



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

NON-LINEAR ANALYSIS OF NUMBER OF MODE TO RESPONSE OF REINFORCED CONCRETE FRAME STRUCTURES

K. Pohl**

Summary: *The objective of this paper describe a non-linear analysis of reinforced concrete frame structures and assignment its response to seismic load. We observe the change of natural frequency in dependence of stress of the structure and creation of plastic joints to final force effect of seismic load. The benefit is also about an assignment of ductility of the structure and influence of ductility to seismic response.*

1. Úvod

Idealizace výpočetních modelů stavebních konstrukcí, jako je předpoklad lineárního chování stavebních materiálů, může vést k velmi nepřesnému stanovení jejich odezvy. Tato nepřesnost se projeví zejména u konstrukcí, kde použitý materiál vykazuje výrazné nelinearity (železobetonové konstrukce) a kde se zatížení blíží nebo dosahuje mezních stavů napjatosti konstrukce. Seizmické zatížení je při posuzování stavebních konstrukcí často uvažováno jako zatížení mimořádné, s pravděpodobností výskytu v řádu několika desítek let. Při tomto mimořádném zatížení se připouští takový vznik a vývoj plastických kloubů v konstrukci, který nepovede k jejímu kolapsu a tím ohrožení lidských životů a velkých materiálních škod. Jedná se tedy o zatížení, kde by předpoklad lineárního chování materiálů vedl k nedostatečnému popisu napjatosti a přetvoření konstrukce.

Pro zvýšení přesnosti výpočtu je nutno použít nelineární materiálovou analýzu stavebních konstrukcí, která nám umožňuje získat lepší představu o odezvě konstrukce na zatížení překračující předpoklad lineárního chování materiálu. Tato materiálová nelineární analýza umožňuje sledovat vývoj napjatosti a přetvoření konstrukce a jejích částí za předpokladu plastického přetváření a vzniku trhlin.

Stav napjatosti konstrukce má zásadní vliv na její tuhost. Postupným přítěžováním konstrukce dochází k jejímu „změkčování“, které se může výrazně projevit změnou dynamických vlastností konstrukčního systému. Mezi tyto dynamické vlastnosti konstrukce řadíme zejména frekvence a tvary vlastního kmitání. U běžných lineárních úloh se předpokládá, že přetížení a tedy změna napjatosti konstrukce neovlivní tyto dynamické

* Ing. Karel Pohl: ČVUT v Praze, Stavební fakulta; Tháškova 7; 166 29 Praha 6; tel.: +420.224 354 498, fax: +420.224 310 775; e-mail: karel.pohl@fsv.cvut.cz

vlastnosti. Tímto se zanedbávají schopnosti konstrukce, které mohou mít u dynamického zatížení podstatný význam.

Výrazně dynamické zatížení, kterým seizmické zatížení je, se z důvodu komplikovanosti úlohy často řeší jako statická úloha metodou rozvoje do tvarů vlastního kmitání, kde se přihlíží k disipačním schopnostem konstrukce zavedením součinitele duktility. Velikost seizmických sil se v takovémto případě stanovuje pomocí spektra odezvy, které vyjadřuje pohyb při zemětřesení v daném místě na povrchu. Seizmické síly jsou zde vyjádřeny jako funkce frekvence vlastního kmitání. Dále je zde přihlíženo k počtu tvarů vlastního kmitání uvažovaných ve výpočtu, pro dosažení požadované přesnosti výpočtu.

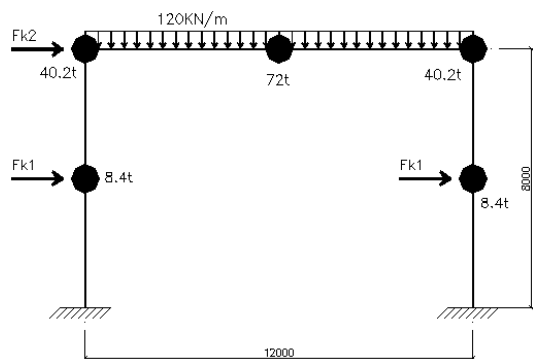
Zavedením nelineárního výpočtu pro stanovení frekvence a tvarů vlastního kmitání, respektující skutečný stav napjatosti v konstrukci při seizmickém zatížení, můžeme zjistit podstatnou změnu dynamických vlastností. „Změkčováním“ konstrukce dochází ke snižování hodnoty frekvence vlastního kmitání a postupným vytvářením plastických kloubů i ke změně tvarů vlastního kmitání. Touto změnou dynamických vlastností můžeme rozumět zvyšování odolnosti konstrukce proti nárůstu seizmického zatížení.

Detailní nelineární analýzou zjistíme u konstrukcí podstatný nárůst posunutí oproti lineárnímu výpočtu a přerozdělení vnitřních sil, v závislosti na velikosti zatížení. Hodnoty posunutí mohou dosahovat výrazného nárůstu, ale pro posuzování konstrukcí na účinky mimořádných zatížení není tento mezní stav rozhodující. Rozhodující pro bezpečné přenesení účinku seizmického zatížení je rozdělení napjatosti v konstrukci. Zde se snížení frekvence vlastního kmitání a tím redukce přístupujících seizmických sil může projevit jako velmi příznivý faktor ovlivňující odolnost konstrukce.

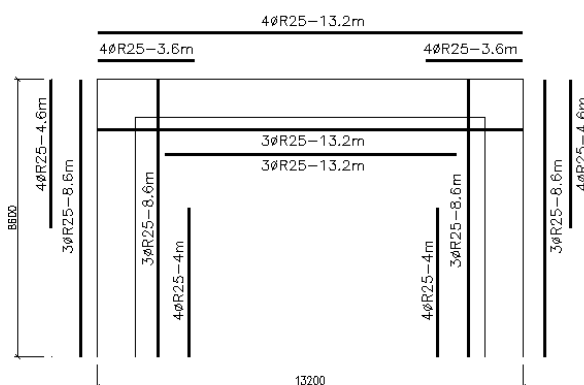
Pro idealizované lineární úlohy je zcela podstatné stanovení takové hodnoty součinitele duktility, který bezpečně zohlední disipační schopnosti konstrukce a zároveň přihlédne k ekonomickým požadavkům na výstavbu. Pro návrh stavebních konstrukcí odolných vůči zemětřesným účinkům je důležité v maximální míře umožnit tvorbu plastických kloubů před vznikem kinematického mechanismu. Jedná se tedy především o konstrukční záležitost (tuhý sloup – měkký trám, dostatečné vyztužení železobetonových konstrukcí v místech potenciálního vzniku plastických kloubů pro zvýšení jejich disipačních schopností apod.). Vhodným konstrukčním uspořádáním, tuhostním a hmotnostním „naladěním“ konstrukce se může výrazně zvýšit její odolnost vůči seizmickému zatížení.

2. Nelineární odezva železobetonové rámové konstrukce

Odezva konstrukce na seizmické zatížení byla stanovena na jednoduché železobetonové rámové konstrukci. Konstrukce byla vystavena účinku stálého a provozního zatížení a seizmickému zatížení odpovídajícímu špičkové hodnotě efektivního zrychlení $a_g = 0.85 \text{ ms}^{-2}$ (viz obr. 1). Na takto vyvozené zatížení byl proveden návrh konstrukce a její vyztužení dle normy ČSN P ENV 1992-1-1 (viz obr. 2). Rozdělení hmotnosti bylo diskretizováno formou soustředěných hmot, vyztuž byla uvažována třídy R a beton třídy C25/30, průřez byl navržen obdélníkový 500/1200 mm. Tím byla získána konstrukce, která byla podrobena důkladné nelineární analýze. Výsledky byly též porovnány s lineárním řešením.



Obr. 1: Výpočetní model konstrukce



Obr. 2: Vyztužení železobetonové konstrukce

Nelineární výpočet byl odvozen na základě pracovního diagramu pro výpočet účinku zatížení dle normy ČSN P ENV 1992-1-1 (viz obr. 3), který stanovuje závislost mezi napětím σ_c a přetvořením ϵ_c vztahem:

$$\sigma_x = \frac{f_c \left(-\frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_{c1}^2} + \frac{k \epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)}{1 + \frac{(-2+k) \epsilon_c}{\epsilon_{c1}}} \quad (1)$$

Kde f_c značí střední hodnotu pevnosti betonu v tlaku, přetvoření $\epsilon_{c1} = -0,002$

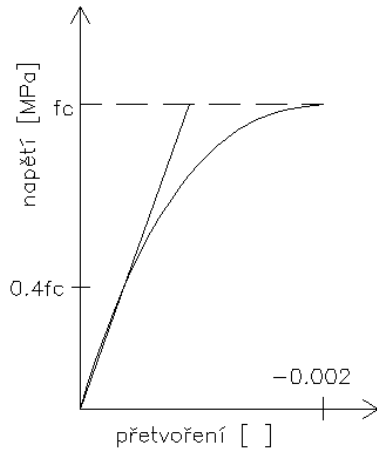
$$k = 1,1 E_{c,nom} \epsilon_{c1} / f_c \quad (2)$$

$E_{c,nom}$ je střední hodnota modulu pružnosti.

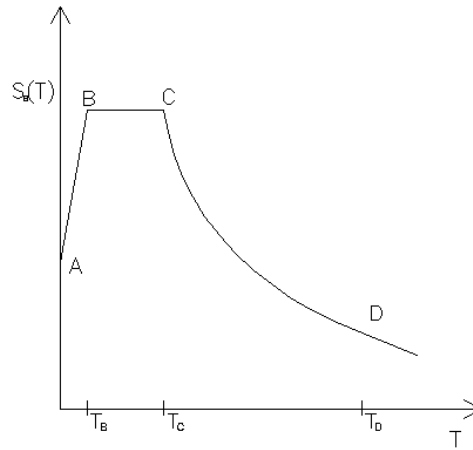
Výpočet uvažuje pouze práci vykonanou na tlačené části betonového průřezu a na tažených ocelových prutech, pracovní diagram oceli je uvažován jako lineární. Při výpočtu je sledováno mezní přetvoření a mezní napětí oceli a betonu. Je uvažován pouze vliv ohybových momentů, vliv posouvající a normálové síly na přetvoření konstrukce je zanedbán. Pro výpočet byl použit program Mathematica 5.0, v němž byly sestaveny všechny potřebné algoritmy. Správnost navrženého výpočetního modelu byla ověřena v programu ATENA určeného pro nelineární analýzu železobetonových konstrukcí. Vlastní algoritmus byl sestaven pro potřeby stanovení dynamické odezvy konstrukcí, výpočtu frekvencí a tvarů vlastního kmitání apod.

Opodstatněnost nelineárního výpočtu si budeme nejprve demonstrovat na příkladě konzolového nosníku vyloženého 5 m, průřezu 300/600 mm. Nosník je zatížen na volném konci osamělým momentem, který lineárně narůstá na hodnotu $M = 621,24$ kNm kdy je v horních vláknech betonu dosaženo přetvoření $\epsilon_c = -0,002$. Je sledováno svislé posunutí konce konzoly (viz obr. 5). Průřez je vyztužen 4ØR32 (křivka **a**), 5ØR32 (křivka **b**) a lineární výpočet charakterizuje křivka **c**. Zde je patrné, že u hodnot malého přetvoření je lineární výpočet tužší než nelineární odezva. To je způsobeno použitím sečnového modulu pružnosti pracovního diagramu (viz obr.3) v lineárním výpočtu. Po zvýšení zatížení začíná „dominovat“

nelineární výpočet, při kterém se začne projevovat i stupeň vyztužení konstrukce (křivky **a,b**). Výsledný rozdíl posunutí po dosažení momentu M je přibližně dvojnásobný (viz obr.5), nelze tedy v žádném případě nelineární výpočet zanedbat.



Obr. 3: Pracovní diagram betonu



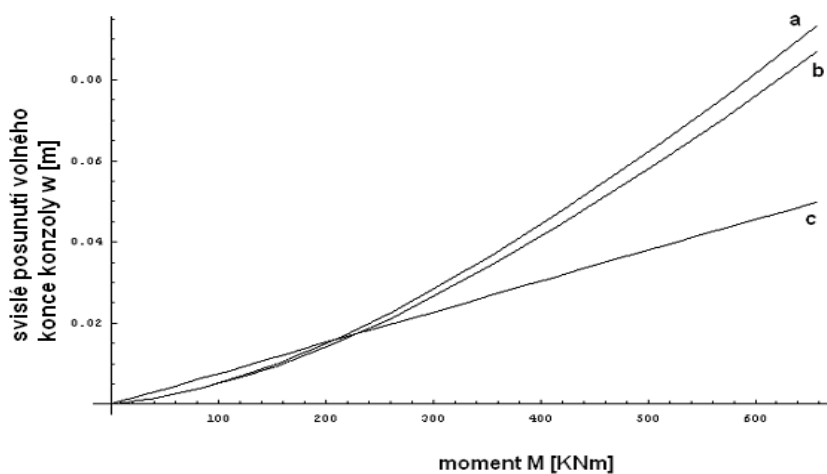
Obr. 4: Spektrum elastické odezvy

Stanovení odezvy železobetonové rámové konstrukce bylo stanoveno rozvojem do vlastních tvarů, kde podle pravidla pro stanovení minimálního počtu vlastních tvarů uvažovaných při výpočtu (2), byla uvážena pouze první vlastní frekvence $f_1 = 3.256$ Hz a perioda vlastního kmitání $T_1 = 0.307$ s.

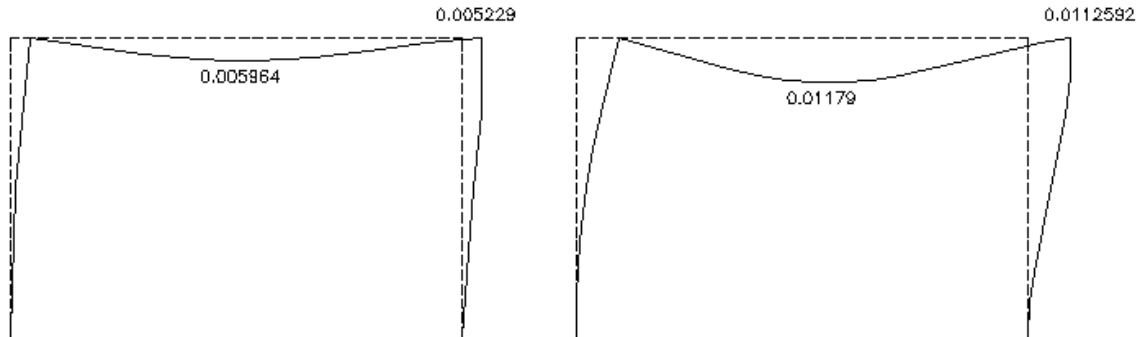
$$\sum M_i \geq 0,9 M \quad (3)$$

Kde M_i je efektivní modální hmotnost a M je hmotnost uvažována při výpočtu.

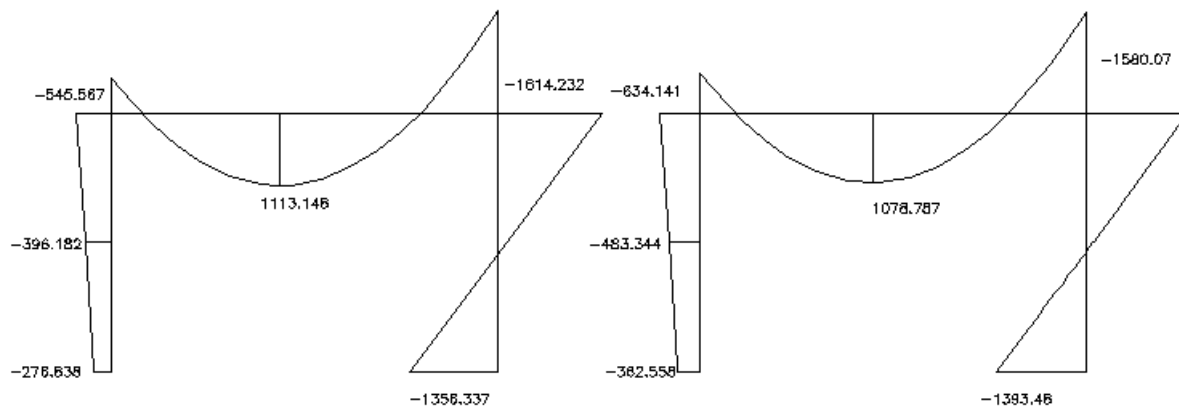
Seismické síly F_{ki} zatěžující konstrukci (obr. 1) byly stanoveny pomocí spektra elastické odezvy (obr. 4), který je funkcí periody vlastních kmitů T . Konstrukce byla poté vystavěna kombinaci zatěžovacích stavů od stálého, provozního a seismického zatížení. Konstrukce byla vyšetřena za předpokladu lineárního a nelineárního chování materiálu (obr. 6, 7).



Obr.5: Svislé posunutí volného konce konzoly stanovené nelineárním a lineárním výpočtem



Obr. 6: Vodorovné posunutí ŽB konstrukce u [m] (lineární a nelineární předpoklad chování materiálu)



Obr. 7: Rozdělení ohybového momentu na ŽB konstrukci M [kNm] (lineární a nelineární předpoklad chování materiálu)

Z nelineární analýzy vyplynulo přerozdělení vnitřních sil na konstrukci, kde část konstrukce nacházející se v menším napjatostním stavu („tužší“) převzala část zatížení „změkčené“ části konstrukce. Toto přerozdělení vnitřních sil není tak výrazné ve srovnání s nárůstem přetvoření konstrukce, kde hodnoty patrového posunutí dosahují 2,15 násobku lineárního výpočtu. Z nelineární analýzy byla poté stanovena vlastní frekvence odpovídající napjatosti konstrukce dle obr. 7, zde bylo patrné snížení vlastní frekvence způsobené „změkčením“ materiálu na hodnotu $f_{1n} = 1,832$ Hz, $T_{1n} = 0,546$ s.

Toto podstatné snížení vlastní frekvence nemající vliv na tvary vlastního kmitání konstrukce způsobilo posunutí na grafu spektra elastické odezvy (obr. 4), jelikož se i přes tento posun nacházíme stále na větvi BC, nedošlo ke snížení seizmické síly a tím ke změně odezvy konstrukce.

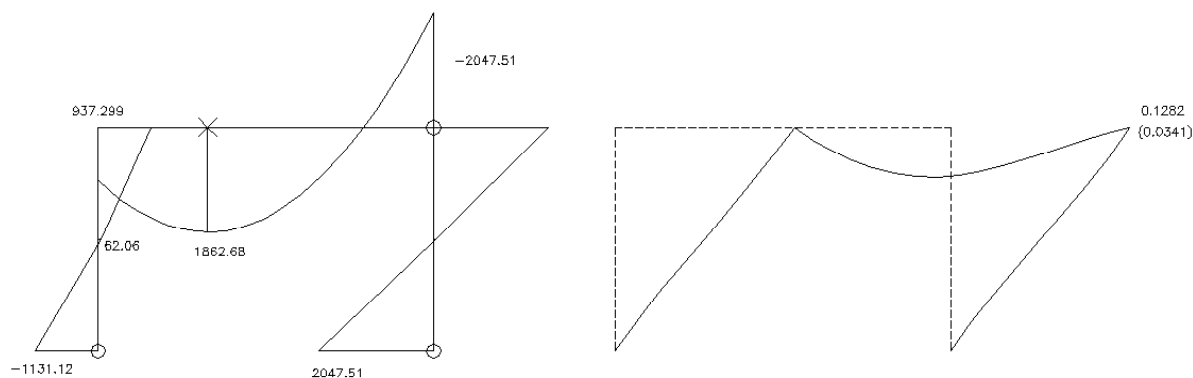
Nyní vystavíme konstrukci nárůstu seizmické síly změnou efektivního zrychlení a_g , která bude lineárně narůstat do dosažení kolapsu konstrukce. Analýza byla opět provedena lineárním a nelineárním výpočtem, který opět sledoval změnu vlastní frekvence v závislosti na postupném „změkčování“ konstrukce a vzniku plastických kloubů (obr. 8).

Postupným nárůstem seizmické síly byly stanoveny max. hodnoty seizmických sil F_{ki} těsně před vznikem mechanismu v konstrukci. Tyto síly dosáhly 2,28 násobku sil odpovídajících efektivnímu zrychlení $a_g = 0,85 \text{ ms}^{-2}$. Hodnota efektivního zrychlení a_g odpovídající maximálním seizmickým silám byla lineárním výpočtem za předpokladu vzniku plastických kloubů stanovena na $a_g = 3,576 \text{ ms}^{-2}$ ($f_l = 0,904 \text{ Hz}$), za předpokladu nelineárního chování materiálu bylo dosaženo hodnoty $a_g = 3,894 \text{ ms}^{-2}$ ($f_{ln} = 0,830 \text{ Hz}$).

Jak je patrné rozdíl vlastní frekvence konstrukce těsně před kolapsem pro lineární a nelineární výpočet není tak výrazný (9% - staticky určitá konstrukce) jako u konstrukce před vznikem prvního plastického kloubu (78%), přitom změna vlastních tvarů byla v tomto konkrétním případě zanedbatelná.

Obr. 8 nám ukazuje rozdělení plastických kloubů (značení kolečkem) a místo následného vzniku plastického kloubu (značení křížkem), po kterém dojde ke vzniku kinematického mechanismu a kolapsu konstrukce. Je zde patrný výrazný rozdíl hodnot patrového posunutí u pro lineární a nelineární výpočet (3,76 násobek).

Jak tedy vyplývá z výpočtu pro kolaps konstrukce navržené na hodnotu efektivního zrychlení $a_g = 0,85 \text{ ms}^{-2}$, je nutno dosáhnout zrychlení odpovídající 4,58 násobku původního návrhového zrychlení.



Obr.8: Rozdělení ohybového momentu na ŽB konstrukci M [KNm] a nelineární (lineární) hodnota patrového posunutí konstrukce u [m] těsně před vznikem kinematického mechanismu.

Duktilita neboli disipační schopnost konstrukce byla pro náš konkrétní příklad vypočtena $q = 3,6$. Tato hodnota přesahuje doporučení normy, které pro lineární výpočet a daný typ stavby doporučuje duktilitu $q = 3,0$, která je výrazně na straně bezpečné.

3. Závěr

Výpočet odezvy konstrukce na seismické zatížení se jeví pro projekční navrhování poměrně komplikovaný. Zejména tehdy, pokud je nutno uvážit vyšší počet tvarů vlastního kmitání. Zjednodušení, která zavádí norma Eurocode 8, kdy výrazně dynamická úloha se převádí na úlohu statickou zavedením součinitele duktility q jsou výrazným zjednodušením této problematiky, která poskytuje výsledky na straně bezpečné. Nepřesností je zde dosahováno u výpočtu posunutí konstrukce, které jsou citlivé na nelineární chování materiálu, dále se může výrazněji projevit změna vlastní frekvenci vlivem napjatosti konstrukce. Tato změna bude u většiny stavebních konstrukcí opět na straně bezpečné.

Pro projektanta je velmi důležité odhadnout skutečné disipační možnosti konstrukce, případně navrhovat konstrukce s maximálním využitím jejich potenciálu plastického přetváření před vznikem kinematického mechanismu. Pro stavby velmi důležitého charakteru je nutno podle doporučení normy uvážit součinitel duktility $q = 1,0$.

4. Poděkování

Příspěvek vznikl za přispění grantů:

FRVŠ G1 2596 Analýza počtu vlastních tvarů při sledování seismické odezvy konstrukcí
GA103/04/1280 Spolehlivost návrhu betonových rámců na účinky zemětřesení

5. Literatura

Humar, J.I.: (2002) *Dynamics of Structures*, Balkema.

Jirasek, M. and Bazant Z.P.: (2001) *Inelastic Analysis of Structures*, J. Wiley & Sons.

Babuska, I. and Strouboulis, T.: (2001) *The Finite Element Method and Its Reliability*, Oxford University Press.

ČSN P ENV 1998-1-1 *Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení*.

ČSN P ENV 1992-1-1 *Navrhování betonových konstrukcí*.