



# INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

---

## \*\*\*\*\*INVERSE FEM ANALYSIS II: RANDOM PARAMETERS \*\*\*\*\*IDENTIFICATION OF REINFORCED CONCRETE FRAME

**D. Lehký<sup>\*</sup>, D. Novák<sup>\*</sup>**

**Summary:** *The paper is focused on statistical inverse analysis of material model parameters, where statistical parameters of input parameters have to be identified based on experimental data (histograms of response). Stratified simulation technique of Monte Carlo combined with artificial neural network is efficiently used. The methodology is shown using example of reinforced concrete frame solved by nonlinear fracture mechanics tool for objective failure modeling of structures with significant nonlinear effects. Means and standard deviations of fracture-mechanical parameters (like modulus of elasticity, fracture energy, etc.) are the subject of identification. The paper shows differences in results when using different load levels for identification.*

### 1. Úvod

Při modelování železobetonových konstrukcí pomocí nelineární lomové mechaniky je jedním z klíčových kroků správné stanovení parametrů materiálového modelu, především lomově-mechanických. Stanovit parametry (např. modul pružnosti, pevnost betonu v tahu a tlaku, lomová energie betonu, aj.) tak, aby výsledky počítačové simulace odpovídaly experimentům není jednoduchou záležitostí. Většina těchto parametrů může být za standardních laboratorních podmínek těžko stanovitelná, resp. jsou kontaminovány řadou nejistot – nepřesnostmi měření, nedokonalostí metody, přirozeným statistickým rozptylem.

Příspěvek navazuje na předcházející příspěvek autorů na této konferenci „Inverse FEM analysis I: Stochastic training of neural network“ (Novák & Lehký, 2005), je však zaměřen na jednu z nejobtížnějších úloh: Identifikaci na úrovni nedestruktivních zkoušek, kdy jsou k dispozici náhodné odezvy konstrukce při několika určitých úrovních zatížení – histogramy z měření na konstrukci. Aby bylo dosaženo této náhodné odezvy i při numerickém výpočtu, je nutné stanovit parametry použitého materiálového modelu rovněž jako náhodné veličiny. Problém je obtížný i v nejjednodušším případě, kdy jsou identifikovány první dva statistické momenty, tedy střední hodnota  $m$  a směrodatná odchylka  $s$ .

Postup je aplikován na identifikaci statistických momentů lomově-mechanických parametrů betonu železobetonové rámové konstrukce (obr.1). Výpočtový model je realizován prostředky nelineární lomové mechaniky (software ATENA, Červenka & Pukl, 2003).

---

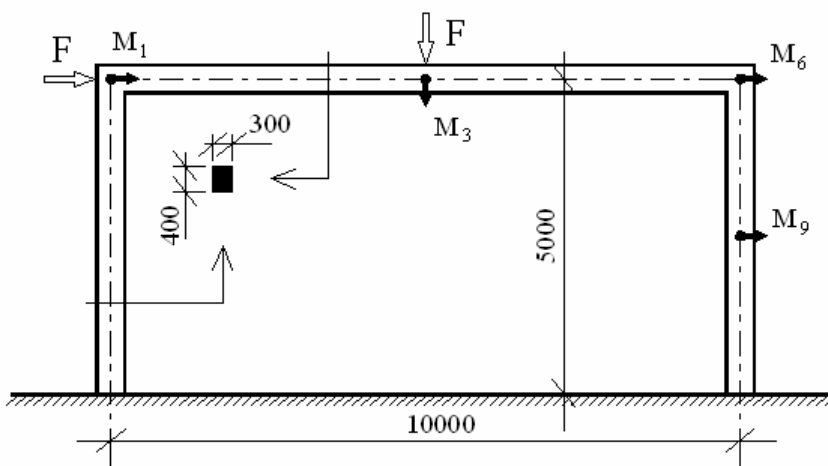
<sup>\*</sup> Ing. David Lehký, Prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.: Ústav stavební mechaniky, Fakulta Stavební, VUT v Brně; Veveří 95; 602 00 Brno; tel.: +420 541 147 376; fax: +420 541 140 994; e-mail: lehký.d@fce.vutbr.cz

Společně s autory příspěvku se na řešení problému statistické identifikace podílí také pracoviště ve Vídni na univerzitě BOKU. Přístup vychází z citlivostní analýzy jednotlivých parametrů na celkovou odezvu konstrukce a následně změně statistických momentů parametrů v závislosti na odchylce simulace od experimentu (Strauss et al, 2004). Tento postup nebude v tomto článku využit, v následujícím uvádíme pouze postup a výsledky založené na stochastickém trénování neuronové sítě metodou stratifikované statistické simulace.

## 2. Definice problému identifikace

Předmětem identifikace je železobetonový rám na obr.1. Mějme vektor  $\mathbf{X}$ , který obsahuje materiálové parametry jako náhodné veličiny reprezentované statistikami  $m$  a  $s$ . Pro beton byl použit materiálový model SBETA (Červenka & Pukl, 2003), který je vhodný pro modelování betonu a dalších kvazikřehkých materiálů. Hledané parametry tedy byly: modul pružnosti  $E_c$ , tahová pevnost betonu  $f_t$ , tlaková pevnost betonu  $f_c$  a lomová energie  $G_F$ . Ocel byla modelována bilineárním pracovním diagramem. Její parametry byly známy a nebyly předmětem další identifikace. Na konstrukci je dále několik monitorovacích bodů měřících svislé a vodorovné posuny. Pro identifikaci byly zvoleny čtyři z nich  $M_1$ ,  $M_3$ ,  $M_6$  a  $M_9$ . Jednotlivé monitory a směr monitorovaného posunu je zřejmý z obr.1. Ve všech monitorovacích bodech je k dispozici náhodná odezva reprezentovaná histogramem, na jehož základě jsou pro každý monitor stanoveny první dva statistické momenty. Odezvu konstrukce ve všech monitorovacích bodech můžeme uspořádat do vektoru  $\mathbf{M}^X$ . Pro jednoduchost a ilustrativní porovnání výsledků je dále použita aproximace normálním rozdělením  $N(m,s)$ .

Při vytváření numerického modelu nejsou parametry vektoru  $\mathbf{X}$  známy. Máme k dispozici pouze hrubý odhad parametrů, vektor  $\mathbf{Y}$ . Proto i náhodná odezva konstrukce  $\mathbf{M}^Y$  vypočtená s těmito parametry nebude shodná se skutečnou odezvou  $\mathbf{M}^X$ . Cílem identifikace je tedy najít takový vektor materiálových parametrů  $\mathbf{Y}$ , s kterým dojde k dosažení dobré shody mezi simulovanou odezvou  $\mathbf{M}^Y$  a skutečnou odezvou konstrukce  $\mathbf{M}^X$ . V souladu s označením v příspěvku „Inverse FEM analysis I“ této konference (Novák & Lehký, 2005) odpovídají identifikované parametry (IP) vektoru  $\mathbf{X}$  a měřená data (MD) vektoru  $\mathbf{M}^X$ .



Obr1. Geometrie rámové konstrukce a umístění monitorovacích bodů

### 3. Identifikace pomocí umělých neuronových sítí

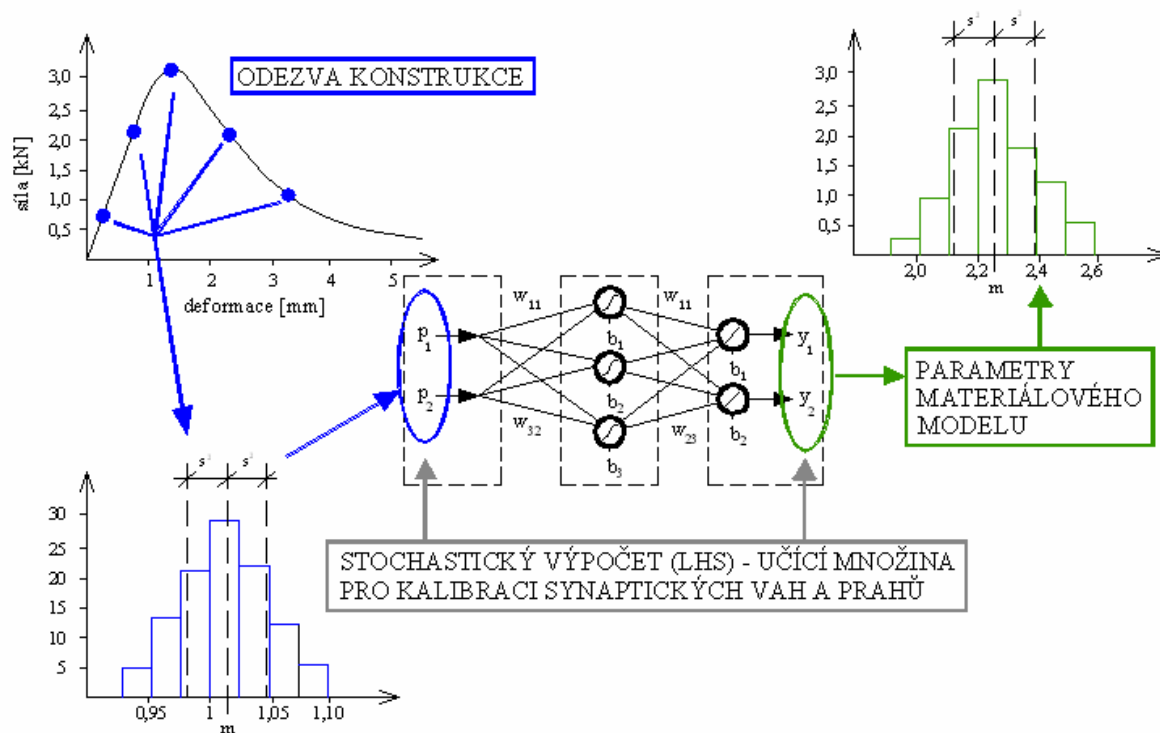
Dále bude popsán postup identifikace pomocí sofistikované metody, která kombinuje umělou neuronovou síť a stochastickou analýzu konstrukce pro vytvoření vhodné učící množiny. Hledané parametry (první dva statistické momenty čtyř materiálových parametrů) při tomto postupu vystupují ve formě náhodných veličin – tedy střední hodnota a směrodatná odchylka jako náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti. Aplikací pokročilé simulační metody Latin Hypercube Sampling (LHS), která nám umožní za použití malého počtu simulací pokrytí celého oboru hodnot daných veličin v reálně daných mezích, je pak získána sada náhodných realizací parametrů. Z této sady parametrů je potom spočítána statistickou simulací odpovídající náhodná odezva konstrukce (první dva statistické momenty čtyř monitorovacích bodů  $M1$ ,  $M3$ ,  $M6$  a  $M9$ ). Takto získaná množina dat „parametry – odezva“ slouží k učení vhodné neuronové sítě.

V případě identifikace stochastických parametrů je zapotřebí provést  $n_{sim}$  simulací k získání náhodné odezvy z náhodných materiálových parametrů a  $n_{train}$  simulací k vytvoření učící množiny pro neuronovou síť. Celý proces identifikace tedy vyžaduje celkem  $n_{tot} = n_{sim} \times n_{train}$  simulací. Počet simulací  $n_{sim}$  se řídí robustností simulační metody a použitými statistickými momenty. Počet simulací  $n_{train}$  se řídí požadovanou velikostí učící množiny v závislosti na komplikovanosti sítě. Jak již bylo řečeno, je zde využito simulační metody LHS a tím se dají oba počty simulací redukovat na desítky. Jedná se tedy víceméně o statistickou simulaci „na druhou“. Nejdříve se realizuje „vnější“ simulace s počtem  $n_{train}$  pro randomizaci vektoru  $\mathbf{X}$  (náhodné střední hodnoty a směrodatné odchylky). V rámci „vnitřní“ simulace s počtem  $n_{sim}$  se pak řeší nelineární úloha (se vstupy získanými pomocí „vnější“ randomizace statistických parametrů).

Po výpočtu všech  $n_{tot}$  simulací, sestavení učící množiny a naučení sítě se provede simulace sítě se skutečným vektorem monitorovaných dat  $\mathbf{M}^X$ . Přímým výstupem simulace jsou již hledané materiálové parametry. S těmito statistickými parametry je proveden závěrečný stochastický výpočet odezvy konstrukce. Závěrem se provede srovnání experimentální odezvy konstrukce s odezvou získanou numerickým výpočtem při použití identifikovaných statistických momentů hledaných parametrů. Schéma identifikačního postupu pro identifikaci statistických parametrů materiálových modelů je znázorněno na obr.2.

V případě rámové konstrukce byla učící množina vygenerována pomocí 20 (vnějších) simulací metody LHS ( $n_{train}=20$ ). Každá simulace byla tvořena dalšími 15 (vnitřními) simulacemi LHS ( $n_{sim}=15$ ), které sloužily k získání náhodné odezvy konstrukce z náhodných materiálových parametrů SBETA modelu. V tab.1 jsou uvedeny počáteční hodnoty statistických parametrů a jejich následná randomizace za účelem získání učící množiny.

Pro práci s neuronovými sítěmi byl použit software DLNNET (Lehký, 2005) vyvíjený na Ústavu stavební mechaniky brněnské stavební fakulty. Ke stochastické analýze konstrukce byl použit programový balík SARA studio (Pukl et al., 2003), který v sobě zahrnuje software ATENA (Červenka & Pukl, 2003) pro nelineární analýzu konstrukcí (obsahuje použitý materiálový model SBETA) a pravděpodobnostní modul FREET (Novák et al., 2004) pro randomizaci parametrů a statistické vyhodnocení odezvy.



Obr.2 Schéma identifikačního procesu pro identifikaci statistických parametrů

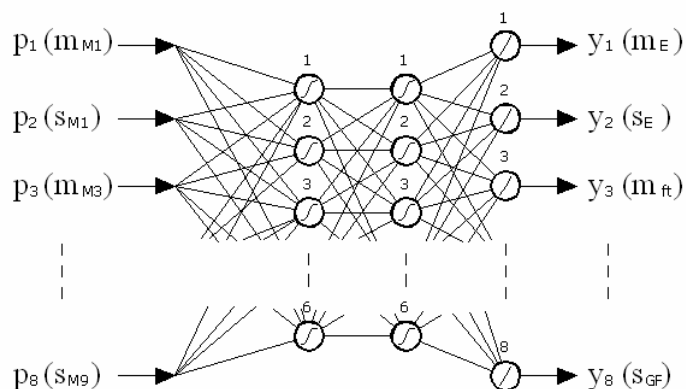
Tab. 1: Randomizace parametrů SBETA modelu

Parametr	Střední hodnota	Variační koeficient	Rozdělení
$m_{Ec}$ [GPa]	32,00	0,15	Rovnoměrné
$s_{Ec}$ [GPa]	3,20	0,40	Rovnoměrné
$m_{ft}$ [MPa]	2,30	0,15	Rovnoměrné
$s_{ft}$ [MPa]	0,23	0,30	Rovnoměrné
$m_{fc}$ [MPa]	24,00	0,15	Rovnoměrné
$s_{fc}$ [MPa]	2,40	0,30	Rovnoměrné
$m_{GF}$ [N/m]	70,00	0,15	Rovnoměrné
$s_{GF}$ [N/m]	7,00	0,30	Rovnoměrné

## 4. Numerické výsledky

### 4.1 Identifikace v úrovni zatížení 42kN

Jako první úroveň zatížení byla zvolena úroveň 42kN. Je to úroveň, kde již dochází k nelineárnímu chování konstrukce, ale nedochází ještě k výraznější propagaci trhlin. Použitá neuronová síť je typu dopředný vícevrstvý perceptron a sestává ze 2 skrytých vrstev se 6 nelineárními neurony v každé z nich a výstupní vrstvy s 8 lineárními neurony (8 parametrů – střední hodnota  $m$  a směrodatná odchylka  $s$  všech 4 materiálových parametrů). Počet



Obr.3: Schéma použité neuronové sítě

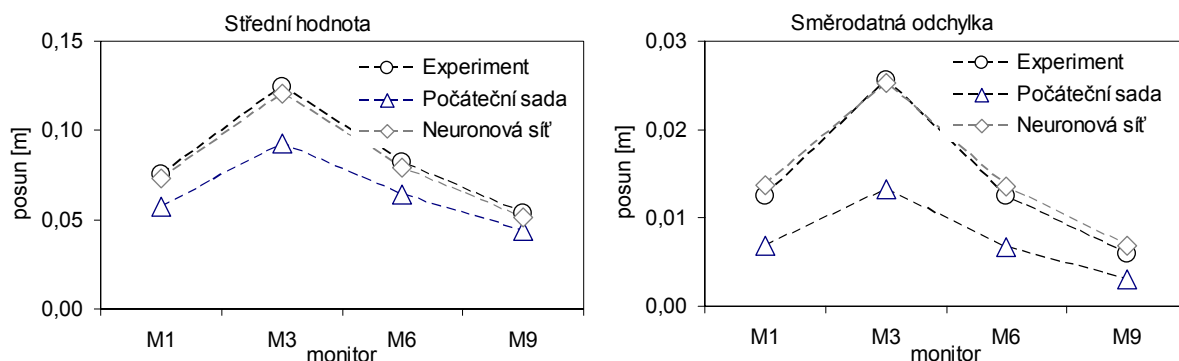
vstupních parametrů sítě je rovněž 8 – 2 statistické momenty ( $m$  a  $s$ ) všech 4 monitorovacích bodů, viz obr. 3. K učení sítě byl použit algoritmus zpětného šíření chyby.

Po procesu učení sítě s výše zmíněnou vygenerovanou učící množinou byla provedena simulace sítě se skutečným vektorem monitorovaných dat  $\mathbf{M}^X$ . Přímým výstupem simulace jsou již hledané materiálové parametry. Jejich hodnoty jsou uvedeny v tab.2. S těmito identifikovanými

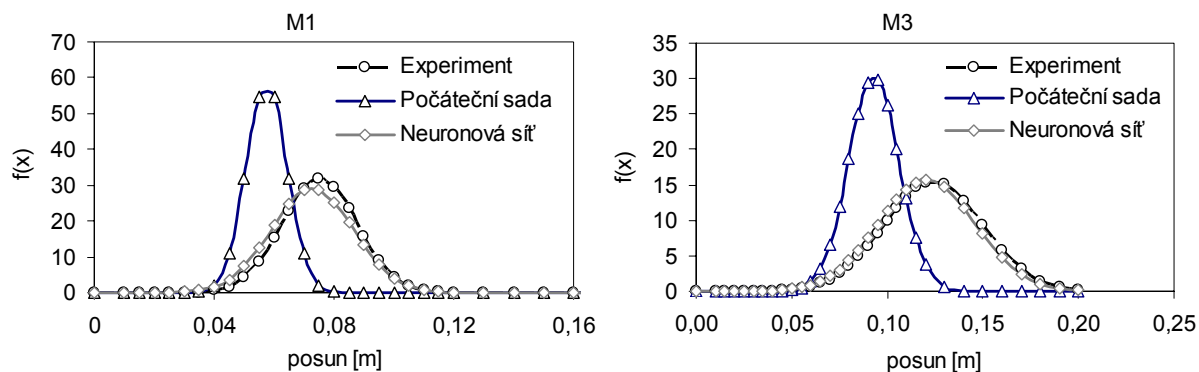
statistickými parametry byl proveden závěrečný stochastický výpočet odezvy konstrukce. Srovnání experimentální odezvy konstrukce s odezvou získanou numerickým výpočtem při použití identifikovaných statistických momentů hledaných parametrů SBETA modelu je provedeno na obr.4 a to ve formě středních hodnot a směrodatných odchylek pro jednotlivé monitory. Na obr.5 je pak pro monitory  $M1$  a  $M3$  znázorněno ilustrativní srovnání pomocí hustot pravděpodobnosti normálního rozdělení.

Tab.2 Statistické momenty parametrů získané identifikací v úrovni zatížení 42kN

Parametry	Střední hodnota	Směrodat. odchylka
$E_c$ [GPa]	30,573	4,286
$f_t$ [MPa]	2,375	0,271
$f_c$ [MPa]	19,653	2,171
$G_F$ [N/m]	64,716	5,472



Obr.4: Srovnání středních hodnot a směrodatných odchylek posunů v úrovni zatížení 42kN: Experiment vs. identifikace



Obr.5: Porovnání hustot pravděpodobnosti v úrovni zatížení 42kN: Experiment vs. identifikace (monitory M1, M3)

Z obrázků 4 a 5 je patrné, že s využitím identifikační metody založené na umělých neuronových sítích se podařilo první dva statistické momenty odezvy, tedy střední hodnotu a směrodatnou odchylku, stanovenou numerickým výpočtem velmi uspokojivě přiblížit experimentální odezvě. Avšak při porovnání výsledných parametrů materiálového modelu SBETA získaných pomocí jiné identifikační techniky (Strauss et al., 2004) narazíme na jistou nesrovnalost mezi jednotlivými parametry. Některé statistiky parametrů jsou identifikovány víceméně stejně, některé jsou však odlišné. Výsledné náhodné odezvy jsou však v pořádku. Z toho důvodu byla provedena citlivostní analýza jednotlivých parametrů, viz tab.3. Bylo zjištěno, že některé parametry jsou v úrovni zatížení 42kN dominantní (velká citlivost) a některé nedominantní (malá citlivost). U méně citlivých parametrů pak změna jejich hodnoty může znamenat pouze minimální změnu odezvy a jejich identifikace je proto velmi obtížná. Při rozšíření citlivostní analýzy na další úrovně zatížení se objevila změna v dominanci jednotlivých parametrů. Pro komplexní získání parametrů je proto nezbytné vzít v úvahu i další úroveň zatížení.

Tab.3 Spearmanovy korelační koeficienty parametrů při úrovních zatížení 18 a 42kN

Úroveň zatížení	$E_c$	$f_t$	$f_c$	$G_F$
18 kN	-0,502	-0,739	0,052	-0,359
42 kN	-0,597	-0,091	0,609	-0,378

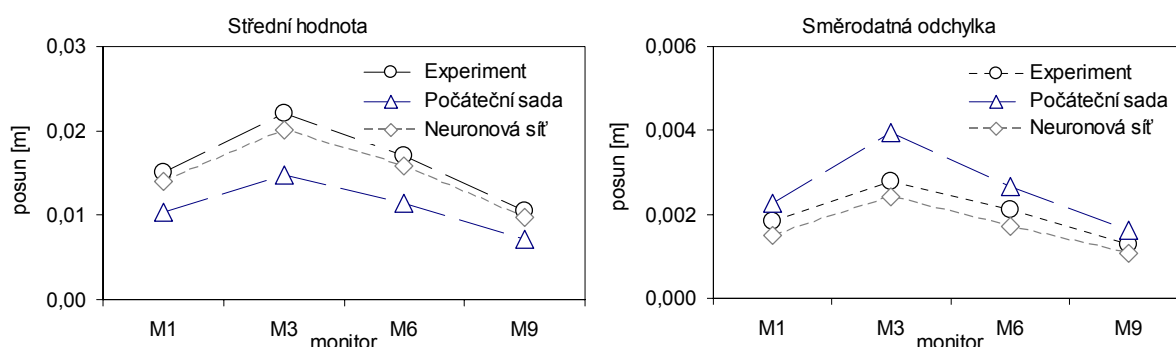
#### 4.2 Identifikace v úrovni zatížení 18kN

Za další úroveň zatížení byla zvolena úroveň 18kN. Konstrukce se zde chová lineárně pružně a je zde velká pravděpodobnost správného určení modulu pružnosti betonu  $E_c$ . Neuronová síť i učící algoritmus byly stejné jako v případě úrovně zatížení 42kN. Shodná byla i učící množina, pouze hodnoty náhodných odezvy konstrukce byly odečteny z odpovídající úrovně zatížení. Po úspěšném naučení sítě a její simulaci s parametry z experimentu byly získány materiálové parametry uvedené v tab.4. S těmito parametry byla provedena závěrečná stochastická analýza konstrukce a získány hodnoty numerické odezvy v jednotlivých monitorech. Grafické srovnání středních hodnot a směrodatných odchylek je patrné z obr.6.

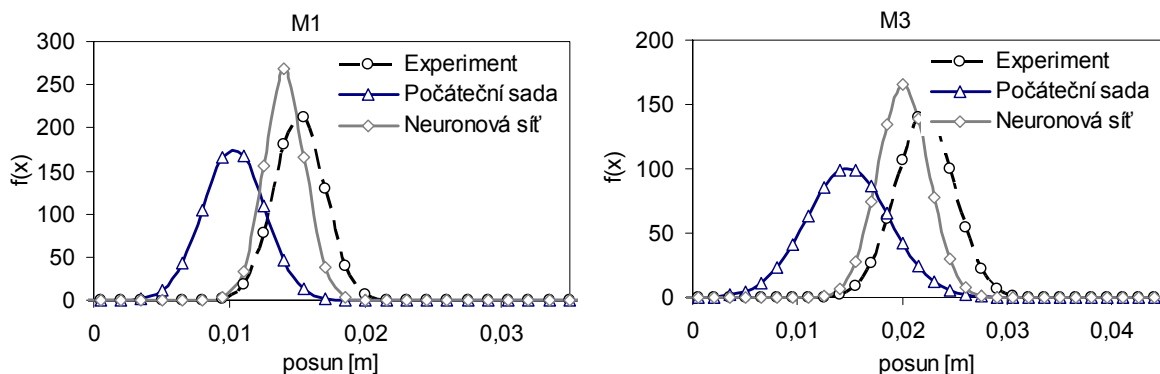
Na obr.7 je pak pro monitory *M1* a *M3* provedeno srovnání pomocí hustot pravděpodobnosti normálního rozdělení.

Tab.4 Statistické momenty parametrů získané identifikací v úrovni zatížení 18kN

Parametry	Střední hodnota	Směrodat. odchylka
$E_c$ [GPa]	30,150	2,860
$f_t$ [MPa]	1,940	0,200
$f_c$ [MPa]	23,660	2,370
$G_F$ [N/m]	60,450	6,440



Obr.6: Srovnání středních hodnot a směrodatných odchylek monitorů v úrovni zatížení 18kN: Experiment vs. identifikace



Obr.7: Porovnání hustot pravděpodobnosti v úrovni zatížení 18kN: Experiment vs. identifikace (monitory M1, M3)

Z obr.6 je zřejmé, že oba statické momenty numerické odezvy v jednotlivých monitorech opět poměrně dobře korespondují se svými experimentálními protějšky. Pokud však porovnáme hodnoty materiálových parametrů získaných identifikací v úrovni zatížení 18kN (tab.4) s parametry získanými identifikací v úrovni zatížení 42kN (tab.2), zjistíme, že se od sebe některé trochu liší. Každá sada parametrů nám pro úroveň zatížení, na níž byla stanovena, poskytne odezvu blízkou odezvě experimentální. Po provedení citlivostní analýzy

bylo zjištěno, že některé parametry jsou na dané úrovni nedominantní, tedy mají nízkou citlivost a případnou malou změnou jejich hodnoty není ovlivněna celková odezva konstrukce. Ale tyto parametry mohou být dominantní při jiných úrovních zatížení a tím vzniká tento nesoulad. Možným a logicky přirozeným řešením problému je provést identifikaci současně ve více úrovních zatížení, které jsou zvoleny na základě citlivostní analýzy tak, aby byla respektována citlivost jednotlivých parametrů během zatěžování. V našem případě se vzaly do úvahy obě výše zmíněné úrovně zatížení a identifikace byla provedena dvěma způsoby:

1. Pracuje se s parametry, které byly získány zvlášť pro každou úroveň zatížení, jak bylo popsáno v předchozích částech. Z citlivostní analýzy jsou jednotlivým parametrům z každé úrovně přiřazeny váhové koeficienty a výsledné parametry stanoveny váženým průměrem.
2. Provede se přímá identifikace přes neuronové sítě, kdy jsou vzaty do výpočtu parametry ze všech úrovní současně. Proces učení a simulace je stejný jako v předchozích případech.

### 4.3 Identifikace v obou úrovních zatížení

#### Identifikace s váženými parametry

Metoda představuje heuristický postup kombinující výsledky samostatných identifikací v jednotlivých úrovních zatížení. Každý parametr je přenásoben váhovým koeficientem odpovídajícím Spearmanově koeficientu pořadové korelace. Výsledné vážené parametry  $P_v$  pak jsou stanoveny z následujícího vztahu:

$$P_v = \frac{\sum_i (\alpha_{P,i} \cdot P_i)}{\sum_i \alpha_{P,i}}, \quad (1)$$

kde  $P_i$  je hodnota materiálového parametru v úrovni zatížení  $i$  a  $\alpha_{P,i}$  je Spearmanův korelační koeficient odpovídající danému parametru a úrovni zatížení.

Výsledné parametry jsou uvedeny v tab.5. Při použití tohoto přístupu je velmi pravděpodobné, že parametr, který je v některé úrovni zatížení dominantní bude správně identifikován, jelikož je při váženém průměrování dostatečně stabilní. Naopak parametr, který má v některé úrovni zatížení malou citlivost a tudíž může být stanoven nesprávně, neovlivní nijak významně výslednou hodnotu parametru.

#### Přímá identifikace neuronovou sítí

Účinnější by měla být přímá identifikace s využitím neuronových sítí, jak je popsána pro jednotlivé úrovně zatížení s tím rozdílem, že se síti předloží k učení odezvy konstrukce ze všech úrovní zatížení. V našem případě se jednalo o 16 vstupních parametrů, což odpovídá 2 úrovním zatížení, 4 monitorovacím bodům a 2 statistickým momentům v každém z nich.

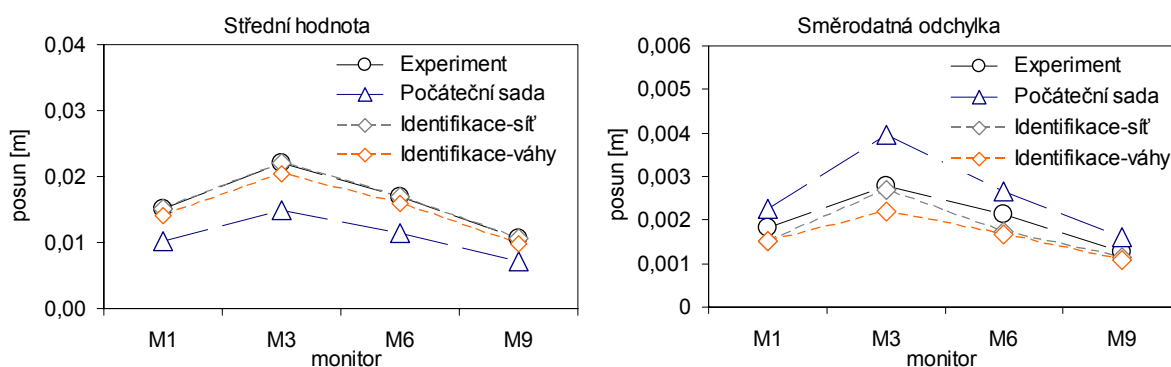
Použitá neuronová síť se mimo 16 vstupů sestávala z 1 skryté vrstvy s 8 nelineárními neurony a výstupní vrstvy s 2 lineárními neurony (2 statistické momenty každého materiálového parametru byly identifikovány samostatně). Učení sítě bylo opět provedeno pomocí algoritmu zpětného šíření chyby. Naučené síti byla předložena skutečná odezva, získané materiálové parametry jsou uvedeny v tab.5. Výsledná stochastická analýza konstrukce s těmito parametry poskytla odezvy graficky zobrazené na obrázcích 8 až 11. Obrázky 8 a 9 ukazují přiblížení středních hodnot a směrodatných odchylek numerické



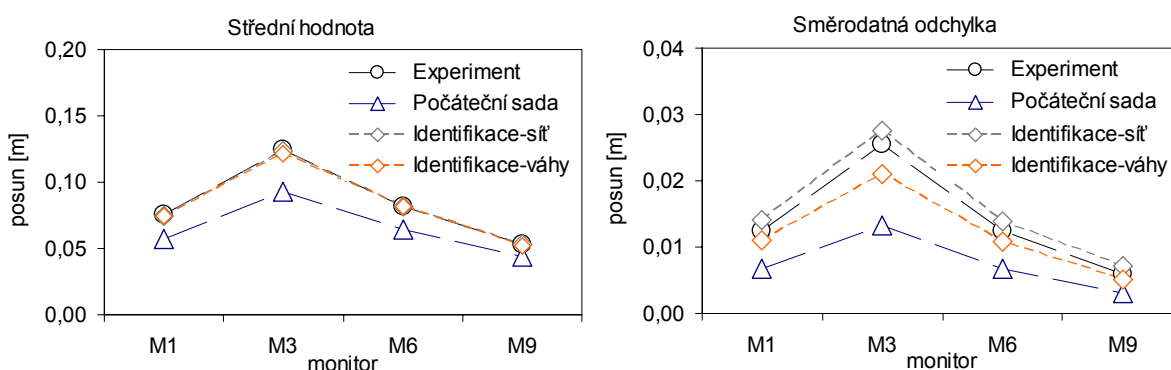
odezvy k experimentální pro úroveň zatížení 18 a 42kN. Na obr. 10 je porovnání provedeno ve formě Gaussova rozdělení pravděpodobnosti pro úroveň zatížení 18kN a na obr.11 pro úroveň zatížení 42kN. Z obrázků je zřejmé, že přímá identifikace pomocí neuronové sítě poskytla podle očekávání nejlepší výsledky.

Tab.5 Statistické momenty parametrů získané pomocí obou přístupů v úrovních 18 a 42kN

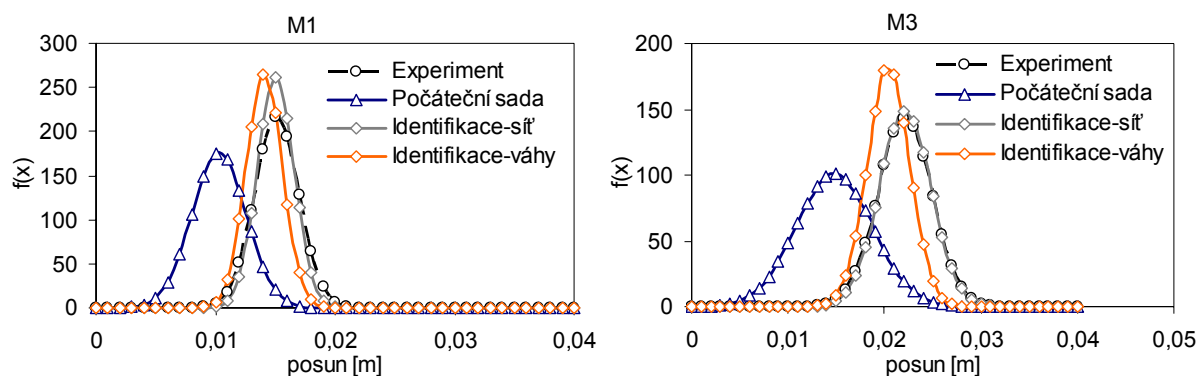
Parametry	Identifikace - váhy		Identifikace – síť (přímá)	
	Střední hodn.	Směrodat. odch.	Střední hodn.	Směrodat. odch.
$E_c$ [GPa]	30,380	3,635	27,380	3,576
$f_t$ [MPa]	1,988	0,208	2,000	0,210
$f_c$ [MPa]	19,967	2,187	21,040	1,844
$G_F$ [N/m]	62,638	5,944	60,530	6,630



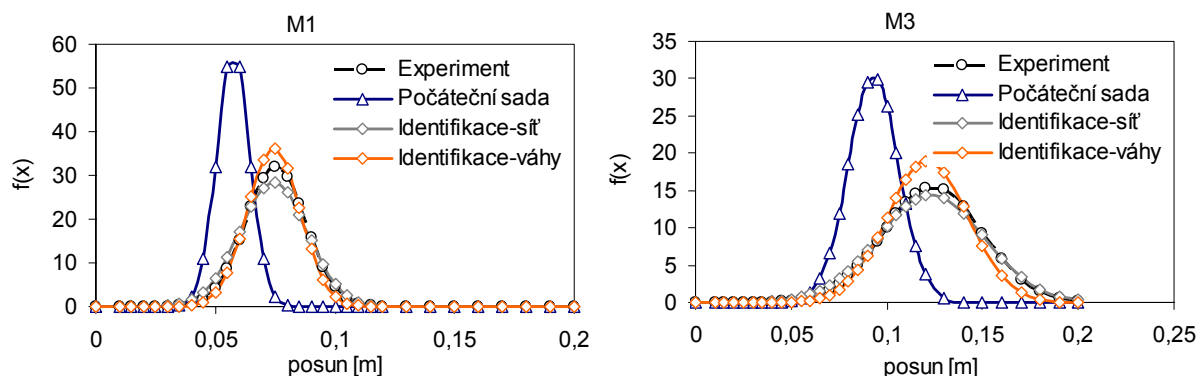
Obr.8: Srovnání středních hodnot a směrodatných odchylek monitorů v úrovni zatížení 18kN: Experiment vs. identifikace



Obr.9: Srovnání středních hodnot a směrodatných odchylek monitorů v úrovni zatížení 42kN: Experiment vs. identifikace



Obr.10: Porovnání hustot pravděpodobnosti v úrovni zatížení 18kN: Experiment vs. identifikace (monitory M1, M3)



Obr.11: Porovnání hustot pravděpodobnosti v úrovni zatížení 42kN: Experiment vs. identifikace (monitory M1, M3)

## 5. Závěr

Příspěvek popisuje statistickou identifikaci parametrů výpočtového modelu. Jedná se o jednu z nejobtížnějších úloh inverzní analýzy, kdy je třeba identifikovat statistické parametry veličin, které vedou při použití statistické simulace k výsledkům blízkým experimentu (histogramy z měření). S výhodou je použita metoda LHS neboť pracuje s poměrně malým počtem simulací, což je důležité pro časově náročné úlohy. Celá metodika je ukázána na problematice identifikace statistických parametrů materiálového modelu pro porušování betonu na příkladu železobetonové rámové konstrukce. Je ukázáno, že identifikace při použití více úrovní zatížení (zde dvě) poskytuje velmi dobré výsledky při identifikaci středních hodnot a směrodatných odchylek materiálových parametrů. Obecnost přístupu je zřejmá a lze jej aplikovat prakticky na jakýkoliv problém statistické inverzní analýzy.

## 6. Poděkování

Práce vznikla za podpory projektu AVČR VITESPO č.1ET409870411.

## 7. Literatura

- Červenka, V. & Pukl, R. (2003) ATENA Program documentation, theory guide, Červenka Consulting, Praha.
- Lehký, D. (2005) DLNNET – program documentation, theory and user's manual, Brno, (v přípravě).
- Novák, D. & Lehký, D. (2005) Inverse FEM analysis I: Stochastic training of neural network. *Inženýrská mechanika 2005*, Svatka, Česká republika.
- Novák, D., Rusina, R. & Vořechovský, M. (2003) Small-sample statistical analysis – software FREET. *9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9)*, San Francisco, California, USA.
- Novák, D. et al. (2005) *FReET – program documentation*. User's and Theory Guides. Brno/Červenka Consulting, Prague.
- Pukl, R., Červenka, V., Strauss, A., Bergmeister, K. & Novák, D. (2003) An advanced engineering software for probabilistic-based assessment of concrete structures using nonlinear fracture mechanics. *9th Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9)*, San Francisco, California, USA, pp.1165-1171.
- Strauss, A., Bergmeister, K., Novák, D. & Lehký, D. (2004) Stochastische Parameteridentifikation bei Konstruktionsbeton für die Betonerhaltung. *Beton und Stahlbetonbau*, Vol. 99, No. 12, Vienna, Austria, pp.967-974.
- Strauss A., Lehký, D., Novák, D., Bergmeister & K., Santa, U. (2004) Probabilistic response identification and monitoring of concrete structures, *Third European Conference on Structural Control*, 3ECSC, Vienna University of Technology, Vienna, Austria.