

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

# MODELLING OF BALANCING MACHINE VIBRATION AND IDENTIFICATION OF ROTOR SUSPENSION PARAMETERS

## Z. Hlaváč, V. Zeman<sup>\*</sup>

**Summary:** The paper deals with the modelling of balancing machine vibration and the identification of the stiffness and damping coefficients of oil-film bearings. The real balancing machine consists of flexible rotor, oil-film bearings and bearing heads on the spring elements. The mathematical model enables to calculate of eigenvalues, critical revolutions and unbalance vibrations in dependence on the rotational speed. The identification method is based on a minimization of the differences between calculated and measured displacements of the nonrotating rigid bearing heads caused by attached known trial masses in the arbitrary rotor balancing planes.

## 1. Úvod

K nejčastějším způsobům uložení velkých rotorů energetických strojů patří radiální hydrodynamická ložiska. K jejich specifickým vlastnostem patří anizotropie v tuhosti, provázanost kmitání rotoru ve dvou navzájem kolmých směrech a velké tlumení olejového filmu. V matematických modelech rotorových soustav jsou vlastnosti ložisek nejčastěji popsány linearizovanými parametry tuhosti a tlumení v okolí rovnovážné polohy, které jsou závislé na otáčkách rotoru (např. Gasch & Pfützner, 1980; Yamamoto & Ishida, 2001). Třebaže hydrodynamická teorie kluzných ložisek je pro různé typy ložisek velmi propracována (Krämer, 1993), nelze spolehlivě určit závislosti prvků matic tlumení a tuhosti olejového filmu v širším rozsahu otáček, zejména pak kvantifikovat s dostačující přesností mimodiagonální prvky matice tuhosti, které mohou při velkých rychlostech vyvolat až nestabilní stav.

V příspěvku jsou analyzovány dynamické vlastnosti reálné rotorové soustavy složené z rotoru turbiny, vyvažovaného ve ŠKODA Energo s.r.o. na speciálním vyvažovacím stroji (Kučera, 2005). Realizované experimenty byly a budou využity k identifikaci parametrů tuhosti a tlumení olejového filmu ložisek. Při tvorbě matematického modelu rotorové soustavy je využita metodika modelování publikovaná v (Zeman & Hlaváč, 2004) a metoda identifikace zmíněných parametrů na modelové úloze uvedené v (Hlaváč & Zeman, 2005).

### 2. Matematický model reálné rotorové soustavy

Jako objekt pro analýzu dynamických vlastností a identifikaci tuhostních a tlumicích parametrů olejového filmu hydrodynamických ložisek byl ve spolupráci s pracovníky

<sup>\*</sup> Doc. RNDr. Zdeněk Hlaváč, CSc., Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc.: Katedra mechaniky, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň; tel.: +420.377 632 300; fax: +420. 377 632 302; e-mail: <u>hlavac@kme.zcu.cz</u>, zemanv@kme.zcu.cz

ŠKODA Energo s.r.o. vybrán nízkotlaký rotor turbiny o výkonu 220MW pro jadernou elektrárnu Dukovany (EDU) (obr. 1). Ložisková pouzdra citronového typu dvou hydrodynamických ložisek jsou pevně spojena s tuhými ložiskovými hlavami v ložiskových stojanech SCHENCK. Ložiskové hlavy jsou vůči nehybnému základu uloženy na symetricky umístěných pružinách (obr. 2) o tuhosti  $2,3\cdot10^9 N/m$ .



Obr. 1 Vyvažovací stroj s rotorem 220 MW EDU



Obr. 2 Schéma uložení ložiskové hlavy

Vlastnosti olejového filmu ložisek a, b jsou v prvním přiblížení popsány linearizovanými nesymetrickými a frekvenčně závislými maticemi tlumení  $\mathbf{B}_{L}^{(a)}(\omega)$ ,  $\mathbf{B}_{L}^{(b)}(\omega)$  a  $\mathbf{K}_{L}^{(a)}(\omega)$ ,  $\mathbf{K}_{L}^{(b)}(\omega)$  druhého řádu, jejichž prvky byly vypočítány ve ŠKODA Energo s.r.o. (Míšek, 2004) v rozsahu otáček za minutu  $n \in \langle 1000, 3200 \rangle$  s krokem  $\Delta n = 200$  speciálním programem na základě hydrodynamické teorie kluzných ložisek. Za účelem vyšetřování kritických otáček vlastních tvarů kmitání, orbitů a amplitudových charakteristik vybraných stavových dynamických veličin rotorové soustavy bylo účelné závislosti prvků  $k_{i,j}(n)$  a  $b_{i,j}(n)$  matic tuhosti a tlumení olejového filmu ložisek na otáčkách rotoru aproximovat polynomy 3. stupně. Pro ilustraci spojité aproximační závislosti parametrů ložiska *a* jsou uvedeny na obr. 3. Vyplývá z nich značná nesymetrie matic tuhosti  $k_{1,2}(n) \neq k_{2,1}(n)$ , anizotropie ložisek  $k_{1,1}(n) > k_{2,2}(n)$  malá nesymetrie matice tlumení a velké tlumení olejového filmu, které s rostoucími otáčkami klesá. Parametry ložiska *b* jsou velmi podobné a není třeba je uvádět.



Obr. 3 Prvky matic tuhosti a tlumení

Matematický model rotorové soustavy byl vytvořen metodikou uvedenou v příspěvku Zeman & Hlaváč v konfiguračním prostoru zobecněných souřadnic **q** dimenze n = 4(N+1), pro počet uzlů rotoru N = 30. V uzlech i = 7, 35 jsou středy čepů ložisek a v uzlech i = 2, 12, 21, 30 a 39 jsou vyvažovací roviny j = 1, 2, ..., 5, do kterých je možné umístit pokusné nevývažky o statických momentech  $m_j e_j$  na úhlu průvodiče  $\alpha_j$  měřeném od referenční roviny xy (obr. 1).

Parametrizovaný evolutivní a silně nekonzervativní matematický model rotorové soustavy

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{B}(\omega) + \omega \mathbf{G})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(\omega)\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t)$$
(1)

respektuje antisymetrickou maticí  $\omega \mathbf{G}$  gyroskopické účinky a vektorem  $\mathbf{f}(t)$  nevyváženost rotoru. V důsledku relativních příčných výchylek  $\eta_a$ ,  $\zeta_a$ ,  $\eta_b$ ,  $\zeta_b$  ložiskových hlav vzhledem ke středům čepů ložisek vybraných za poslední čtyři souřadnice vektoru  $\mathbf{q}$ , matice modelu (1) mají blokový tvar

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{R} & | & \mathbf{0} \\ -\mathbf{0} & | & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{H}, \quad \mathbf{B}(\omega) = \begin{bmatrix} \alpha_{R} \mathbf{M}_{R} + \beta_{R} \mathbf{K}_{R} & | & \mathbf{0} \\ -\mathbf{0} & -\mathbf{0} & | & \mathbf{B}_{L}(\omega) \end{bmatrix} + \beta_{H} \mathbf{K}_{H},$$
$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{R} & | & \mathbf{0} \\ -\mathbf{0} & | & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{R} & | & \mathbf{0} \\ -\mathbf{0} & | & \mathbf{K}_{L}(\omega) \end{bmatrix} + \mathbf{K}_{H}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{R}(t) \\ -\mathbf{0} \end{bmatrix}.$$
(2)

Submatice (subvektor) řádu (dimenze) 4N s indexem *R* přísluší izolovanému rotoru, submatice řádu 4 s indexem *L* oběma ložiskám a řídké matice řádu *n* s indexem *H* modelují ložiskové hlavy. Koeficienty  $\alpha_R$ ,  $\beta_R$ ,  $\beta_H$  vyjadřují tlumení rotoru a vazeb ložiskových hlav s rámem, které ve srovnání s tlumením olejového filmu ložisek je nevýznamné.

#### 3. Campbellův diagram a kritické otáčky

Základní charakteristikou každé rotorové soustavy jsou kritické otáčky. V prvním přiblížení je vypočítáme jako kořeny charakteristické rovnice

$$n = \frac{30}{p \pi} \operatorname{Im} \left\{ \lambda_{\nu} \left( n \right) \right\} \,, \tag{3}$$

kde p = 1 pro kritické otáčky 1. druhu a p = 2 pro kritické otáčky 2. druhu. Ty mohou být vyvolány např. vlivem tíhy rotoru [1] nebo Kardanovým mechanismem, včleněným mezi hnacím stejnosměrným motorem a vyvažovaným rotorem, v důsledku úhlu zlomu kloubu ohýbáním rotoru na převislém hnacím konci rotoru. Vlastní čísla  $\lambda_{v}$ , jejichž kladné imaginární složky  $\beta_{v}$  figurují v rovnici (3), vypočítáme řešením problému vlastních hodnot

$$[\lambda_{\nu} \mathbf{N}(\omega) + \mathbf{P}(\omega)]\mathbf{u}_{\nu} = \mathbf{0}$$
(4)

ve stavovém prostoru  $\mathbf{u} = [\dot{\mathbf{q}}^T \ \mathbf{q}^T]^T$ , kde

$$\mathbf{N}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{B}(\omega) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}(\omega) = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}(\omega) \end{bmatrix}.$$
(5)

Pro ilustraci na obr. 4 je znázorněn Campbellův diagram imaginárních částí komplexních vlastních čísel rotorové soustavy pro variantu s měkčím uložením ložiskových hlav  $(k_H = 2,3 \cdot 10^9)$ . V tab. 1 jsou souhrnně uvedeny vypočítané kritické otáčky 1. druhu (tučně) i 2. druhu pro 3 různé tuhosti uložení hlav. V posledním sloupci uvádíme experimentálně zjištěné kritické otáčky, při nichž amplitudy absolutních rychlostí ložiskových hlav ve vertikálním směru změřené ve ŠKODA Energo s.r.o. [4] na rotoru po vyvážení ve vakuovém prostředí nabývají extrémních hodnot. V celém vyšetřovaném otáčkovém rozsahu  $n \in \langle 1000, 3600 \rangle$  byla 4 vlastní čísla reálná a ostatní po dvojicích komplexně sdružená se zápornou reálnou částí. Při porovnání vypočítaných a experimentálně zjištěných kritických otáček musíme vzít v úvahu, že kritické otáčky evolutivních soustav se mohou mírně

odlišovat od hodnot vypočítaných v rovnici (3) a v amplitudových charakteristikách vertikálních absolutních kmitů ložiskových hlav se nemohou projevit všechny rezonanční stavy.



Obr. 4 Campbellův diagram vyvažovacího stroje

Tab. 1	Kritické otáčky rotoru
--------	------------------------

	Experimentálně			
$k_{H} = \infty$	$k_{H} = 3,7 \cdot 10^{9}$	$k_{H} = 2,3 \cdot 10^{9}$	$k_{H} = 1,6 \cdot 10^{9}$	vyšetřené
1036	1008	991	972	
1843	1779	1687	1589	1580
1887	1890	1755	1487	
1934	1790	1757	1716	
2988	2152	1881	1824	1700
3006	2441	2124	1945	
3240	2996	2682	2276	
3811	3242	2691	2305	2730
	3349	2993	2993	
	3357	3242	3241	
3884	3789	3374	2911	2930
	3843	3688	3529	3600

#### 4. Rezonující módy výchylek ložiskových hlav při buzení nevývažky

Pro návrh experimentů na reálné rotorové soustavě je účelné vypočítat absolutní hodnoty rezonujících módů výchylek nebo rychlostí ložiskových hlav v kritických otáčkách  $\omega \sim \beta_v$ , vyvolaných jedním nebo kombinací dvou jednotkových statických momentů nevývažků. Pro identifikaci tuhostních a tlumicích parametrů olejového filmu ložisek ve vybraném otáčkovém intervalu doporučujeme měřit výchylky (rychlosti) těch komponent rotorové soustavy, které pro danou kombinaci nevývažků se výrazně rozkmitají.

Komplexní amplitudy zobecněných souřadnic můžeme vyjádřit pomocí vlastních čísel  $\lambda_{\nu}$ , pravostranných  $\mathbf{u}_{\nu}$  a levostranných vlastních vektorů  $\mathbf{w}_{\nu}$ , splňujících podmínky biortonormality (Zeman & Hlaváč, 2004)  $\mathbf{w}_{i}^{T} \mathbf{N}(\omega)\mathbf{u}_{j} = \delta_{ij}$ ,  $\mathbf{w}_{i}^{T} \mathbf{P}(\omega)\mathbf{u}_{j} = -\lambda_{j} \delta_{ij}$ , kde  $\delta_{ij}$  je Kroneckerův symbol. Nevyváženost rotoru vyvolaná pokusnými nevývažky umístěnými ve vyvažovacích rovinách  $j \in \{1, 2, ..., 5\}$  je v modelu (1) rotorové soustavy vyjádřena vektorem komplexních amplitud buzení rotoru

$$\mathbf{f}_{R}(\omega) = \omega^{2} \sum_{j} m_{j} e_{j} \begin{bmatrix} \frac{1}{1} \\ -i \\ 0 \\ \frac{0}{1} \end{bmatrix} e^{i\alpha_{j}} \cdots 4j - 2 .$$

$$(6)$$

Komplexní amplitudy ustálených zobecněných souřadnic lze pak vyjádřit ve tvaru

$$q_{i}(\omega) = \omega^{2} \sum_{\nu=1}^{2n} \frac{q_{i,\nu}}{i\,\omega - \lambda_{\nu}} \left\{ \sum_{j} \left( r_{4(j-1)+1,\nu} - i \, r_{4(j-1)+2,\nu} \right) m_{j} \, e_{j} \, e^{i\alpha_{j}} \right\} , \qquad (7)$$

kde  $q_{i,\nu}$  jsou souřadnice pravostranných a  $r_{i,\nu}$  levostranných vlastních vektorů  $\mathbf{q}_{\nu} = [q_{i,\nu}]$ ,  $\mathbf{r}_{\nu} = [r_{i,\nu}]$  v původním konfiguračním prostoru zobecněných souřadnic  $(\mathbf{q}_{\nu}, \mathbf{r}_{\nu}$  jsou dolními subvektory vlastních vektorů  $\mathbf{u}_{\nu}, \mathbf{w}_{\nu}$ ). Při řídkém spektru vlastních čísel v blízkosti kritických otáček uvažujme jen příspěvek těch členů v (7), které jsou přiřazeny dvojici komplexně sdružených vlastních čísel  $\lambda_{\nu} = \alpha_{\nu} + i\beta_{\nu}$  a  $\lambda_{\nu}^* = \alpha_{\nu} - i\beta_{\nu}$ , přičemž  $\omega = \beta_{\nu}$ . Z výrazu (7) vyplývá, že tento rezonující mód zobecněné souřadnice  $q_i$  lze vyjádřit ve tvaru

$$\begin{split} q_i(\beta_v) &\sim \omega^2 \left\{ \frac{q_{i,v}}{-\alpha_v} \sum_j \left( r_{4(j-1)+1,v} - i \; r_{4(j-1)+2,v} \right) m_j \, e_j \, e^{i\alpha_j} + \right. \\ &\left. + \frac{q_{i,v}^*}{-\alpha_v + 2 \, i \, \beta_v} \sum_j \left( r_{4(j-1)+1,v}^* - i \; r_{4(j-1)+2,v}^* \right) m_j \, e_j \, e^{i\alpha_j} \right\}. \end{split}$$

Pro jednotkové statické momenty nevývažků  $m_i e_i = 1$  pak dostaneme

$$\overline{q}_{i}(\beta_{\nu}) \sim \omega^{2} \sum_{j} \left\{ \frac{q_{i,\nu}}{-\alpha_{\nu}} \left( r_{4(j-1)+1,\nu} - i \ r_{4(j-1)+2,\nu} \right) + \frac{q_{i,\nu}^{*}}{-\alpha_{\nu} + 2i \beta_{\nu}} \left( r_{4(j-1)+1,\nu}^{*} - i \ r_{4(j-1)+2,\nu}^{*} \right) \right\} e^{i\alpha_{j}}.$$
(8)

Měřitelnými veličinami jsou výchylky (rychlosti) ložiskových hlav. Proto je účelné posoudit možnosti experimentů pro různé kombinace nevývažků. Zaměříme se na varianty:

a) 
$$j = 3$$
,  $\alpha_3 = 0$   
b)  $j = 2, 4$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_4 = 0$   
c)  $j = 2, 4$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_4 = 180^\circ$ 

Rezonující módy absolutních výchylek hlav ve vertikálním (y) a horizontálním (z) směru jsou dány výrazy

$$y_{\nu}^{(a)} = \overline{q}_{25} \left(\beta_{\nu}\right) + \overline{q}_{161} \left(\beta_{\nu}\right), \quad z_{\nu}^{(a)} = \overline{q}_{26} \left(\beta_{\nu}\right) + \overline{q}_{162} \left(\beta_{\nu}\right)$$

$$y_{\nu}^{(b)} = \overline{q}_{137} \left(\beta_{\nu}\right) + \overline{q}_{163} \left(\beta_{\nu}\right), \quad z_{\nu}^{(b)} = \overline{q}_{138} \left(\beta_{\nu}\right) + \overline{q}_{164} \left(\beta_{\nu}\right)$$
(9)

a relativních výchylek hlav vzhledem k čepům rotoru v týchž směrech

$$\eta_{\nu}^{(a)} = \overline{q}_{161}\left(\beta_{\nu}\right), \quad \zeta_{\nu}^{(a)} = \overline{q}_{162}\left(\beta_{\nu}\right), \quad \eta_{\nu}^{(b)} = \overline{q}_{163}\left(\beta_{\nu}\right), \quad \zeta_{\nu}^{(b)} = \overline{q}_{164}\left(\beta_{\nu}\right).$$

Výsledky analýzy pro kritické otáčky 1. druhu a pro  $k_{H} = 2,3 \cdot 10^{9}$  jsou shrnuty v tab. 2.

Kombinace	$\omega = \beta_{v}$	Absolutní hodnoty rezonujících módů výchylek ložiskových hlav							
петутагки		${\cal Y}_v^{(a)}$	${\cal Y}_{v}^{(b)}$	$Z_{v}^{(a)}$	$z_{\nu}^{(b)}$	$\eta_{\scriptscriptstyle V}^{(a)}$	$\eta_{\scriptscriptstyle V}^{(b)}$	$\zeta_v^{(a)}$	${\zeta}_{\scriptscriptstyle V}^{(b)}$
a	991	2,5	2,5	7,3	7,3	19,1	18,1	53,9	50,7
	1687	55,8	55,9	9,0	8,7	23,2	22,4	9,3	8,4
	1757	0,1	0,1	0,2	0,2	0,7	0,7	1,6	1,6
	3374	3,5	4,0	0,5	0,6	1,1	1,2	0,7	0,6
	3688	48,8	39,4	30,6	28,1	47,9	41,8	89,5	78,4
b	991	4,4	4,4	12,8	12,9	34,0	32,1	95,0	89,4
	1687	76,0	76,1	12,2	11,8	31,7	30,7	12,7	11,5
	1757	0,0	0,0	0,1	0,1	0,3	0,3	0,6	0,6
	3374	2,6	2,9	0,4	0,4	0,7	0,8	0,4	0,4
	3688	17,0	13,6	7,7	7,0	12,5	11,2	23,8	20,9
С	991	0,1	0,1	0,2	0,2	0,5	0,5	1,5	1,4
	1687	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	1757	8,5	9,5	21,8	23,1	73,1	73,6	167,1	167,1
	3374	265,4	299,4	39,8	43,6	83,0	89,3	53,4	43,1
	3688	4,5	3,6	1,9	1,8	3,2	2,8	6,0	5,3

Tab. 2 Rezonující módy výchylek ložiskových hlav

# 5. Identifikace koeficientů aproximačních polynomů prvků matic tuhosti a tlumení olejového filmu ložisek

Metodikou popsanou ve firemní zprávě Kučera (2005) byly ve ŠKODA Energo s.r.o. změřeny komplexní amplitudy ustálených výchylek nízkotlakého rotoru turbiny 220 MW EDU, vyvolané několika různými kombinacemi nevývažků. Pro identifikaci můžeme vybrat libovolnou kombinaci nevývažků a), b, c) uvedenou v kap. 4. Výsledkem měření je kromě jiného vyhodnocení účinků vybrané kombinace nevývažků ve formě komplexních amplitud absolutních výchylek hlav ve vertikálním směru  $y_a^M(n_k)$  a  $y_b^M(n_k)$  pro  $n_k = 1400, 1600, ..., 3000 [ot/min]$  s krokem  $\Delta n_k = 200 [ot/min]$ .

Aby identifikace tuhostních a tlumicích parametrů olejového filmu ložisek byla zaměřena na širší rozsah otáček, za optimalizační parametry byly vybrány koeficienty aproximačních polynomů prvků matice tuhosti a tlumení jednoho ložiska (při zachování podmínek)

$$k_{i,j}^{(a)} = k_{i,j}^{(b)}, \ b_{i,j}^{(a)} = b_{i,j}^{(b)}$$
(10)

nebo obou ložisek na sobě nezávislých. Chybová (cílová) funkce ve tvaru

$$f(\mathbf{p}) = \sum_{k} \left\{ g_{a} \frac{\left| \left| y_{a}^{M}(n_{k}) \right| - \left| y_{a}^{C}(n_{k}, \mathbf{p}) \right| \right|}{\left| y_{a}^{M} \right|} + g_{b} \frac{\left| \left| y_{b}^{M}(n_{k}) \right| - \left| y_{b}^{C}(n_{k}, \mathbf{p}) \right| \right|}{\left| y_{b}^{M} \right|} \right\}$$
(11)

vyjadřuje relativní chyby mezi naměřenými a vypočítanými amplitudami  $|y_a^C(n_k, \mathbf{p})|$ ,  $|y_b^C(n_k, \mathbf{p})|$  z matematického modelu (2) ve vybraných otáčkách  $n_k$  pro aktuální hodnoty koeficientů aproximačních polynomů. Pro testování byly použity aproximační polynomy 2. stupně, což při plném výběru optimalizačních parametrů  $(k_{i,j}^{(a)} \neq k_{i,j}^{(b)}, b_{i,j}^{(a)} \neq b_{i,j}^{(b)})$  odpovídá dimenzi  $3 \times 16 = 48$  vektoru **p**. Váhovými koeficienty v mezích  $0 \le g_a \le 1, 0 \le g_b \le 1$ můžeme preferovat relativní chyby jednoho z ložisek. Optimalizační parametry se mohou měnit v přípustné oblasti

 $\xi_d \mathbf{p}_0 \le \mathbf{p} \le \xi_h \mathbf{p}_0, \quad 0 < \xi_d < 1, \quad \xi_h > 1 \text{ konstantni}, \tag{12}$ 

přičemž  $\mathbf{p}_0$  je vektor koeficientů aproximačních polynomů na startu, vypočítaných z prvků matic tuhosti a tlumení ložisek (obr. 3) podle hydrodynamické teorie (Míšek, 2004).

Z experimentů provedených ve zkušebním tunelu ŠKODA POWER (Kučera, 2005) pro různé kombinace nevývažků jsme pro testování vyvíjeného software zatím vybrali základní variantu a), kdy vývažek o hmotnosti 0,76 [kg] byl umístěn ve střední vyvažovací rovině j = 3 na poloměru 0,435 [m] s úhlem průvodiče  $\alpha_3 = 0$ .

Minimalizací chybové funkce (11) v přípustné oblasti (12) pro  $g_a = g_b = 1$ ,  $k_H = 1,6 \cdot 10^9$  pro optimalizační parametry vybrané z koeficientů aproximačních polynomů všech tuhostních prvků matice tuhosti levého ložiska ( $\mathbf{p} \in R^{12,1}$ ) při splnění podmínek (10) a pro otáčky  $n_k = 1400$  až 3000 s krokem  $\Delta n_k = 200$  bylo dosaženo snížení cílové funkce



Obr. 5 Amplitudy vertikálních výchylek ložiskových hlav před a po identifikaci (optimalizaci) tuhostních parametrů ložisek – 1. etapa



Obr. 6 Amplitudy vertikálních výchylek ložiskových hlav před a po identifikaci (optimalizaci) tuhostních a tlumicích parametrů ložisek – 2. etapa



Obr. 7 Prvky matice tuhosti ložisek před identifikací (plná čára) a po 1. etapě identifikace (tečkovaná čára)



Obr. 8 Prvky matice tlumení ložisek před identifikací (plná čára) a po 2. etapě identifikace (tečkovaná čára)

na 56 procent startovací hodnoty. V druhé etapě, navazující na 1. etapu identifikace tuhostních parametrů, minimalizací chybové funkce (11) v přípustné oblasti (12) při vhodně volených koeficientech  $\xi_d, \xi_h$ , je možné upřesnit i tlumicí parametry olejového filmu ložisek. Srovnání změřených a vypočítaných amplitud vertikálních výchylek ložiskových hlav před a po ukončení jednotlivých etap optimalizačního procesu je uvedeno na obr. 5 a 6. Závislosti parametrů tuhosti ložisek na otáčkách aproximovaných polynomy 2. stupně před a po identifikaci jsou zobrazeny na obr. 7 a parametrů tlumení na obr. 8.

#### 6. Závěr

V příspěvku je uveden parametrizovaný evolutivní model reálné rotorové soustavy. Model je využit pro analýzu dynamických vlastností vyvažovacího stroje a pro identifikaci tuhostních a tlumicích parametrů olejového filmu hydrodynamických ložisek na základě změřených výchylek ložiskových hlav ve ŠKODA ENERGO s.r.o. Předpokladem úspěšné identifikace je co nejpřesnější určení všech ostatních (neidentifikovaných) parametrů modelu a vhodná kombinace pokusných nevývažků, umístěných ve vyvažovacích rovinách rotoru. Její výběr je možné provést na základě absolutních hodnot rezonujících módů měřených výchylek v kritických otáčkách.

Identifikace parametrů ložisek je řešena jako optimalizační úloha. Za optimalizační parametry byly vybrány koeficienty aproximačních polynomů prvků matic tuhosti a tlumení ložisek vzhledem k úhlové rychlosti rotoru. První výsledky identifikace tuhostních a tlumicích parametrů olejového filmu ložisek směřují ke zmenšení diagonálních prvků a naopak ke zvýšení mimodiagonálních prvků matice tuhosti, oproti hodnotám vypočítaným z hydrodynamické teorie. Hodnoty tlumicích parametrů po identifikaci značně závisí na přípustné oblasti optimalizačních parametrů.

Pro další zpřesňování procesu identifikace považujeme za účelné využít experimentálně zjištěné absolutní horizontální výchylky ložiskových hlav a též relativní výchylky ložiskových hlav vzhledem k čepům rotoru.

#### 7. Poděkování

Příspěvek byl podpořen výzkumným záměrem MSM 4977751303 Predikce poruch heterogenních materiálů, komponent mechanických a biomechanických systémů.

#### 8. Literatura

Gasch R. & Pfützner H. (1980) Dynamika rotorů. SNTL, Praha.

- Hlaváč Z. & Zeman V. (2005) Contribution to identification of stiffness and damping coefficients of oil-film bearings, in: *Proc. Dynamics of Machines 2005*, (L. Pešek eds), Inst. of Thermomechanics AS CR, Prague, pp. 55 62.
- Krämer, E. (1993) Dynamics of Rotors and Foundations. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

- Kučera J. (2005) Výsledky měření chvění, vyvažování a zjišťování účinků zkušebních závaží na NT rotoru 220 MW pro elektrárnu Dukovany (první a druhá část). Firemní zpráva, ŠKODA Energo, s.r.o., Plzeň.
- Míšek T. (2004) Firemní podklady ŠKODA Energo s.r.o., Plzeň.
- Yamamoto T. & Ishida Y. (2001) *Linear and Nonlinear Rotordynamics. A Modern Treatment with Applications.* John Wiley & Sons, New York.
- Zapomněl J. (2004) Současné přístupy ke zkoumání tlumení kmitání rotorových soustav metodou počítačového modelování, in: *Computational Mechanics 2004*, (J. Vimmr eds), 20th Conference with Int. Participation, Volume II, ZČU v Plzni, str. 563-576.
- Zeman V. & Hlaváč Z. (2004) Modelování kmitání rotoru uloženého ve vyvažovacím stroji, in: *Computational Mechanics 2004*, (J. Vimmr eds), 20th Conference with Int. Participation, Volume II, ZČU v Plzni, str. 577-584.
- Zeman V. & Hlaváč Z. (2004) Kmitání mechanických soustav. Skriptum-2. vydání, ZČU v Plzni.