



# INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

---

## NUMERICAL ANALYSIS OF REACTOR VESSEL: PARALLEL IMPLEMENTATION

J. Kruis, T. Koudelka, T. Krejčí, Z. Bittnar<sup>1</sup>

**Summary:** *Assessment of properties of reactor vessels in nuclear power plants which are more than 30 years old is necessary for eventual prolongation of their serviceability. Vessels are constructed from prestressed concrete with inner steel liner. Properties of concrete are assessed by thermo-hydro-mechanical analysis which has to cover the whole life of the vessel. Coupled analyses of structure during period more than 30 years long are very time and memory demanding and therefore parallel computers are employed. Results are summarized at the end of contribution.*

### 1. Úvod

V současné době dožívá v Evropě řada jaderných elektráren jejichž životnost bude dosažena v krátké době. Vzhledem k neklesajícím nárokům na elektrickou energii se rozhoduje, zda se dožívající jaderné elektrárny odstaví nebo zda se budou provozovat i nadále. V případě odstavení je třeba vyřešit dva problémy. Prvním problémem je, čím odstavené elektrárny nahradit, druhým problémem je nákladná likvidace vyřazené elektrárny. V případě, že se budou dožívající elektrárny provozovat i nadále, je třeba provést vyhodnocení jejich spolehlivosti.

Tento příspěvek se zabývá pouze modelováním stavebních částí a nikoliv samotného reaktoru. V příspěvku je popsán typ reaktorové nádoby užívaný ve Velké Británii, protože výsledky byly získány v rámci evropského projektu. Reaktor je umístěn v nádobě z předpjatého betonu s mnoha technologickými otvory. Pro zjištění vlastností betonových konstrukcí po přibližně 30. letech provozu byl uvažován hydro-termo-mechanický model. Model popisuje přenos tepla a vlhkosti a zároveň se počítá dotvarování betonu. Pro několik stavů nádoby se provedla limitní analýza, aby bylo možné získat představu o chování nádoby při mimořádných událostech.

První výpočty sdružené úlohy ukázaly neobyčejnou časovou náročnost, protože bylo třeba analyzovat období přes 30 let s časovým krokem nejvýše jeden den. V rámci každého časového kroku se řeší úloha obsahující řádově desítky tisíc neznámých. Pro urychlení výpočtu byla použita paralelizace úlohy založená na metodě rozložení oblasti na podoblasti.

### 2. Materiálové modely

Materiálové modely použité v analýze přenosu tepla a vlhkosti jsou popsány v příspěvku (Krejčí et. al., 2005) v tomto sborníku a nebudou zde dále popisovány.

Při výpočtu dotvarování se předpokládá Boltzmanův princip superpozice a deformace je

---

<sup>1</sup>Ing. Jaroslav Kruis, Ph.D., Ing. Tomáš Koudelka, Ing. Tomáš Krejčí, Prof. Ing. Zdeněk Bittnar, DrSc.: ČVUT v Praze, Stavební fakulta, Katedra stavební mechaniky, Thákurova 7, Praha 6, 166 29; tel.: 224 354 369, fax.: 224 310 775; e-mail: jk@cml.fsv.cvut.cz

vyjádřena vztahem

$$\varepsilon(t) = J(t, t_0)\sigma + \int_{t_0}^t J(t, \tau)d\sigma(\tau) + \varepsilon_0(t), \quad (1)$$

kde  $J(t, t_0)$  je funkce dotvarování a  $t_0$  je čas označující začátek působení zatížení. Konkrétní tvar funkce dotvarování  $J(t, t_0)$  a převod integralního tvaru (1) na diferenciální, který je vhodnější pro implementaci, lze nalézt v práci (Bažant, Z.P. 1988) nebo (Bažant, Z.P. & Baweja, S. 1995).

Obecný algoritmus výpočtu dotvarování je uveden v tabulce 1. Jedním z kroků výpočtu dotvarování je i řešení soustavy lineárních algebraických rovnic, které se uplatní při výpočtu přírůstků posunů  $(\Delta \mathbf{r})_{i+1}$ .

Tabulka 1: Algoritmus časově závislé mechanické úlohy

Iterace $t \leq t_{konec}$	
přírůstek nevratných deformací	$(\Delta \varepsilon_{ir})_i$
přírůstek uzlových sil	$(\Delta \mathbf{f}_{ir})_{i+1} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}(\Delta \varepsilon_{ir})_i dV$
přírůstek předepsaných uzlových sil	$(\Delta \mathbf{f})_{i+1} = \mathbf{f}(t_{i+1}) - \mathbf{f}(t_i)$
přírůstek posunutí	$(\Delta \mathbf{r})_{i+1} = \mathbf{K}^{-1}((\Delta \mathbf{f})_{i+1} + (\Delta \mathbf{f}_{ir})_{i+1})$
nový vektor posunutí	$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \Delta \mathbf{r}_{i+1}$
přírůstek celkových deformací (předchozí celkové deformace $\varepsilon_i$ jsou uloženy)	$(\Delta \varepsilon)_{i+1} = \mathbf{B}\mathbf{r}_{i+1} - \varepsilon_i$
přírůstek napětí	$(\Delta \sigma)_{i+1} = \mathbf{D}((\Delta \varepsilon)_{i+1} - (\Delta \varepsilon_{vp})_i)$
celková napětí	$\sigma_{i+1} = \sigma_i + (\Delta \sigma)_{i+1}$

Provedení všech nutných výpočtů na jednom integračním bodě je podstatně náročnější než v mnoha jiných materiálových modelech, protože ve sdružené úloze se v každém kroku přepočítávají materiálové parametry s ohledem na aktuální teploty a vlhkosti. Poměr mezi časem nutným k řešení soustavy rovnic a časem nutným k provedení zbývajících výpočtů v jednom kroku je výrazně menší než v případě dotvarování za konstantní teploty a vlhkosti. Časovou náročnost výpočtů mimo řešení soustavy rovnic lze velmi výhodně zmenšit paralelizací úlohy. Výpočty na integračním bodě pracují s pouze s informacemi uloženými na právě zpracovávaném bodě a proto není třeba komunikovat mezi procesory, což je nejslabším místem každé paralelizace.

### 3. Paralelizace úlohy

Sdružené úlohy vedou na velké množství neznámých, protože každý uzel sítě konečných prvků obsahuje nejen posuny, ale i teplotu a vlhkost. Kromě toho je třeba volit síť tak, aby byly vystiženy velké gradienty posunů, teplot i vlhkostí a proto musí být síť poměrně hustá. Největší nároky jsou ale způsobeny numerickou časovou integrací daného problému. V případě výpočtu dotvarování se volí malý časový krok v okolí změn zatížení a postupně ho lze zvětšovat až na velikost desítek dní. V případě výpočtu transportu tepla je často třeba volit časový krok

řádově v hodinách, protože nádoba je ohřáta o 70° Celsia během několika hodin. V případě transportu vlhkosti je možné volit časový krok ve dnech. Sdružená úloha vyžaduje časový krok odpovídající nejmenšímu časovému kroku z předchozích případů.

Vzhledem k možné nesymetrii matice soustavy vzniklé z metody konečných prvků byla pro paralelizaci úlohy zvolena metoda Schurových doplňků. Tu lze formulovat následujícím způsobem:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_1^{[ii]} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_1^{[ib]} \\ & \mathbf{K}_2^{[ii]} & \mathbf{K}_2^{[ib]} \\ \mathbf{0} & & \mathbf{K}_3^{[ii]} & \mathbf{K}_3^{[ib]} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \mathbf{K}_m^{[ii]} & \mathbf{K}_m^{[ib]} \\ \mathbf{K}_1^{[bi]} & \mathbf{K}_2^{[bi]} & \mathbf{K}_3^{[bi]} & \dots & \mathbf{K}_m^{[bi]} & \mathbf{K}^{[bb]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^{[i]} \\ \mathbf{r}_2^{[i]} \\ \mathbf{r}_3^{[i]} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_m^{[i]} \\ \mathbf{r}^{[b]} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1^{[i]} \\ \mathbf{f}_2^{[i]} \\ \mathbf{f}_3^{[i]} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_m^{[i]} \\ \mathbf{f}^{[b]} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

kde  $\mathbf{r}_j^{[i]}$  označuje vektor uzlových neznámých definovaných ve vnitřních uzlech na  $j$ -té podoblasti a  $\mathbf{r}^{[b]}$  označuje vektor uzlových neznámých definovaných na hraničních uzlech. Vektor pravé strany je rozdělen podobně. Matice soustavy je rozdělena na bloky a horní indexy označují souvislost s vnitřními ( $ii$ ) nebo hraničními ( $bb$ ) neznámými. Indexy  $ib$  a  $bi$  označují vazby mezi výše jmenovanými bloky. Speciální tvar matice soustavy je dán speciálním číslováním neznámých. Podrobnosti lze nalézt v pracích Kruis & Bittnar (2000) a Kruis & Bittnar (2001). Eliminace vnitřních neznámých vede na redukovaný (hrubý) problém

$$\left( \mathbf{K}^{[bb]} - \sum_{j=1}^m \mathbf{K}_j^{[bi]} \left( \mathbf{K}_j^{[ii]} \right)^{-1} \mathbf{K}_j^{[ib]} \right) \mathbf{r}^{[b]} = \mathbf{f}^{[b]} - \sum_{j=1}^m \mathbf{K}_j^{[bi]} \left( \mathbf{K}_j^{[ii]} \right)^{-1} \mathbf{f}_j^{[i]}. \quad (3)$$

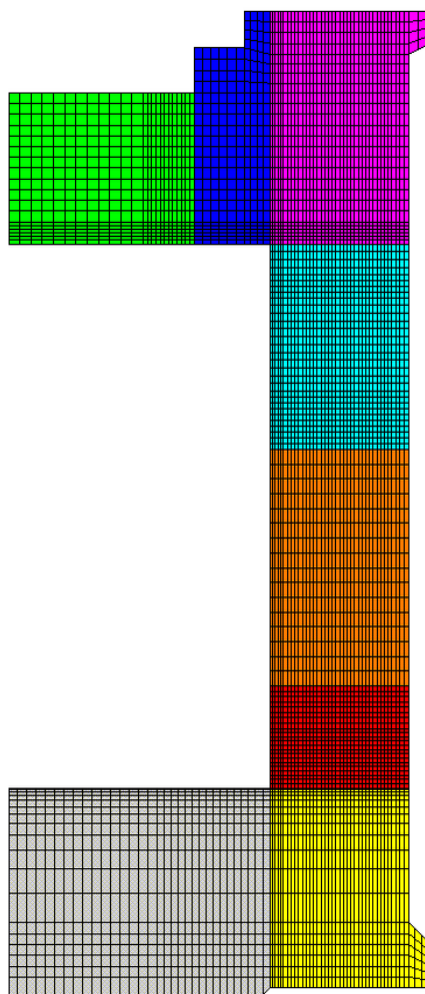
Soustava rovnic (3) obsahuje výrazně méně neznámých než původní soustava (2). Vzhledem k malému množství neznámých v redukovaném problému byla soustava rovnic (3) řešena přímou metodou na master procesoru. V případě většího množství neznámých se používají iterační metody (metoda sdružených gradientů pro symetrické matice a stabilizovaná metoda bikonjugovaných gradientů nebo metoda GMRES pro nesymetrické matice).

#### 4. Výsledky

Reaktorová nádoba z předpjatého betonu byla modelována osově souměrným modelem. Mechanická část byla modelována čtyřúhelníkovými prvky s kvadratickými bázovými funkcemi zatímco transportní část byla modelována čtyřúhelníkovými prvky s lineárními bázovými funkcemi.

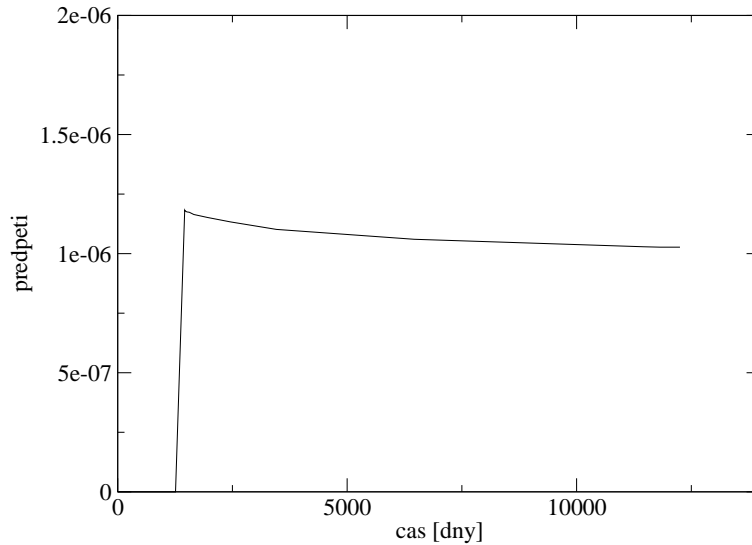
Na obrázku 1 je vidět tvar nádoby a zvolená dekompozice oblasti na podoblasti. Vzhledem k počítačovému vybavení pracoviště autorů byla použita dekompozice na 8 podoblastí. Každá podoblast byla přidělena na jeden procesor. Veškeré výpočty související s jednou oblastí byly prováděny na konkrétním procesoru. Pouze při řešení soustavy algebraických rovnic bylo třeba komunikovat mezi jednotlivými procesory.

Mechanické zatížení bylo složeno z několika zatěžovacích stavů. Jmenovitě se jednalo o vlastní tíhu konstrukce, předpětí a vnitřní přetlak. Průběh předpětí v čase je vidět na obrázku



Obrázek 1: Tvar nádoby, síť prvků a rozložení oblasti na podoblasti.

## Předpětí



Obrázek 2: Průběh předpětí v čase.

4. Průběh vnitřního přetlaku v čase je zobrazen na obrázku 5. Na něm je vidět tlaková zkouška před spuštěním reaktoru do provozu, samotný provoz a 3 odstávky. Předpětí bylo do výpočtu zavedeno jako uzlové zatížení. Vlastní tíha byla modelována jako objemové zatížení a vnitřní přetlak byl popsán pomocí hranového zatížení.

Deformace nádoby od předpětí je vidět na obrázku 4. Deformace od vnitřního přetlaku je zobrazena na obrázku 5. Obrázky 4 a 5 zobrazují deformaci nádoby odpovídající jednotlivým zatěžovacím stavům na počátku zatěžování. Obrázek 6 zobrazuje celkovou deformaci nádoby v čase 6 000 dní v porovnání s počátečním nedeformovaným stavem.

Svislý posun vybraného bodu z horního víka nádoby je zobrazen na obrázku 7.

Průběh vlhkosti ve vybraném bodě v čase je na obrázku 8.

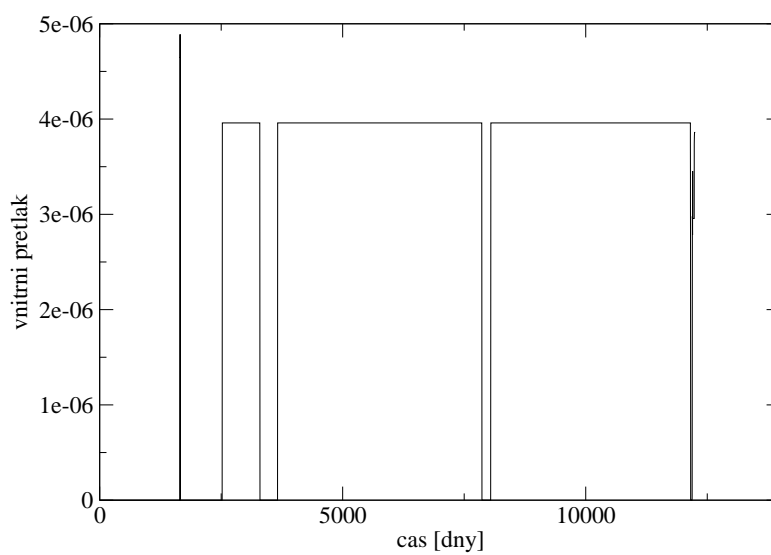
### 5. Závěr

Kvůli eventuálnímu prodloužení živostnosti dosluhujících jaderných elektráren byl vypracován počítačový program pro vyhodnocení materiálových vlastností reaktorových nádob po mnoha letech používání. K vyhodnocení materiálových vlastností se používá termo-hydro-mechanická analýza. Vzhledem ke značné časové i paměťové náročnosti takových úloh byla použita paralelizace programu vycházející z metody rozložení oblasti na podoblasti, konkrétně z metody Schurových doplňků. Paralelní verzi počítačového programu bylo modelováno období provozu přes 30 let skutečné reaktorové nádoby.

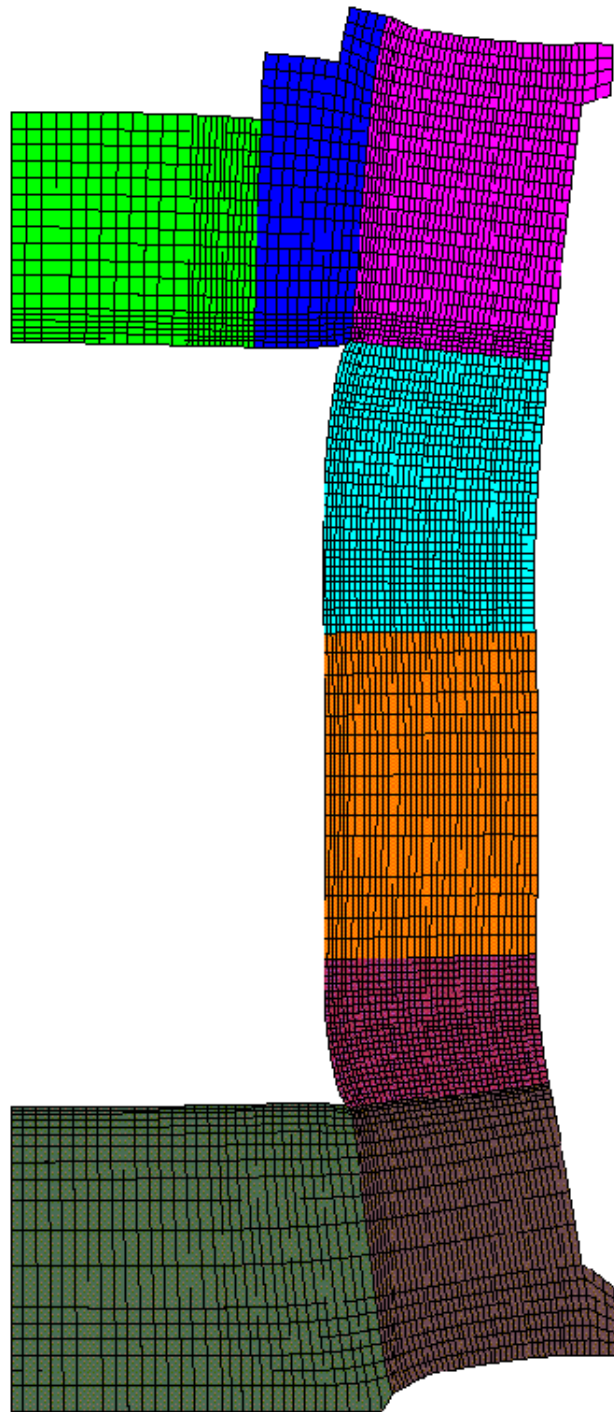
### 6. Poděkování

Tato práce byla financována z projektu S 308 6102 AV ČR.

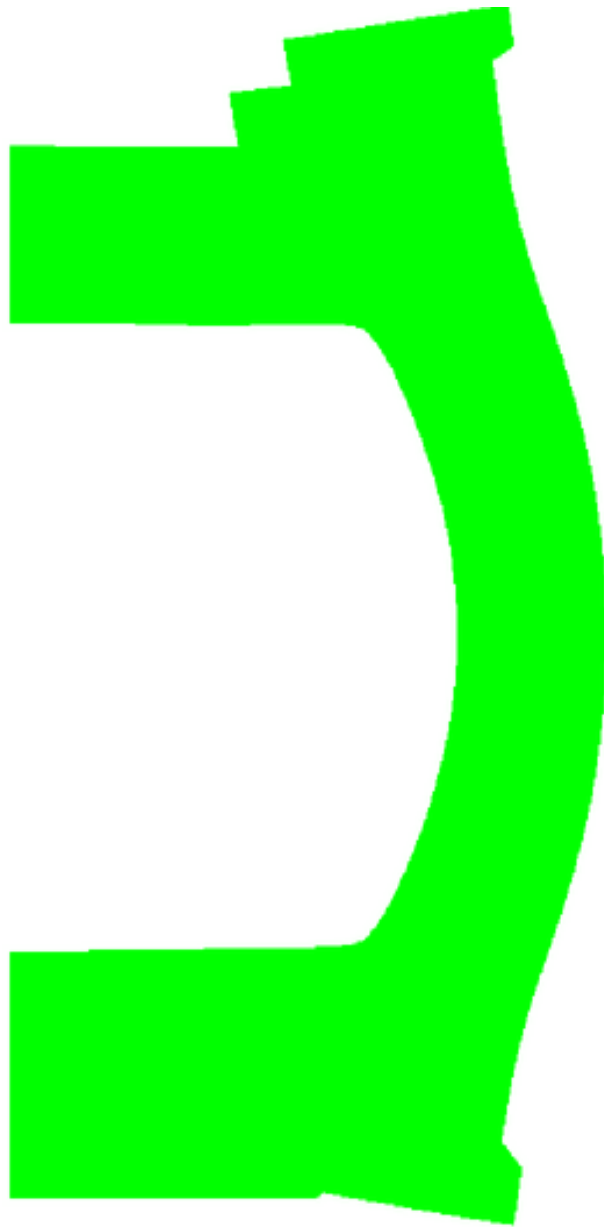
### Vnitřní přetlak



Obrázek 3: Průběh vnitřního přetlaku v čase.

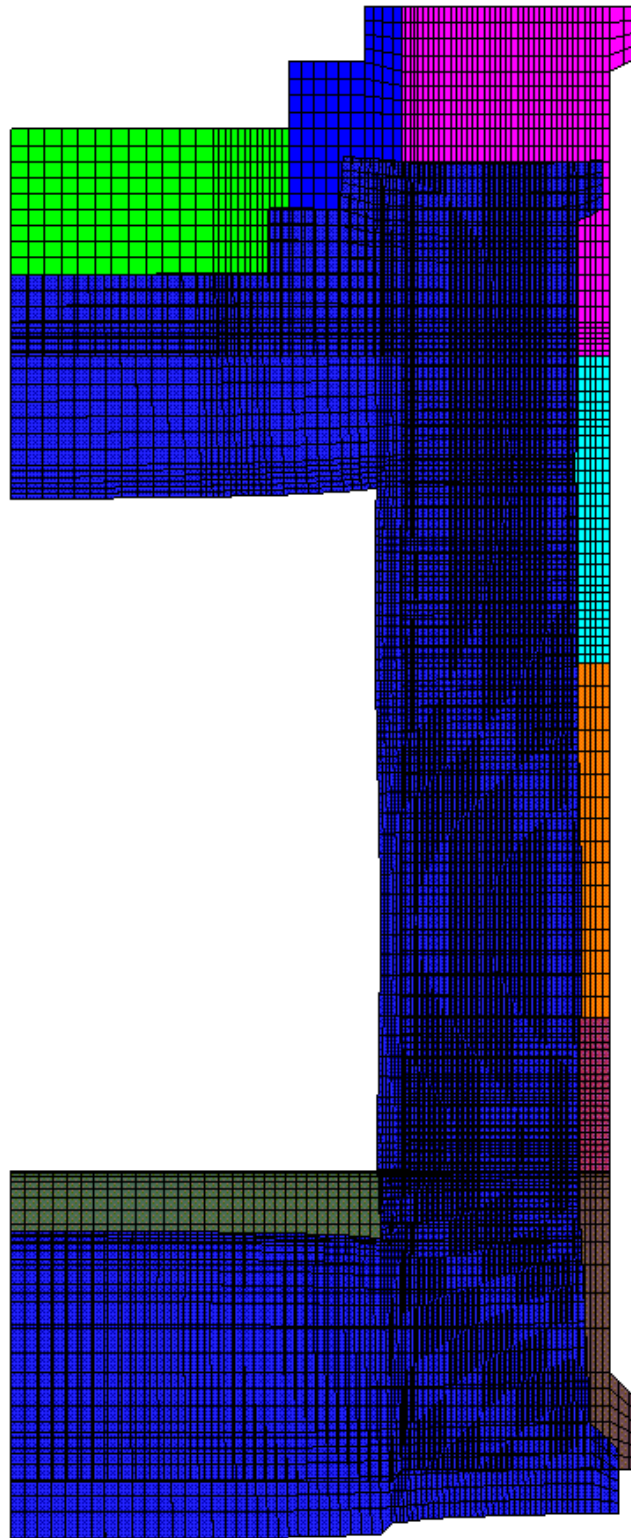


Obrázek 4: Deformovaný tvar nádoby od předpětí.

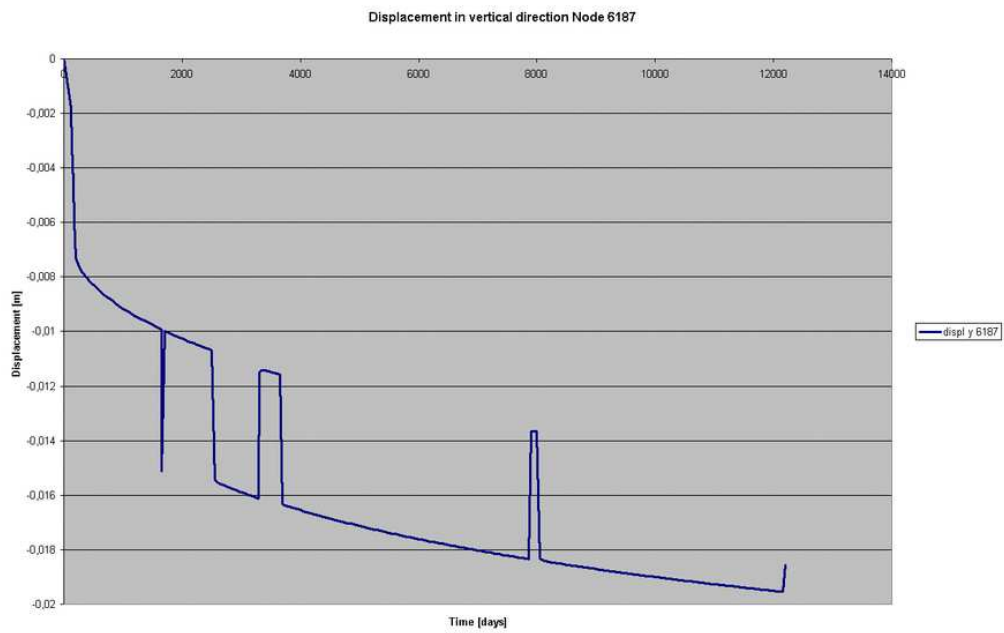


Obrázek 5: Deformovaný tvar nádoby od vnitřního přetlaku.

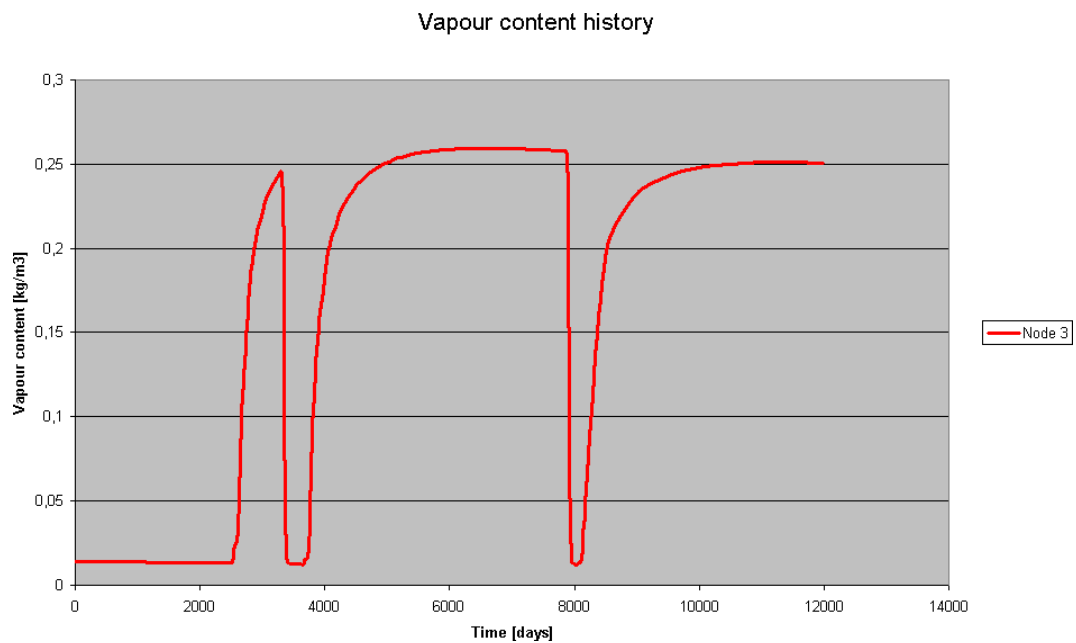




Obrázek 6: Celkový deformovaný tvar nádoby od všech zatížení v porovnání s počátečním stavem.



Obrázek 7: Svislý posun horního víka nádoby od předpětí a vnitřního přetlaku.



Obrázek 8: Průběh vlhkosti v čase.

## 7. Literatura

Bažant, Z.P. (1988) *Material Models for Structural Creep Analysis*. John Wiley & Sons Ltd.

Bažant, Z.P. & Baweja, S. (1995) Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures - Model B3. *Materials and Structures*, 28, pp. 357-365.

Krejčí, T., Kruis, J., Koudelka, T. & Bittnar, Z. (2005) Numerical Analysis of Reactor Vessel: Transport Processes, *in: Inženýrská mechanika 2005*.

Kruis J., Bittnar Z. (2000) *in: Advantages of Parallel Algorithms in Structural Mechanics Developments in Engineering Computational Technology*, (B.H.V. Topping ed.) Civil-Comp Press, Edinburgh, pp. 219-227.

Kruis, J. & Bittnar, Z. (2001) Influence of subdomain shapes on solution of equation systems, *in: Inženýrská mechanika 2001, CD-ROM* Institute of Thermomechanics, Prague.