

DYNAMIC AND STABILITY PROPERTIES OF AN AEROELASTIC MODEL

J. Horáček, J. Kozánek, J. Veselý*

Summary: *Frequency modal and damping characteristics of an aeroelastic model designed for experiments in the wind tunnel are studied. Based on the experimental modal analysis the structural mass damping and stiffness matrices of the model are determined by identification procedures. The stability boundaries, i.e. the critical flow velocity for the flutter instability of the model, were measured in the wind tunnel. The results are aimed for supporting the development of new numerical methods for aeroelastic computations.*

1. Úvod

Globálním cílem je vývoj metodiky optických měření nestacionárních proudových polí kolem kmitajícího profilu obtékaného vzduchem v aerodynamickém tunelu. Účelem zviditelnění nestacionárních proudových polí je získat podklady pro kontrolu přesnosti nových výpočetních (CFD) metod a teoretických postupů vyvíjených mimo jiné pro potřeby aeroelastických aplikací. Tyto numerické metody jsou založeny zejména na metodě konečných prvků nebo konečných objemů (viz např. [1, 2]). Získaná experimentální data mají sloužit i pro ověřování numerických řešení získaných pomocí programu NASTRAN, který je v současné době zřejmě nejvíce používaným softwarovým prostředím pro aeroelastické výpočty leteckých konstrukcí.

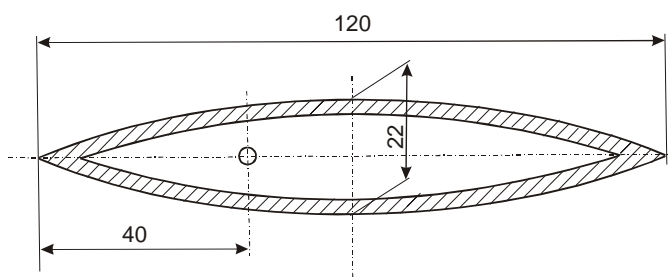
V první fázi řešení bylo navrženo experimentální zařízení umožňující současně dynamická i optická měření na profilu kmitajícím se dvěma stupni volnosti při proměnlivé vzdálenosti horní stěny aerodynamického tunelu od profilu. Konstrukce byla uzpůsobena pro použití v podtlakovém aerodynamickém tunelu a umožňuje rotační pohyb profilu kolem elastické osy a posuvný pohyb ve směru kolmém k proudu vzduchu.

2. Popis aeroelastického modelu

Konstrukční řešení umožňuje dvoukruhovému profilu (obr. 1) rotační pohyb kolem elastické osy umístěné ve třetině jeho tělivity a posuvný přímočarý pohyb ve směru kolmém k proudu vzduchu. Fotografie celého zařízení s tuhým, pružně uloženým profilem nainstalovaným v části měřicího prostoru aerodynamického tunelu je na obr. 2. Profil je otočně uchycen v rámu posuvném ve směru kolmém na směr proudu. Rám prochází měřicím prostorem mezi

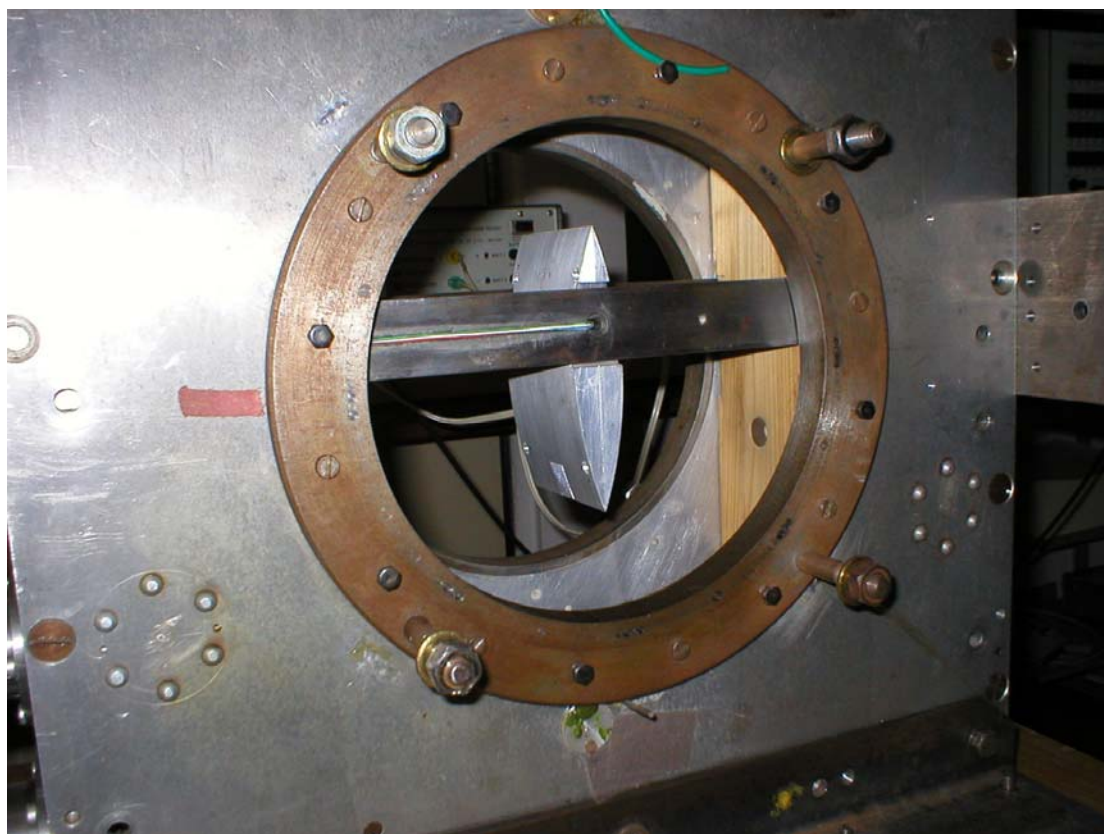
* Ing. Jaromír Horáček, DrSc., Ing. Jan Kozánek, CSc., Ing. Jan Veselý: Ústav termomechaniky AV ČR; Dolejškova 5; 182 00 Praha 8; tel. +420.266 053 125, fax:+420.286 584 695; e-mail: jaromirh@it.cas.cz

dvěma optickými skly, která byla při provádění měření v dynamické laboratoři vyjmuta z kruhových průzorů. U obou pohybů je klidová poloha profilu centrována pružinami: torzní tyčí vůči natáčení a listovými pery vůči svislému posuvu; Profil byl navržen z výrobních důvodů jako 18% dvoukruhový. Profil je dutý tak, aby do něj bylo možno nainstalovat miniaturní snímače tlaku a zrychlení, popřípadě i přídavnou hmotu, kterou by bylo možno měnit polohu těžiště a tím i aeroelastické vlastnosti modelu. Profil je vyroben z duralu s délkou tětivy 120 mm.



Obr. 1 Dvoukruhový profil (18%).

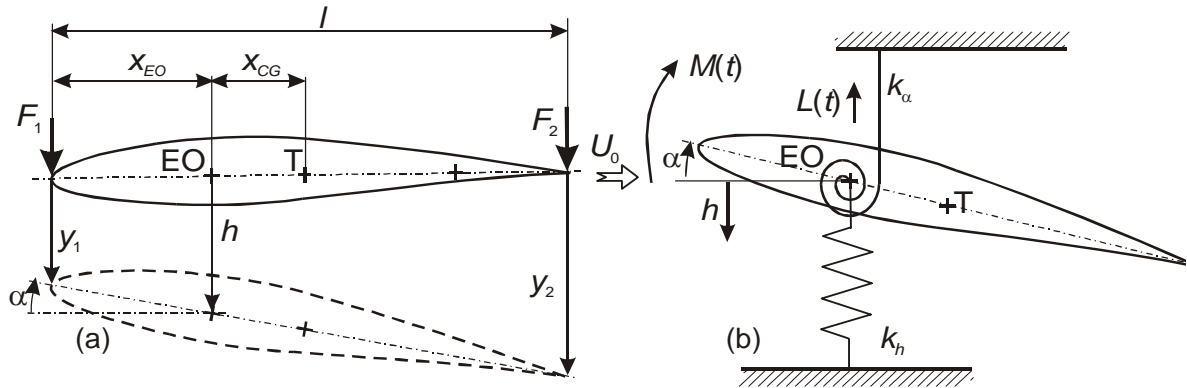
Profil je v jedné třetině tětivy uložen v kuličkových ložiscích, a v rovině tětivy rozpůlen - tím je umožněn přístup ke snímačům tlaku a zrychlení. Na jedné straně profilu jsou vyvedeny kabely od snímačů mimo měřicí prostor; na druhé straně profilu je vyvedena dutým čepem torzní tyčka, která je pak pevně uchycena v rámu.



Obr. 2 Aeroelastický model v měřícím prostoru aerodynamického tunelu.

Pro realizaci posuvného pohybu je profil v ose rotace uchycen k pružně uloženému rámu. Rám, který kmitá spolu s profilem ve směru kolmém na nabíhající proud vzduchu má obdélníkový tvar, jeho podélná táhla procházejí měřícím prostorem podél optických skel, jeho příčnický jsou umístěny nad a pod kazetou s měřícím prostorem. Rám je při posuvném pohybu

veden soustavou kladek tvořenou miniaturními kuličkovými ložisky, které mají zajišťovat co nejmenší tlumení pohybu. O oba příčnky se opírají listová pera, která udržují profil ve střední poloze. Délka i průřez listových per jsou měnitelné v závislosti na potřebě naladění vlastní frekvence kmitání pro posuvný pohyb obtékaného profilu. Z pevnostních důvodů je rám vyroben z oceli.



Obr. 3 Schema kmitajícího profilu.

Vzhledem ke složitosti konstrukce aeroelastického modelu nelze z konstrukčních výkresů spolehlivě odhadnout hmotnostní a tuhostní charakteristiky potřebné pro vytvoření jeho matematického modelu. Proto bylo snahou tyto parametry zjistit jejich identifikací z dynamického experimentu.

3. Pohybové rovnice

Schema pružně uloženého profilu je na obr. 3. Pohybové rovnice rotačního a translačního pohybu lze zapsat ve tvaru [3,4]:

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{w}(t) + \hat{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{w}}(t) + \hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{w}}(t) = \hat{\mathbf{f}}(t), \quad (1)$$

kde matice tuhosti a hmotnosti jsou

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_\alpha \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m & S_\alpha \\ S_\alpha & I_\alpha \end{bmatrix}, \quad (2)$$

matici viskózního tlumení předpokládáme proporcionální:

$$\hat{\mathbf{B}} = \varepsilon_1 \hat{\mathbf{M}} + \varepsilon_2 \hat{\mathbf{K}}, \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2 \in R \quad (3)$$

a vektory odezev a buzení jsou

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ \alpha(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} -L(t) \\ M(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kde $L(t)$ je aerodynamický vztlak (kladný směrem nahoru), $M(t)$ aerodynamický moment (kladný ve směru hodinových ručiček), m [kg] hmotnost profilu, $S_\alpha = x_{CG} m$ [kgm] statický moment kolem elastické osy EO, I_α [kgm²] moment setrvačnosti kolem EO, k_h [N/m] ohybová tuhost, k_α [Nm/rad] torzní tuhost, α [rad] úhlová výchylka kolem EO (kladná ve směru hodinových ručiček), h [m] posunutí EO (kladné směrem dolů), x_{CG} [m] excentricita, T těžiště a l [m] je tětiva profilu.

4. Transformace pohybových rovnic

Transformujeme-li posuv a naklopení vztahené ke středu otáčení ve výše uvedené pohybové rovnici k posuvným výchylkám $y_1(t)$ a $y_2(t)$ na okrajích profilu (viz obr. 3), můžeme psát, že

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{R}\mathbf{y}(t) \quad (5)$$

kde

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x_{EO}}{l} & \frac{x_{EO}}{l} \\ -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Po dosazení do rovnice (1) a vynásobení zleva maticí \mathbf{R}^T dostáváme rovnici

$$\mathbf{K}\mathbf{y}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (7)$$

kde

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{K}} \mathbf{R}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{R}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{R}^T \mathbf{M} \mathbf{R}, \quad \mathbf{f}(t) = \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{f}}(t). \quad (8)$$

V rovnici (7) jsou souřadnice vektoru odezvy $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$ dány posuvnými výchylkami a

souřadnice vektoru $\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix}$ silami, jak odpovídalo dynamickému experimentu.

Zavedeme-li pomocné veličiny:

$$\zeta = \left(1 - \frac{x_{EO}}{l}\right)^2, \quad \beta = \frac{1}{l^2}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{x_{EO}}{l}\right) \frac{x_{EO}}{l}, \quad \delta = \left(\frac{x_{EO}}{l}\right)^2, \quad (9)$$

$$\chi = 2 \left(1 - \frac{x_{EO}}{l}\right) \frac{1}{l}, \quad \mu = \left(1 - \frac{2x_{EO}}{l}\right) \frac{1}{l}, \quad \psi = \frac{2x_{EO}}{l^2}$$

a matice

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \zeta & \gamma \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \beta & -\beta \\ -\beta & \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} -\chi & \mu \\ \mu & \psi \end{bmatrix}, \quad (10)$$

můžeme matice tuhosti a hmotnosti psát jako lineární funkce parametrů $k_h, k_\alpha, m, S_\alpha, I_\alpha$:

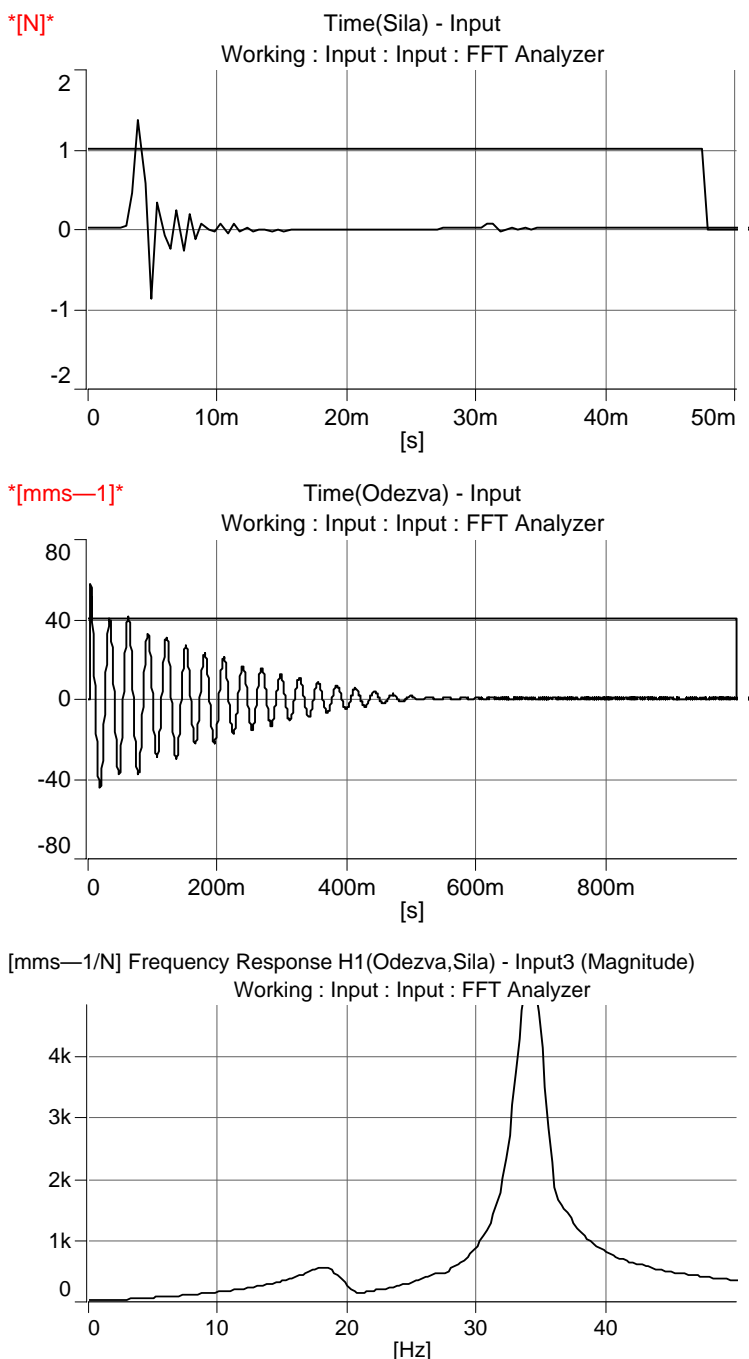
$$\mathbf{K} = k_h \mathbf{X} + k_\alpha \mathbf{U} \quad (11)$$

a

$$\mathbf{M} = m \mathbf{X} + S_\alpha \mathbf{V} + I_\alpha \mathbf{U}.$$

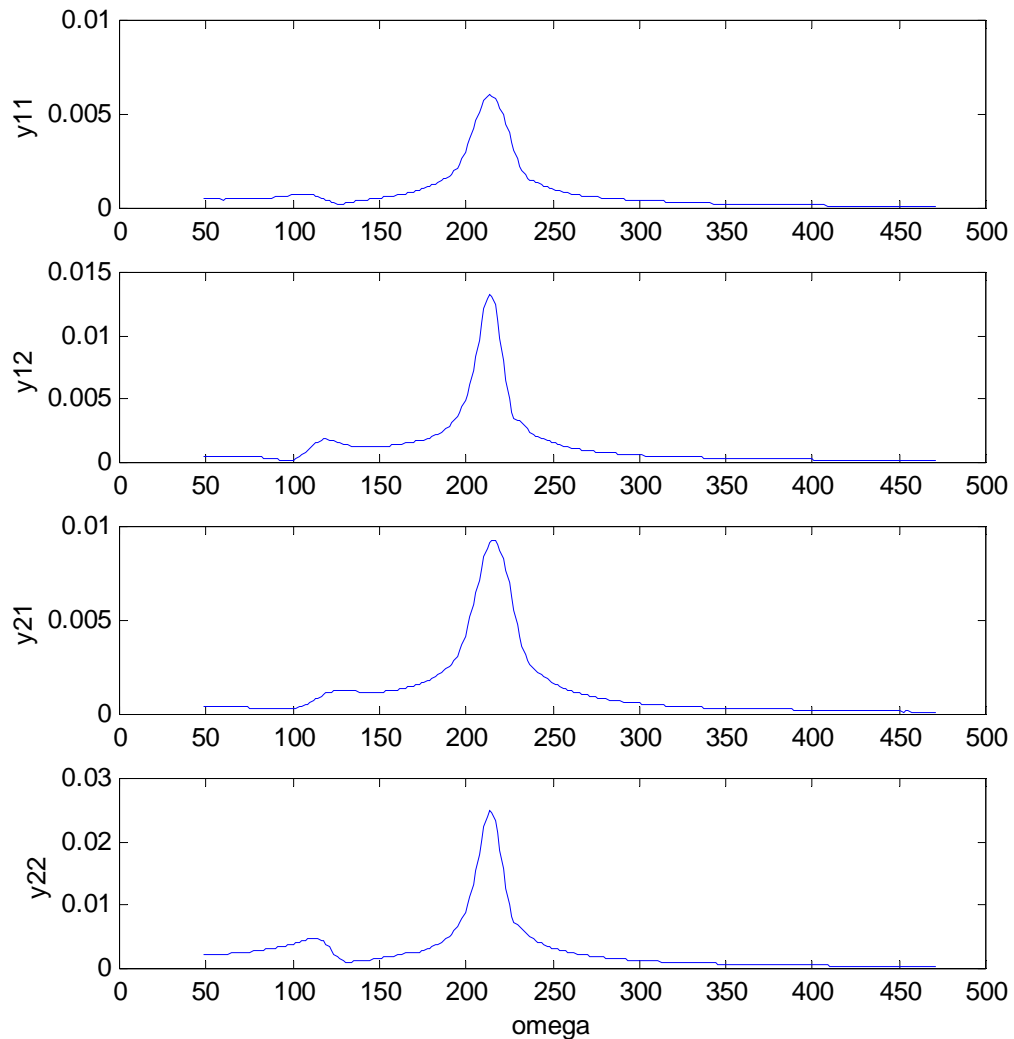
5. Dynamické experimenty

Pro určení matematického modelu byly navrženy následující dynamické experimenty. Podél profilu byly zvoleny 2 body pro buzení profilu a snímání odezvy. Buzení bylo realizováno jako pulsní miniaturním kladívkem B&K osazeným snímačem síly B&K 8203. Odezva byla snímána bezdotykovým laserovým snímačem rychlosti POLYTEC OFV 3000 s hlavou OFV 302. K měření byla použita aparatura B&K PULSE 8.0 s frontendem B&K 3560C osazeným

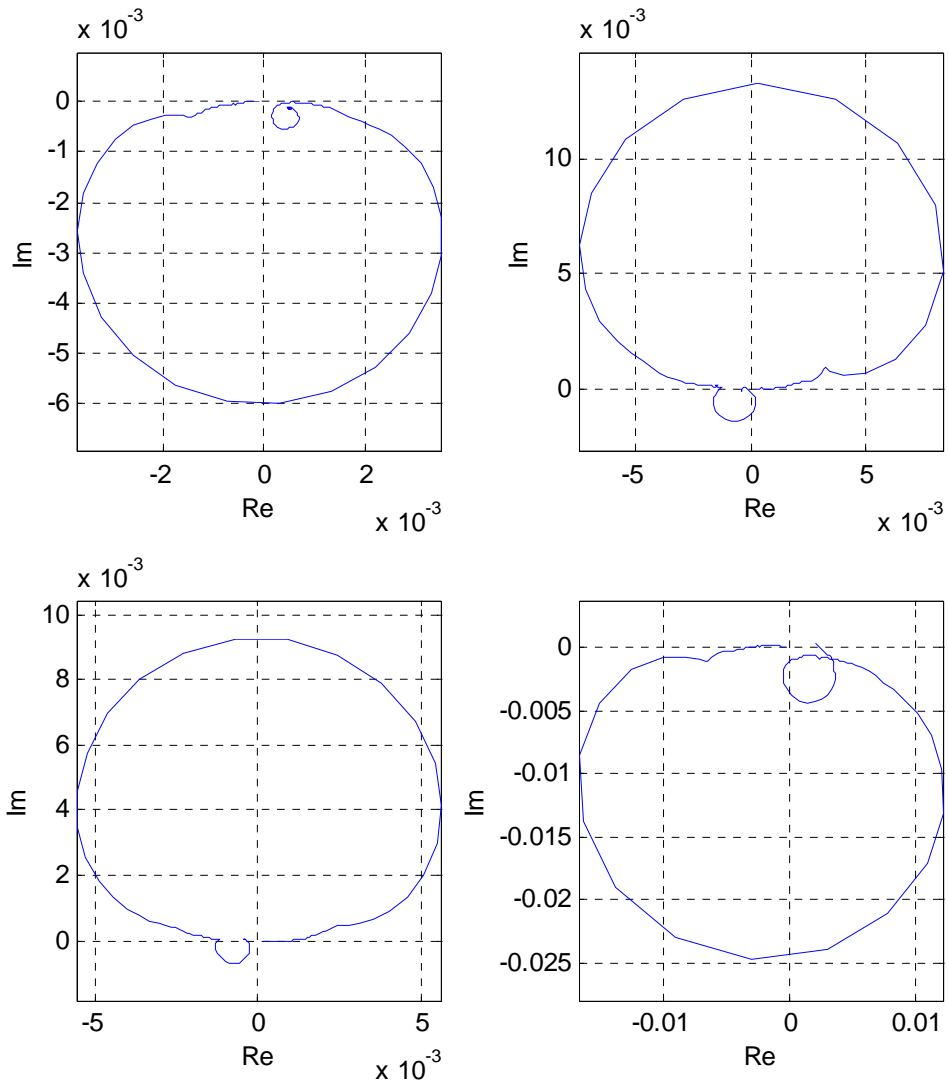


Obr. 4 Příklad měření dynamických vlastností pružně uloženého profilu: a) budící síla, b) odezva (rychlost kmitání), c) přenosová funkce.

moduly: Controller module 7537A, Input/Output module 3109. Byly tak získány 4 komplexní frekvenční přenosy $y_{jk}(\omega)$, $j, k = 1, 2$ pro všechny vzájemné konfigurace (budič, snímač) ve frekvenčním intervalu $\langle 7.75, 75 \rangle$ Hz. Příklad měření dynamických charakteristik profilu aparaturou B&K je uveden na obr. 4 a takto získané frekvenční přenosy jsou vykresleny na obr. 5 a 6. Měřená rychlost byla přepočtena na výchylku.



Obr. 5 Experimentální data – amplitudo-frekvenční charakteristiky přepočtené na výchylky [m].



Obr. 6 Experimentální data – komplexní frekvenční přenosy $y_{jk}(\omega)$, $j, k = 1, 2$ pro výchylky [m].

6. Identifikace matic hmotnosti, tuhosti a tlumení

6.1 Identifikační metoda vyhlazení frekvenčního přenosu

Ve vyšetřovaném frekvenčním intervalu jsou dva výrazné rezonanční vrcholy. V každé konfiguraci (budič, snímač) byla použita identifikační metoda vyhlazení frekvenčního přenosu – [5], která v iteračních krocích pomocí Newtonovy metody pro řešení soustav nelineárních rovnic a z podmínky minima součtu čtverců odchylek určila frekvenčně-modální parametry systému:

$$y_{jk}(\omega) = \sum_{v=1}^2 \frac{a_{v,jk}}{i\omega - s_{v,jk}} + h_{jk}(\omega), \quad j, k = 1, 2, \quad (12)$$

kde $a_{v,jk} \in C$ jsou modální příspěvky jednotlivých tvarů kmitání, $s_{v,jk} \in C$ jsou komplexní vlastní čísla a $h_{jk}(\omega)$ je korekční funkce,

$$[a_{1,jk}] = 0.001 \begin{bmatrix} -6.63 - 8.3i & 1.84 - 5.61i \\ 1.6 - 8.48i & -7.45 - 44.5i \end{bmatrix}, [a_{2,jk}] = 0.001 \begin{bmatrix} -1.52 - 47.13i & 2.63 + 72.1i \\ 4.2 + 69.3i & -22.5 - 132.3i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[s_{1,jk}] = \begin{bmatrix} -17.1 + 119.6i & -8.5 + 113.6i \\ -5.7 + 112.8i & -10.4 + 116.1i \end{bmatrix}, [s_{2,jk}] = \begin{bmatrix} -7.2 + 214.2i & -7.2 + 216.0i \\ -4.9 + 213.7i & -5.1 + 213.8i \end{bmatrix}$$

$$\text{s relativními chybami vyhlazení (\%): } \begin{bmatrix} 10.9 & 10.8 \\ 11.3 & 9.7 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Ukázalo se, že tento dynamický systém vykazuje značnou nesymetrii frekvenčních přenosů při záměně budič – snímač, která neodpovídá symetrickému matematickému modelu. Větší rozptyl identifikovaných vlastních čísel v jednotlivých konfiguracích a zejména výrazné nesplnění tzv. podmínky kondenzovatelnosti identifikovaných vlastních vektorů, zde ve tvaru

$$\operatorname{Re} \left(\sum_{v=1}^2 a_{v,jk} \right) \neq 0, \quad j, k = 1, 2,$$

neumožnil pro identifikaci koeficientových matic $\mathbf{K}, \mathbf{B}, \mathbf{M}$ použít tzv. konstrukční vzorce vycházející ze spektrálních a modálních veličin. Proto byla aplikována tzv. přímá identifikační metoda – [6] pro stanovení prvků výše uvedených matic přímo z amplitudové rovnice příslušné k rovnici (7).

6.2 Přímá identifikační metoda

Rovnici vynuceného harmonického kmitání dynamického systému s koeficientovými maticemi $\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{M}}$ v amplitudovém tvaru

$$(\tilde{\mathbf{K}} + i\omega\tilde{\mathbf{B}} - \omega^2\tilde{\mathbf{M}})\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad (15)$$

lze zapsat pro všechna dynamická měření, tzn. pro všechny zvolené $\{\mathbf{f}, \omega\}$ a odpovídající \mathbf{y} pomocí rovnice

$$\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{Y} + i\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{Y}\boldsymbol{\Omega} - \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{Y}\boldsymbol{\Omega}^2 = \mathbf{F}, \quad (16)$$

kde $\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{M}} \in R^{2,2}$ jsou hledané (obecně nesymetrické) matice a obdélníkové matice $\mathbf{F} \in R^{2,N}$, $\mathbf{Y} \in C^{2,N}$ obsahují jako sloupce odpovídající vektory amplitud buzení a komplexních amplitud vynuceného kmitání a v diagonální matici $\boldsymbol{\Omega} \in R^{N,N}$ budící frekvence.

Označíme-li reálnou a imaginární část matic $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_R - i\mathbf{Y}_I$, můžeme rozdělit výchozí rovnici (16) na reálnou a imaginární část:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{Y}_R + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{Y}_I\boldsymbol{\Omega} - \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{Y}_R\boldsymbol{\Omega}^2 &= \mathbf{F}, \\ \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{Y}_I - \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{Y}_R\boldsymbol{\Omega} - \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{Y}_I\boldsymbol{\Omega}^2 &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (17)$$

a zapsat je ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}} & \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{M}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_R & \mathbf{Y}_I \\ \mathbf{Y}_I\boldsymbol{\Omega} & -\mathbf{Y}_R\boldsymbol{\Omega} \\ -\mathbf{Y}_R\boldsymbol{\Omega}^2 & -\mathbf{Y}_I\boldsymbol{\Omega}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Z výše uvedené rovnice lze určit pomocí Moore-Penroseovy zobecněné inverze matice $\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{M}}$:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 1196.3 & 124.8 \\ -330.4 & 390.8 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1.83 & 0.80 \\ 0.56 & 0.35 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 0.047 & 0.014 \\ 0.005 & 0.015 \end{bmatrix} \quad (19)$$

a odpovídající vlastní čísla: $s_1 = -20.9 + 129.2i$, $s_2 = -4.3 + 213.7i$.

S ohledem na to, že hledáme symetrický matematický model, získané matice symetrizujeme:

$$\mathbf{K} = 0.5(\tilde{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}}^T), \quad \tilde{\mathbf{B}} = 0.5(\tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{B}}^T), \quad \mathbf{M} = 0.5(\tilde{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{M}}^T), \quad (20)$$

potom

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1196.3 & -102.8 \\ -102.8 & 390.8 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1.83 & 0.68 \\ 0.68 & 0.35 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.047 & 0.010 \\ 0.010 & 0.015 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

a vlastní čísla se změni na: $s_1 = -20.8 + 124.6i$ a $s_2 = -4.3 + 213.6i$.

Míra nekomutativnosti takto určené matice tlumení je poměrně malá

$$\frac{2 \left\| \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \right\|}{\left\| \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} \right\| + \left\| \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \right\|} = 0.038. \quad (22)$$

Proto můžeme, pomocí řešení přeúřčeného systému rovnic, získat parametry proporcionálního tlumení $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ z rovnice

$$\tilde{\mathbf{B}} = \varepsilon_1\mathbf{K} + \varepsilon_2\mathbf{M} \quad (23)$$

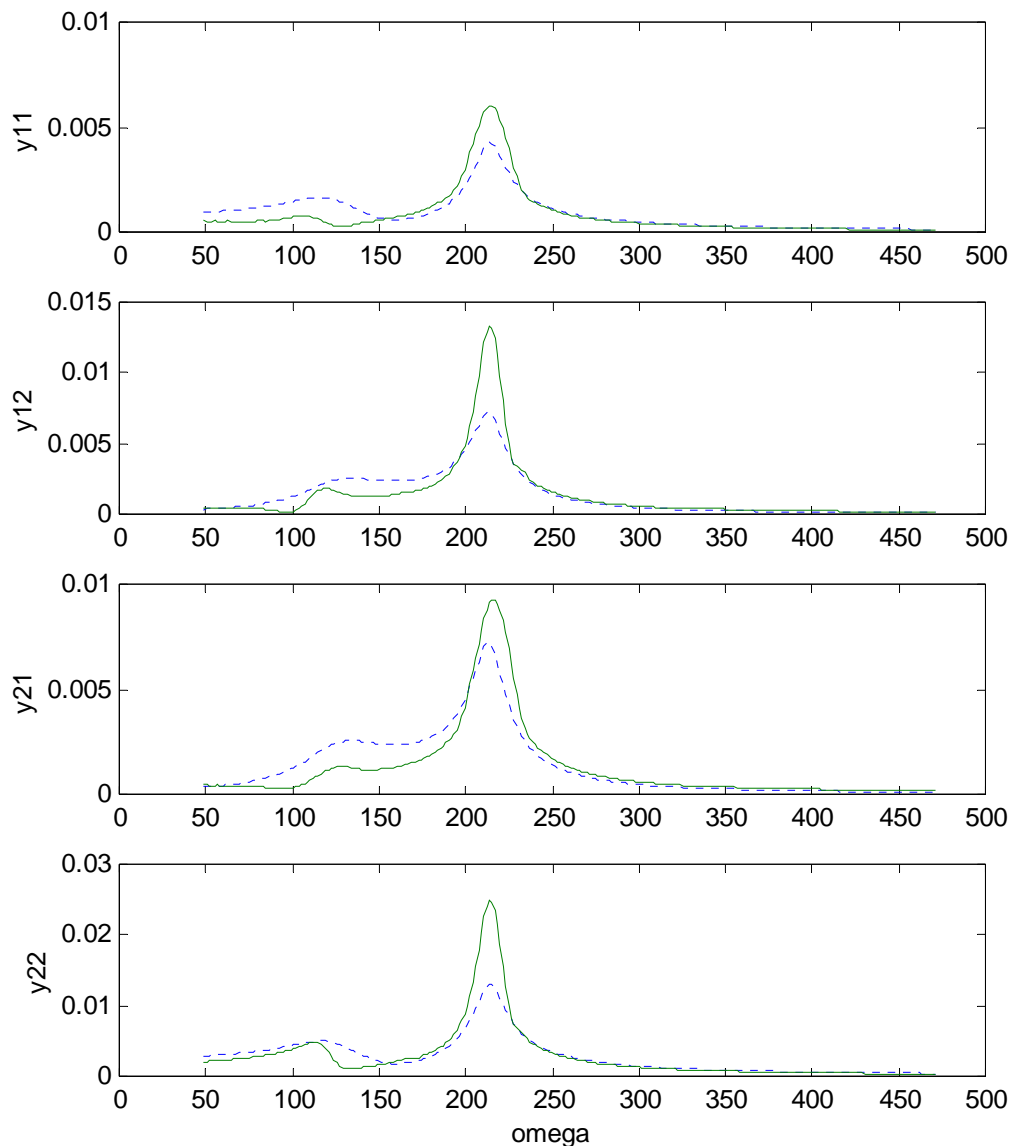
a dopočítat proporciální matici tlumení $\mathbf{B} = \varepsilon_1\mathbf{K} + \varepsilon_2\mathbf{M}$:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.76 & 0.68 \\ 0.68 & 0.57 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_1 = -0.0009, \quad \varepsilon_2 = 60.9247 \quad (24)$$

a určit tak konečně všechny hledané matice v pohybové rovnici (7). Odpovídající vlastní čísla jsou

$$s_1 = -23.1 + 124.1i \quad \text{a} \quad s_2 = -9.3 + 213.7i.$$

Porovnání odezvy vypočtené z pohybové rovnice (7), po dosazení identifikovaných matic tuhosti, tlumení a hmotnosti, s původně naměřenými přenosy je patrné z obr. 7.



Obr. 7 Naměřené (—) a vypočtené (----) amplitudy výchylek pomocí identifikovaných matic $\mathbf{K}, \mathbf{B}, \mathbf{M}$.

6.3 Určení parametrů $k_h, k_\alpha, m, S_\alpha, I_\alpha$ z prvků matic \mathbf{K}, \mathbf{M}

S ohledem na rovnice (1) a (7), protože matice $\mathbf{K} = [K_{jk}]$, $\mathbf{M} = [M_{jk}]$ jsou symetrické, lze psát

$$\begin{bmatrix} \zeta & \beta \\ \gamma & -\beta \\ \delta & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_h \\ k_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{12} \\ K_{22} \end{bmatrix} \quad (25)$$

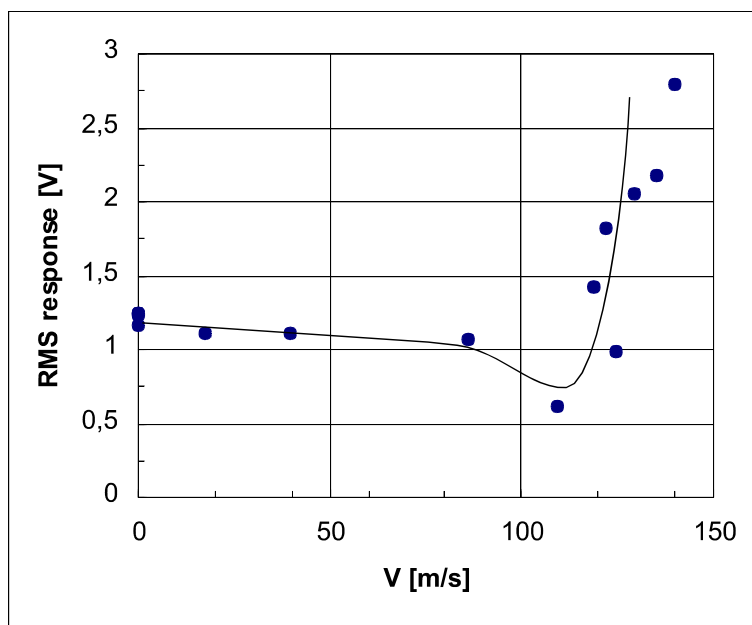
resp.

$$\begin{bmatrix} \zeta & -\chi & \beta \\ \gamma & \mu & -\beta \\ \delta & \psi & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ S_\alpha \\ I_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{12} \\ M_{22} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Prvá z rovnic se řeší Moore-Penroseovou inverzí z podmínky minima součtu čtverců odchylek, druhá rovnice má stejný počet rovnic a neznámých. Tímto způsobem byly identifikovány parametry:

$k_h = 1711.6 \text{ N/m}$, $k_\alpha = 4.5 \text{ Nm/rad}$, $m = 0.082 \text{ kg}$, $S_\alpha = -0.00013 \text{ kgm}$, $I_\alpha = 0.000095 \text{ kgm}^2$ vystupující v pohybové rovnici (1) pro kmitající profil.

7. Měření hranice aeroelastické stability modelu v aerodynamickém tunelu



Obr. 8 Závislost dynamické odezvy profilu na rychlosti proudu vzduchu naměřená při flutterových zkouškách v aerodynamickém tunelu.

Aeroelastický model byl nainstalován do nového aerodynamického tunelu ÚT AV ČR v Aerodynamické laboratoři v Novém Kníně. Na obr. 8 je vynesena střední kvadratická hodnota rychlosti kmitání profilu měřená laserovým vibrometrem v závislosti na postupně zvyšované rychlosti proudu vzduchu. Profil byl rozkmitáván jen přirozenou turbulencí. Z uvedeného grafu je zřejmé, že systém byl nejprve aerodynamickými silami tlumen a až při rychlosti blízké ke kritické rychlosti flutteru (cca 120 m/s) došlo k strmému nárůstu úrovně vibrací.

8. Závěr

V příspěvku jsou analyzovány vlastní frekvence, tlumení a tvary kmitání aeroelastického modelu navrženého pro zkoušky v aerodynamickém tunelu za účelem vývoje nových numerických metod. Na základě měření v dynamické laboratoři jsou pomocí konstrukčních vzorců sestaveny pohybové rovnice systému. K identifikaci matematického modelu byla použita přímá identifikační metoda. Stabilitní vlastnosti modelu, tj. kritické rychlosti flutteru, byly zjištěny experimentálně. Zjištěné údaje lze využít při návrhu a testování numerických metod určených k simulacím aeroelastických experimentů.

Literatura

- [1] Sváček P., Feistauer M., Horáček J.: Numerical simulation of flow induced airfoil vibrations. In: Flow-induced vibration. (Ed.: Langre, E. - Axisa, F.), Ecole Polytechnique, Paris, 2004, 57-62.
- [2] Honzátko R., Kozel K., Horáček J.: Numerical solution of flow through a cascade and over a profile with dynamical and aeroelastic effects. In: Flow-Induced Vibration. (Ed.: Langre, E. - Axisa, F.), Ecole Polytechnique, Paris, 2004, 377-382.
- [3] Dowell E. H. (Ed.): A Modern Course in Aeroelasticity. Kluwer, 1995.
- [4] Försching H. W.: Grundlagen der Aeroelastik. Springer – Verlag, 1974.
- [5] Kozánek J.: Vyhodnocení přenosové funkce z naměřených dat, Strojnícky časopis, 33, č. 3, 1982, s. 281-289.
- [6] Daněk O., Balda M., Turek F., Zeman V., Kozánek J.: Dynamika nekonzervativních lineárních soustav, Československá společnost pro mechaniku při ČSAV, Brno, 1986.

Vypracováno v rámci projektu TANDEM Ministerstva průmyslu a obchodu ČR: FT-TA/026 č. OV6040061 část T13 "Výzkum a vývoj analytických a experimentálních metod vyšetřování dynamických a aeroelastických vlastností letadlových konstrukcí".