implementovanými piezoelektrickými akčnými členmi a snímačmi. Čo sa týka používaných materiálov jednoznačne dominuje piezokeramika (najčastejšie na báze PZT – lead zirconate titanate), ktorá umožňuje efektívny prevod mechanickej energie na elektrickú a naopak s veľmi výrazným piezoelektrickým efektom. To umožňuje počítačom podporovaný dizajn riadenia pohybu mechanických sústav, ako sú nosníky a dosky, aj v bežných strojárskych aplikáciách.

V rámci návrhu aktívneho riadenia kmitania smart štruktúry je prvým dôležitým krokom riešenie rozmiestnenia akčných členov a snímačov. Náročnosť tohto problému závisí od zložitosti štruktúry, od toho, či máme vopred definované množstvo piezokeramiky, prípadne či chceme zároveň hľadať i optimálne parametre riadenia. V prípade, že nás zaujíma vopred definované frekvenčné pásmo (čo je v praxi takmer vždy) sa úloha zjednoduší, pretože v tom prípade možno hľadať optimálne parametre riadenia nezávisle na rozmiestnení akčných členov. Jediné kritérium pre dosiahnutie optimálneho rozmiestnenia je teda len maximálna riaditeľnosť vlastných tvarov kmitania (VT) nachádzajúcich sa vo frekvenčnom pásme, ktoré nás zaujíma. V tomto príspevku je ukázané ako efektívne možno využiť MKP model smart

¹ Ing. Štefan Fenik, Ing. Peter Blesák, Prof. Ing. Ladislav Starek, PhD.: Katedra technickej mechaniky, Strojnícka fakulta STU, Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava, tel.: +421 02 5249 7890, fax: +421 02 5249 7890, e-mail: starek@cvt.stuba.sk

štruktúry na priame definovanie optimálneho umiestnenia akčných členov, bez nutnosti využívať akékoľvek dodatočné optimalizačné postupy.

2. Aplikácia piezokeramiky na škrupinovú konštrukciu

Aby sme mohli efektívne matematicky popísať správanie sa smart materiálovej štruktúry obsahujúcej piezoelektrický materiál, musíme zvoliť vhodný model vyjadrujúci vzťah medzi mechanickými a elektrickými veličinami. V praxi sa ako úplne postačujúci ukazuje lineárny model, ktorý je reprezentovaný nasledujúcimi konštitučnými vzťahmi (ANSI/IEEE Standard):

$$\varepsilon_p = s_{pq}^E \sigma_q + d_{kp} E_k \quad (1a)$$

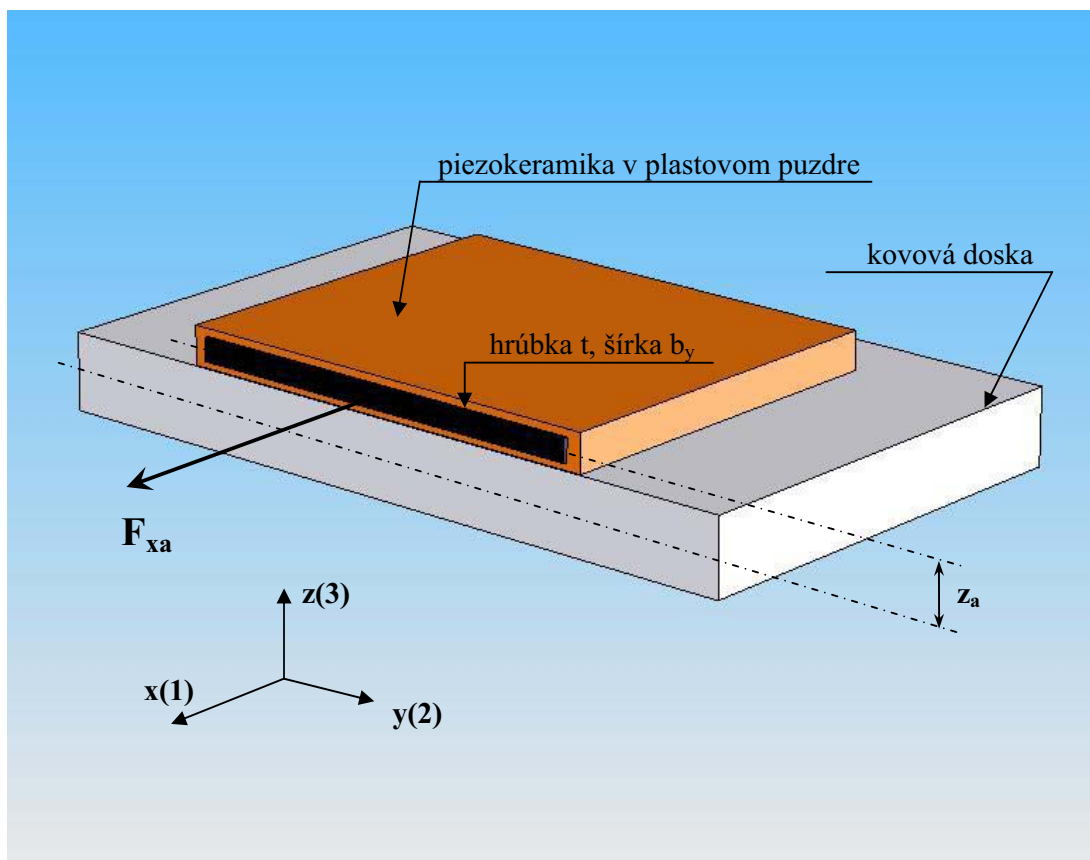
$$D_i = d_{iq} \sigma_q + \varepsilon_{ik}^T E_k \quad (1b)$$

kde $\{\varepsilon_p\}$ je vektor pozostávajúci z nezávislých zložiek symetrického tenzora pomernej deformácie, $\{\sigma_q\}$ je vektor pozostávajúci z nezávislých zložiek Cauchyho tenzora mech. napätia ($p, q = 1 \dots 6$), $\{E_k\}$ je vektor intenzity el. poľa a $\{D_i\}$ je vektor indukcie el. poľa ($i, k = 1 \dots 3$, pričom index 3 prislúcha vždy osi polarizácie piezokeramiky, t.j. smeru vektora intenzity el. poľa aplikovaného v polarizačnom procese); $\{s_{pq}^E\}$ je matica konštánt mechanickej poddajnosti pri konštantnom el. poli, $\{d_{kp}\}$ je matica piezoelektrických konštánt a $\{\varepsilon_{ik}^T\}$ je diagonálna matica dielektrických konštánt (el. permitivita) pri konštantnom mechanickom napätí. Všeobecne možno povedať, že piezokeramický materiál je ortotropný, pričom fyzikálne vlastnosti v smeroch 1,2 kolmých na smer polarizácie sú rovnaké. Pri pôsobení elektrického poľa rovnako orientovaného ako pri polarizačnom procese dochádza k predĺženiu v smere 3 a skráteniu v smeroch kolmých. Pri pôsobení el. poľa v smere 1 resp. 2 dochádza len k skoseniu v rovine kolmej na smer 2 resp. 1 (príslušná pomerná deformácia má index 5 resp. 4). Nenulové hodnoty majú teda len konštanty d_{33} , $d_{31} = d_{32}$ a $d_{15} = d_{24}$, pričom prvý index vždy určuje smer intenzity el. poľa, druhý index zodpovedá vznikajúcemu mech. napätiu. Potom ak je piezoelektrický prvok vyrobený v tvare obdĺžnikového plátku, pričom smer polarizácie je v smere hrúbky, t.j. kolmo na elektródy, zaujímajú nás len pomerné predĺženia – prvé tri rovnice zo sústavy (1a) a elektrický náboj na elektródach – posledná z rovníc (1b). Pre prípad prvku nalepeného na povrchu dosky (obr. 1) je okrajovou podmienkou $\sigma_3 = 0$. Ak nás nezaujíma deformácia v smere 3, postačia nám tieto tri rovnice zo sústavy (1a-b):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{Y_1} - \nu_{12} \frac{\sigma_2}{Y_2} + d_{31} E_3 \\ \varepsilon_2 &= -\nu_{21} \frac{\sigma_1}{Y_1} + \frac{\sigma_2}{Y_2} + d_{32} E_3 \\ D_3 &= d_{31} \sigma_1 + d_{32} \sigma_2 + \varepsilon_3^T E_3 \end{aligned} \quad (2a-c)$$

kde Y je modul pružnosti a ν je Poissonove číslo. Navyše platí $Y_1 = Y_2 = Y$ (teda aj $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$), $d_{31} = d_{32}$ a $E_3 t = u_a$ – čo je akčné el. napätie, takže pre mech. napätie v smere 1 a 2 možno odvodiť:

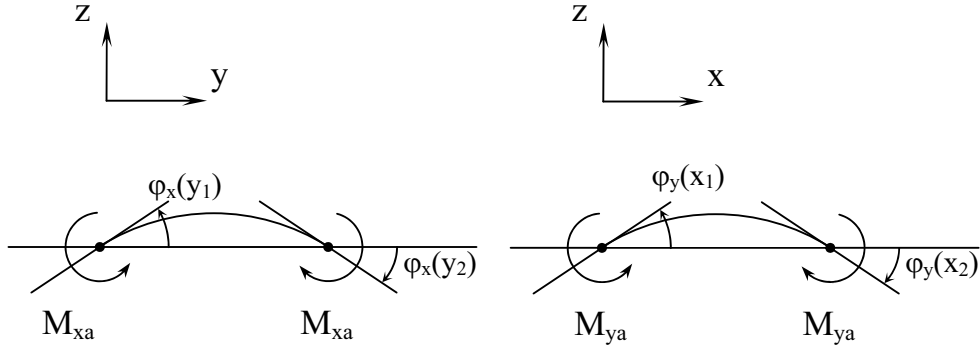
$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{Y}{1-\nu^2} \varepsilon_1 + \frac{\nu Y}{1-\nu^2} \varepsilon_2 - \frac{Y}{1-\nu} d_{31} \frac{u_a}{t} \\ \sigma_2 &= \frac{Y}{1-\nu^2} \varepsilon_2 + \frac{\nu Y}{1-\nu^2} \varepsilon_1 - \frac{Y}{1-\nu} d_{31} \frac{u_a}{t}\end{aligned}\quad (3a,b)$$



Obr.1 Piezokeramický akčný člen na povrchu dosky

Pre akčné pôsobenie (obr. 2) vyplýva lineárna závislosť na privedenom el. napätí:

$$\begin{aligned}M_{xa} &= F_{ya} z_a = \sigma_2 b_x t = K_{xa} u_a \Rightarrow K_{xa} = -\frac{Y b_x d_{31} z_a}{1-\nu} \\ M_{ya} &= F_{xa} z_a = \sigma_1 b_y t = K_{ya} u_a \Rightarrow K_{ya} = -\frac{Y b_y d_{31} z_a}{1-\nu}\end{aligned}\quad (4a,b)$$



Obr. 2: Ekvivalentné akčné pôsobenie

Dosadením (3a,b) do (2c), dostaneme závislosť plošnej hustoty celkového náboja na deformácii $\varepsilon_{1,2}$ a napätí u_a :

$$D_3 = \frac{dq_c}{dA} = Yd_{31} \left(\frac{(1+\nu)}{1-\nu^2} \varepsilon_1 + \frac{(1+\nu)}{1-\nu^2} \varepsilon_2 - \frac{2}{1-\nu} d_{31} \frac{u_a}{t} \right) + \varepsilon_3^T \frac{u_a}{t} \quad (5)$$

Prenásobením elementárnou plochou $dA = dx dy$ a integráciou cez celú elektródu pre celkový náboj dostávame:

$$q_c = \frac{d_{31} Y Z_a}{1-\nu} \left[b_y (\varphi_y(x_2) - \varphi_y(x_1)) + b_x (\varphi_x(y_2) - \varphi_x(y_1)) \right] + \left(\varepsilon_3^T - \frac{2d_{31}^2 Y}{1-\nu} \right) \frac{A}{t} u_a \quad (6)$$

kde φ_x (φ_y) je priemerná hodnota uhlového natočenia vypočítaná pozdĺž šírky b_x (b_y). Z rovnice (6) vyplýva lineárna závislosť snímaného napätia u_s na uhlovej deformácii dosky:

$$q_c = C_p (u_s + u_a) \Rightarrow C_p = \left(\varepsilon_3^T - \frac{2d_{31}^2 Y}{1-\nu} \right) \frac{A}{t} \quad (7a,b)$$

$$u_s = -\frac{K_{ya}}{C_p} (\varphi_y(x_2) - \varphi_y(x_1)) - \frac{K_{xa}}{C_p} (\varphi_x(y_2) - \varphi_x(y_1))$$

kde C_p je kapacita prvku pri daných okrajových podmienkach a K_{xa} , K_{ya} sú koeficienty akčného pôsobenia z rovníc (4a,b). Vhodným zapojením piezokeramického prvku je možné ho súčasne využiť ako akčný člen aj snímač (Dosh et al., 1992, Fenik et al. 2002). V takom prípade budeme hovoriť o samo-snímajúcom akčnom člene (z angl. self-sensing actuator).

3. Matematický model v riadení kmitania

Riadenie kmitania mechanickej sústavy je akákoľvek forma spätnoväzobnej regulácie, kde vstup do regulátora tvoria snímané výchylky resp. rýchlosti, zrýchlenia a výstupom z neho sú sily pôsobiace na danú mechanickú sústavu. Cieľom takéhoto riadenia je vopred definovaná zmena dynamických vlastností sústavy, čiže zmena vlastných frekvencií, tlmenia a vlastných tvarov kmitania (VT). Ak nás zaujíma len zvýšenie tlmenia, hovoríme o potláčaní kmitania. Ako bolo naznačené v úvode, pre návrh optimálneho regulátora je potrebné vychádzať z rozsiahlejšieho, ale pri tom efektívneho matematického modelu mech. sústavy. Pre numerickú simuláciu je samozrejme najvhodnejší MKP model, pričom počet stupňov voľnosti by mal byť volený s ohľadom na šírku frekvenčného pásma, ktoré nás bude zaujímať. Pohybová rovnica má nasledovný maticový tvar:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{q} \quad (8a,b)$$

kde \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{K} sú matice hmotnosti, tlmenia a tuhosti mech. sústavy, \mathbf{B} je matica vstupov do sústavy, \mathbf{C} matica výstupov zo sústavy, \mathbf{u} je vektor akčných veličín a \mathbf{y} je výstup zo sústavy (vektor snímaných veličín). Pre potreby matematickej analýzy riadenia je vhodné definovať vzťah medzi výstupom a vstupom do sústavy nasledovne:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) = \mathbf{C}(s^2\mathbf{M} + s\mathbf{D} + \mathbf{K})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (9)$$

Ak zvolíme model modálneho viskózneho tlmenia, čo je pre slabo tlmené kovové konštrukcie úplne postačujúce, môžeme použiť transformáciu pomocou vlastných tvarov netlmenej sústavy \mathbf{v}_i (\mathbf{V} je modálna matica), pre ktoré platí:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^T\mathbf{M}\mathbf{V} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{V}^T\mathbf{D}\mathbf{V} &= 2\mathbf{\Delta} \\ \mathbf{V}^T\mathbf{K}\mathbf{V} &= \mathbf{\Lambda} \end{aligned} \quad (10a-c)$$

a tak rozložiť prenosovú funkciu na parciálne zlomky:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}\mathbf{V}(s^2\mathbf{I} + 2s\mathbf{\Delta} + \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{B} = \sum_i \frac{\mathbf{R}_i}{s^2 + 2\delta_i s + \omega_i^2} \quad \mathbf{R}_i = \mathbf{C}\mathbf{v}_i\mathbf{v}_i^T\mathbf{B} \quad (11)$$

kde $\mathbf{\Delta}$ je diagonálna matica konštánt útlmu prislúchajúcich jednotlivým VT a $\mathbf{\Lambda}$ je diagonálna matica vl. čísel netlmenej sústavy (druhé mocniny vl. uhlových frekvencií). \mathbf{R}_i je matica tzv. rezíduí, kde jednotlivé prvky kvantitatívne vyjadrujú (v súčine) riaditeľnosť a

pozorovateľnosť i-teho VT pre danú kombináciu výstupnej (riadok matice **C**) a vstupnej veličiny (stĺpec matice **B**):

$$R_{ijk} = p_{ij}r_{ik} \quad p_{ij} = \mathbf{c}_j \mathbf{v}_i \quad r_{ik} = \mathbf{b}_k^T \mathbf{v}_i \quad (12)$$

r_{ik} budeme nazývať koeficient riaditeľnosti i-teho VT odpovedajúci k-tej riadiacej (vstupnej) veličine u_k a p_{ij} bude koeficient pozorovateľnosti i-teho VT prostredníctvom j-tej výstupnej veličiny y_j . Pre usporiadanie so samo-snímajúcimi akčnými členmi platí $\mathbf{c}_j = \mathbf{b}_j^T$ a teda aj $p_{ij} = r_{ij}$. Ak chceme naraz riadiť viac VT potom hľadáme optimalizačnú funkciu, ktorej premenné budú koeficienty riaditeľnosti (prípadne rezíduá pre prípad nezávislých snímačov). Pre samo-snímajúce piezokeramické akčné členy postačuje optimalizačná funkcia v tvare (pre j-tu akčnú veličinu):

$$A_j = \sum_i w_i r_{ij}^n \quad (13)$$

kde n je reálny koeficient a w_i sú váhové koeficienty pre jednotlivé VT. Pri voľbe týchto koeficientov nám pomôže nasledovná energetická úvaha. Nech je sústava popísaná pohybovou rovnicou (8) harmonicky budená prostredníctvom j-tej akčnej veličiny s frekvenciou ω_i čo je vlastná uhlová frekvencia i-teho VT. Zovšeobecnená budiaca sila je:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{b}_j U_j \sin \omega_i t \quad (14)$$

a zovšeobecnená rýchlosť pôsobiska tejto sily v ustálenom stave je podľa (11) po dosadení za $s=j\omega_i$; a zanedbaní príspevkov ostatných VT vo fáze so silou \mathbf{f} a platí pre ňu:

$$\mathbf{b}_j^T \dot{\mathbf{q}} = \tilde{q}_j = \frac{\mathbf{b}_j^T \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{b}_j}{2\delta_i} U_j \sin \omega_i t = \frac{r_{ij}^2}{2\delta_i} U_j \sin \omega_i t \quad (15)$$

teda výkon akčnej sily, t.j. množstvo energie dodanej do sústavy za jednotku času bude:

$$P = \mathbf{f}^T \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}_j^T \dot{\mathbf{q}} U_j \sin \omega_i t = \tilde{q}_j U_j \sin \omega_i t = \frac{r_{ij}^2}{2\delta_i} U_j^2 \sin^2 \omega_i t \quad (16)$$

teda ak chceme maximalizovať výkon akčnej sily, potom volíme v (13) $w_i = 1/\delta_i$ a $n = 2$. Ak nás zaujíma energia disipovaná za jednu periódu potom integrovaním (16) dostaneme:

$$\Delta E = \int_0^{2\pi} P dt = \int_0^{2\pi} \frac{r_{ij}^2}{2\delta_i} U_j^2 \sin^2 \omega_i t dt = \frac{\pi r_{ij}^2}{2\delta_i \omega_i} U_j^2 = \frac{\pi r_{ij}^2}{2\xi_i \omega_i^2} U_j^2 \quad (17)$$

V prípade požiadavky konštantného pomerného útlmu ξ_i volíme v (13) $w_i = 1/\omega_i$ a $n = 1$. Samotná optimalizácia umiestnenia samo-snímajúcich akčných členov potom prebieha nasledovne: vytvoríme MKP model smart štruktúry s vhodnou diskretizáciou, definujeme množinu vhodných polôh piezokeramických prvkov, pre každú (j-tu) kombináciu akčných

členov a zvolené (i-te) VT vypočítame koeficienty riaditeľnosť r_{ij} . Použitím optimalizačnej funkcie (13) nájdeme optimálnu konfiguráciu.

	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31	32	33	34	35
	36	37	38	39	40	41	42
	43	44	45	46	47	48	49
	$x = 0,49m$						

$y = 0,7m$

Obr. 3 Rozdelenie a číslovanie elementov

4. Príklad – potláčanie kmitania obdĺžnikovej dosky pomocou PPF metódy

Postup návrhu umiestnenia akčných členov demonštrujeme na simulovanom príklade potláčania kmitania hliníkovej dosky hrubej 3mm (obr.3) votknutej po celom obvode, ktorú sme rozdelili na $7 \times 7 = 49$ elementov. Veľkosť elementu $b_x \times b_y = 0,07 \times 0,01m$ zodpovedá veľkosti akčného člena. Vlastnosti bežne používaného piezokeramického materiálu PZT 5A sú:

modul pružnosti	$Y_1 = 6,9 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
Poissonova konšt.	$\nu_{12} = 0,35$
piezoel. konštanta	$d_{31} = -179 \cdot 10^{-12} \text{ m/V}$
permitivita	$\epsilon_3^T = 1700 \epsilon_0$
permitivita vákua	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

potom pre šírky $b_x = 0,07m$, $b_y = 0,1m$ a hrúbku $t = 0,25mm$ (akčné rameno $z_a = 1,65mm$) majú konštanty akčného pôsobenia a kapacita prvku hodnoty:

$$K_{x_a} = -0,0022 \frac{Nm}{V} \quad K_{y_a} = -0,0031 \frac{Nm}{V} \quad C_p = 230nF$$

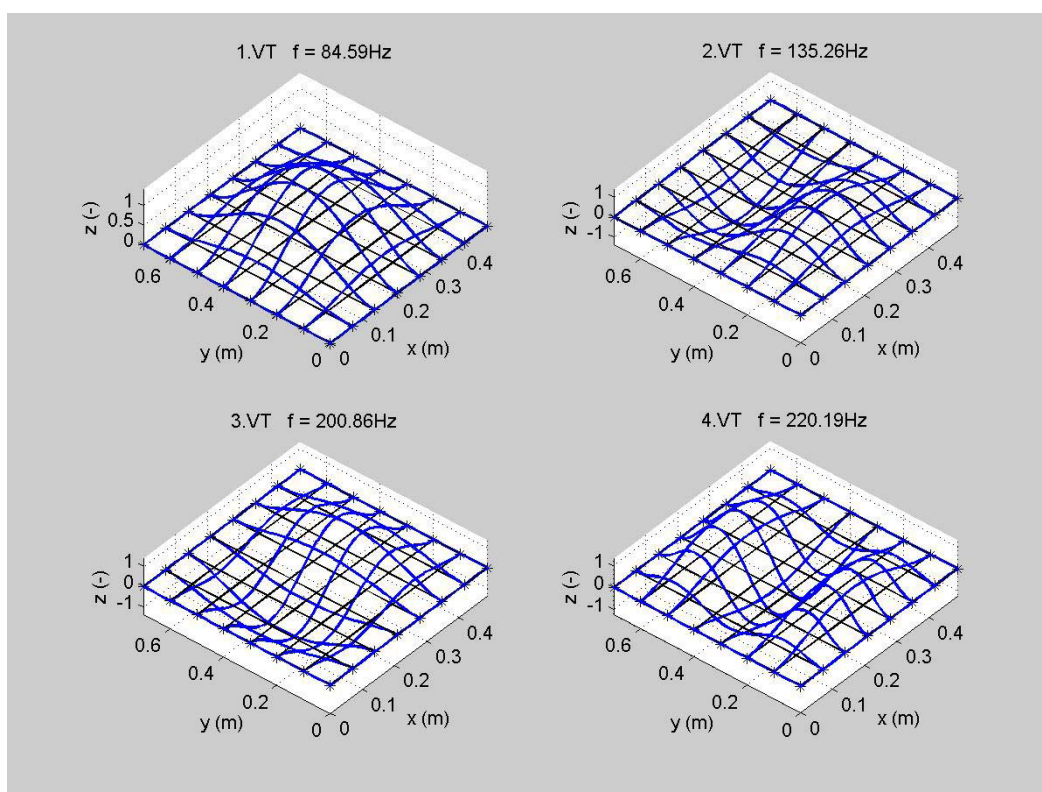
PPF regulátor

Jedná sa o proporcionálny regulátor s oneskorením druhého rádu s kladnou spätnou väzbou. Možno ho považovať za prídavný systém, ktorého správanie popisuje dif. rovnica 2. rádu v tvare (Fanson & Caughey, 1990):

$$\ddot{q}_c + 2\delta_c \dot{q}_c + \omega_c^2 q_c = B_c y \quad u = C_c q_c \quad (18)$$

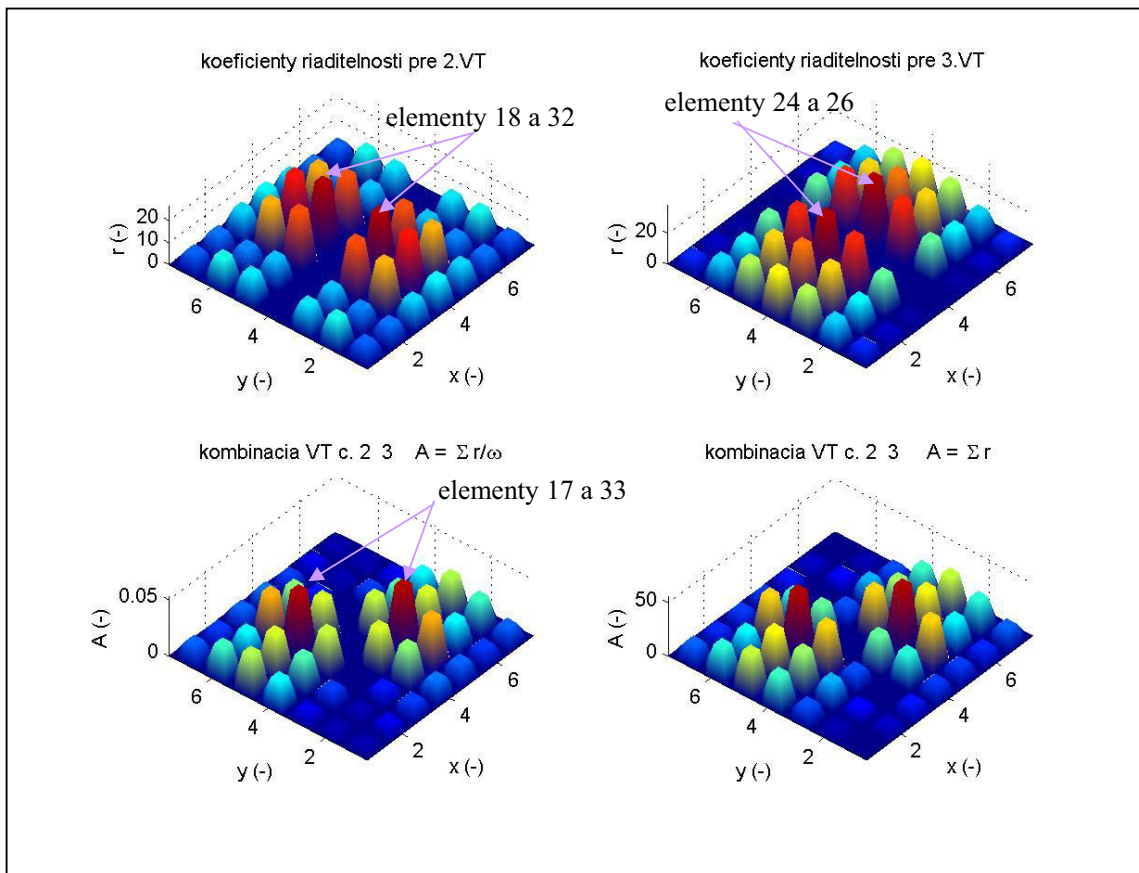
kde q_c je súradnica regulátora, δ_c je jeho konštanta útlmu, ω_c vlastná uhlová frekvencia (netlmená), B_c je zosilnenie vstupu a C_c zosilnenie výstupu (fyzikálny rozmer závisí od praktickej realizácie). Pri výpočte optimálnych hodnôt parametrov vychádzame z rozšíreného mat. modelu (napr. Fenik et al., 2002):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\delta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{B}C_c \\ -B_c C & \omega_c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (19)$$



Obr. 4 Vlastné tvary kmitania votknutej dosky

Na obr. 4 sú znázornené prvé štyri VT s príslušnými vlastnými frekvenciami. Na ilustráciu si vezmeme prípad riadenia 2. a 3. VT. Na obr. 5 sú graficky znázornené koeficienty riaditeľnosti jednotlivých elementov prislúchajúce 2. a 3. VT a hodnoty optimalizačnej funkcie (13) pre $n = 1$ a $w_i = 1/\omega_i$ resp. $w_i = 1$. Odtiaľ vidíme, že s pohľadu riadenia 2. VT sú najvhodnejšie elementy č.18 a 32, pre 3. VT zase elementy č.24 a 26. Avšak pri súčasnom riadení oboch vybraných VT sú najvhodnejšie elementy č.17 a 33. Nakoniec tab.1 udáva pre jednotlivé kombinácie elementov dosiahnuté hodnoty pomerného útlmu x pri optimálnom nastavení PPF kompenzátorov (pozri Fenik et al., 2002) a pri konštantnom (v našom prípade jednotkovom – $g_{el} = 1$) výkonovom elektrickom zosilnení.



Obr. 5 Koeficienty riaditeľnosti pre 2. a 3. VT

Tab.1 Porovnanie jednotlivých kombinácií elementov z pohľadu dosiahnutého tlmenia

kombinácia elementov č.	pomerný útlm ξ (%)			
	neriadená sústava		riadenie pomocou PPF	
	2.VT	3.VT	2.VT	3.VT
18 a 32	0,1	0,15	12,6	0,15
24 a 26	0,1	0,15	0,1	16,1
18 a 24	0,1	0,15	5,4	5,4
17 a 33	0,1	0,15	10,8	11,0

Ako vidno, v prípade prvej kombinácie je PPF kompenzátor pre 3.VT neúčinný, čo vyplýva z prakticky nulových hodnôt koeficientov riaditeľnosti. Podobne možno to isté konštatovať pre druhú kombináciu a 2.VT. V prípade riadenia oboch VT súčasne je najlepšia štvrtá kombinácia, čo bolo možné ľahko zistiť už z hodnôt optimalizačnej funkcie (13) pre dané elementy zobrazené na obr.5.

6. Záver

Na jednoduchom príklade votknutej obdĺžnikovej dosky sme ukázali ako možno efektívne využiť MKP model pri návrhu optimálneho rozmiestnenia piezokeramických akčných členov smart materiálovej štruktúry. Uvedenú metodiku je možné bez problémov použiť i pre zložitejšie sústavy a väčší počet riadených VT. V prípade veľkej neprehľadnosti výsledkov možno využiť niektoré z moderných optimalizačných riešení (napr. genetický algoritmus), ktoré sú v súčasnosti už overené na jednoduchých štruktúrach.

7. Literatúra

- Dosh, J. J. & Inman, D. J. (1992) A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control, *Journal of Intel. Mater. and Struct.*, Vol. 3, pp. 166-185
- Fanson, J. K. & Caughey, T. K. (1990) Positive Position Feedback Control for Large Space Structures, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 4, pp. 771-724
- Feník, Š., Blesák, P. & Starek, L. (2002) Využitie piezokeramického materiálu v riadení kmitania, *konf. Inženýrská mechanika 2002*, Svratka, ČR