



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

""MODELLING OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF ""MULTI-MOTOR DRIVING SYSTEM WITH SERIAL ""ORDERING OF MOTORS – BASIC MODEL

J. Pulkrábek*, F. Procházka*

Summary: *The behaviour of the majority of single ordered electromotors is nowadays very well described. However, this is not valid in case of multi-motor drives. This way of motor-ordering offers a lot of advantages in comparison with the single ordering of electromotors. They are a better reserve of power, they provide a bigger possibility of velocity regulation, better ratio of power to mass, etc. Multi-motor ordering has, however, some disadvantages that result from different characteristics of motors (even if they are of the same type). In this paper the basic model of multimotor driving system with serial ordering of motors is described.*

1. Úvod

Obecně můžeme říci, že pohonové soustavy jsou při simulačních experimentech reprezentovány modelovými soustavami, které chápeme jako objektivní a částečně strukturované dynamické soustavy, viz lit. [1]:

- Definované na reálných objektech na zvolené rozlišovací úrovni
- Chápané jako soubory vzájemně provázaných prvků a vazeb
- Interakčně provázané s okolním prostředím

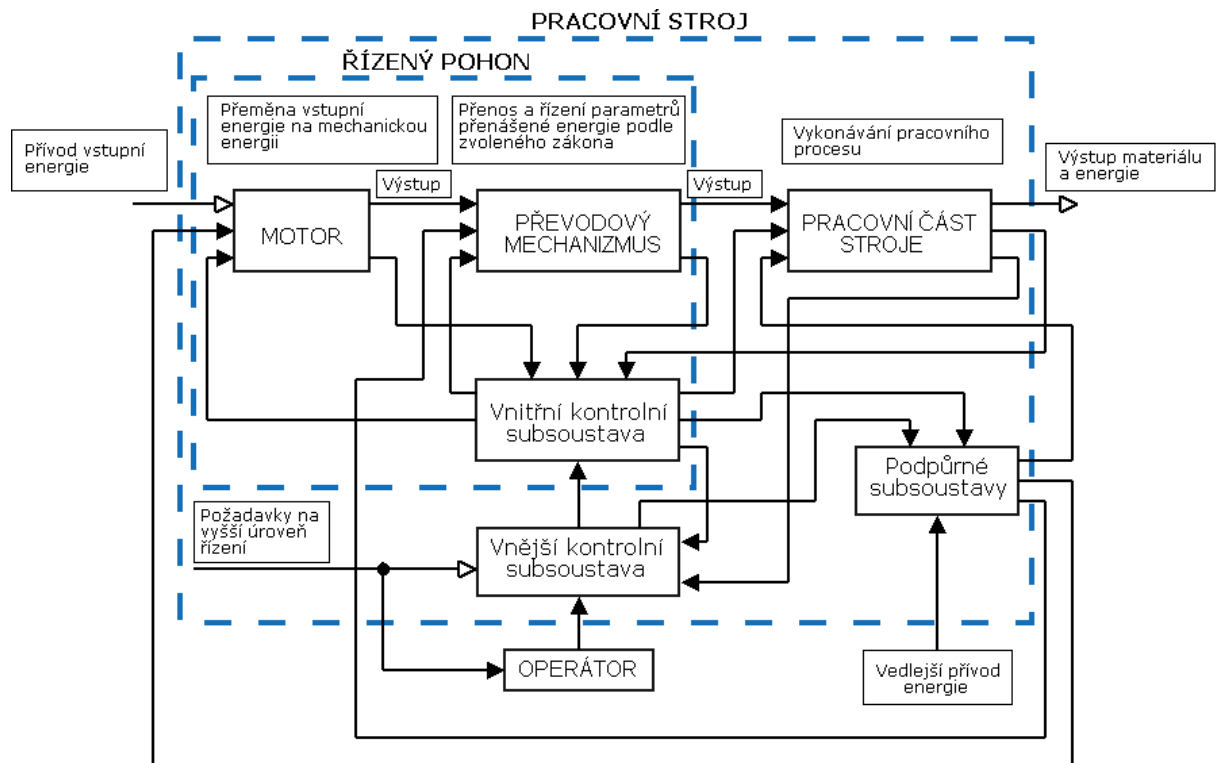
Takto pojatá soustava může být současně prvkem soustavy vyššího řádu a naopak prvek soustavy může být soustavou nižšího řádu.

Pohonové soustavy mohou obsahovat (ze strukturního pohledu):

- Motorové subsoustavy
- Obecně víceúrovňové kontrolní subsoustavy
- Převodové mechanizmy
- Technologické mechanizmy
- Servisní mechanizmy

* Ing. Jiří Pulkrábek: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2; 616 69 Brno; e-mail: junene@centrum.cz; Ing. František Procházka, Ph.D.: Centrum pro mechatroniku – společné pracoviště Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky FSI a Ústavu termomechaniky, Akademie věd ČR, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2; 616 69 Brno

Všechny modely nemusí nutně obsahovat výše zmíněné subsoustavy. Na druhou stranu je pro určité pohonové soustavy typické, že množství některých subsoustav je znásobeno (tzv. funkční záloha), což musí být zohledněno v jejich modelech. Jejich struktura se může výrazně měnit v závislosti na cílovém využití daného modelu. Pokud zjednodušíme problém pouze na mechanické subsoustavy, můžeme nalézt množství modelových schémat, mezi nimiž je nejběžnější:



Obr. 1 Složení pohonové soustavy

- Pohony modelované jako tuhé soustavy s jedním stupněm volnosti zatížené hnacím a zátěžným momentem,
- Pohony modelované jako tuhý motor a mechanismus s tuhými prvky,
- Diskrétní model s nehmotnými pružnými a tlumícími vazbami (obecně s n stupni volnosti),
- Diskrétní model pohonu vytvořený pomocí MKP,
- Pohonová soustava se spojitě rozloženou hmotou (spojitě rozložený moment setrvačnosti), tuhostí a tlumícími charakteristikami,
- Modely interaktivního řízení pohonů obsahující submodely subsystémů různých fyzikálních principů (mechanických, elektrických, elektronických, hydraulických, atd.). Do této skupiny také patří modely mechatronických soustav s jistou úrovní inteligentního chování.

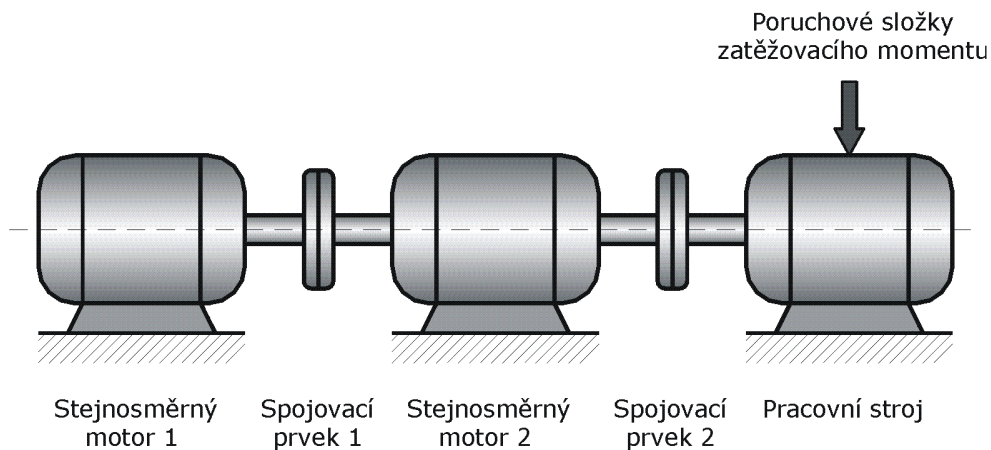
2. Formulace problému

V článku bude provedena analýza chování vícemotorové pohonové soustavy znázorněné na obr. 2. Cílem je posoudit chování soustavy v nejjednodušším možném případě, kdy jsou vlastnosti obou elektromotorů shodné a spojovací prvky mají lineární průběh tlumících a tuhostních charakteristik. Bude se tedy sledovat průběh úhlové rychlosti motoru 1 ω_1 , průběhy proudů v kotvách obou elektromotorů I_i a průběhy úhlových výchylek v důsledku pružných a tlumících vazeb Ψ_i . Dále bude posouzena závislost rozdílu špičkové a ustálené hodnoty proudu v kotvách elektromotorů na poruchové složce zatěžovacího momentu a porovnání úhlových výchylek při harmonickém průběhu poruchové složky zatěžovacího momentu.

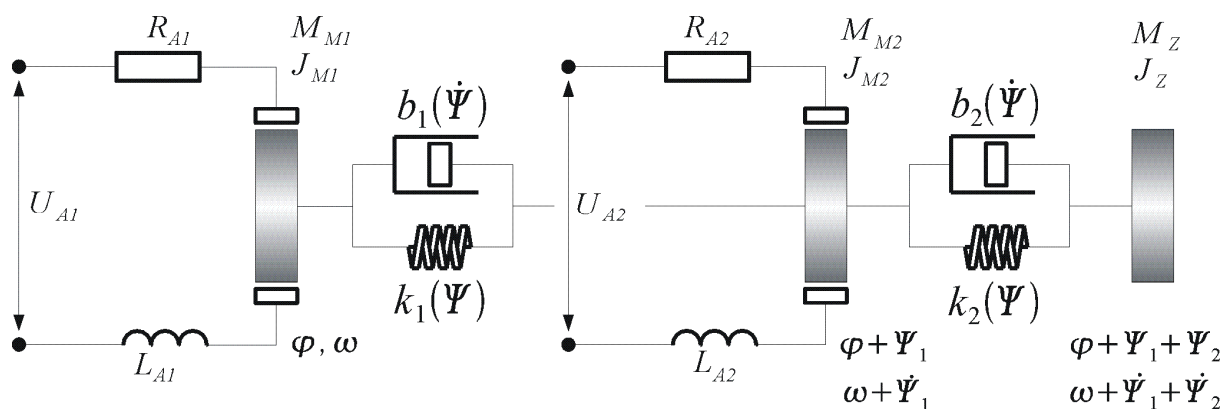
3. Popis pohonové soustavy

Analyzovanou pohonovou soustavu představují dva do série zapojené stejnosměrné elektromotory s permanentními magnety, které jsou připojeny k pracovnímu stroji pomocí spojovacích prvků (viz. obr. 2). Jednotlivé členy mají následující vlastnosti:

- Motory jsou stejnosměrné elektrické motory s permanentními magnety firmy Maxon, model A-max 22, typ 110164 s výkonem 6 wattů. Motory mají následující vlastnosti: moment setrvačnosti $J_M = 3.89g \cdot cm^2$, konstanta mag. toku $c\phi = 21.2mNm/A$, odpor kotvy $R_A = 21.8\Omega$, indukčnost kotvy $L_A = 1.37mH$, ustálené napětí kotvy $U_A = 24V$, maximální otáčky $n_{max} = 9800 \text{ min}^{-1}$, maximální úhlová rychlost $\omega_{max} = 1026.3rad \cdot s^{-1}$. U každého motoru lze libovolně měnit jeho vlastnosti, čímž se dají jednoduše simulovat odchylky vlastností motorů, např. vlivem výrobních nepřesností.
- Pracovní stroj je uvažován s nelineárně rostoucí závislostí zatěžovacího momentu na otáčkách (tj. exponent určující mechanickou charakteristiku zatížení $x = 2$). Jeho další charakteristiky jsou: moment setrvačnosti $J_Z = 6g \cdot cm^2$, nominální moment $M_N = 3mNm$, moment tření v klidu $M_T = 0$, nominální otáčky $n_N = 7639.4 \text{ min}^{-1}$, nominální úhlová rychlost $\omega_N = 800rad \cdot s^{-1}$. Vlastnosti harmonického poruchového momentu: amplituda $A = 5mNm$, frekvence $f = 628.3rad \cdot s^{-1}$, počáteční fázový posun $\varphi = 0rad$.
- Spojovací prvky jsou charakterizovány svou tuhostí a tlumením $k_1 = k_2 = 3.3N \cdot m^{-1}$, $b_1 = b_2 = 0.033N \cdot m \cdot s^{-1}$. U obou těchto vlastností se dá libovolně nastavit jejich průběh (tj. lineární, nelineární progresivní, nelineární degresivní, atd.).



Obr. 2 Obecné schéma pohonové soustavy



Mechanickou část redukované pohonové soustavy popisují následující veličiny

M_{Mi}	moment motoru
J_{Mi}	moment setrvačnosti rotoru
M_Z	moment pracovního stroje
J_Z	moment setrvačnosti pracovního stroje
φ	úhlová výchylka rotoru 1
ω	úhlová rychlost rotoru 1
Ψ_i	úhlová výchylka v důsledku pružných a tlumících vazeb
b_i	tlumicí konstanta spojovacího prvku
k_i	tuhostní konstanta spojovacího prvku

Elektrickou část redukované pohonové soustavy popisují následující veličiny

R_{Ai}	celkový odpor motoru
L_{Ai}	celková indukčnost vinutí

U_{Ai}	budící napětí motoru
I_{Ai}	proud v kotvě motoru
$c\phi_i$	konstanta magnetického toku

Rovnice popisující soustavu:

$$J_{M1} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{dJ_{M1}}{d\phi_1} \omega_1^2 = M_{M1} + k_1(\Psi_1) + b_1(\dot{\Psi}_1) \quad (1)$$

$$J_{M2} \frac{d(\omega_1 + \dot{\Psi}_1)}{dt} + \frac{dJ_{M2}}{d(\phi_1 + \Psi_1)} (\omega_1 + \dot{\Psi}_1)^2 = M_{M2} - k_1(\Psi_1) - b_1(\dot{\Psi}_1) + k_2(\Psi_2) + b_2(\dot{\Psi}_2) \quad (2)$$

$$J_Z \frac{d(\omega_1 + \dot{\Psi}_1 + \dot{\Psi}_2)}{dt} + \frac{dJ_Z}{d(\phi_1 + \Psi_1 + \Psi_2)} (\omega_1 + \dot{\Psi}_1 + \dot{\Psi}_2)^2 = -M_Z - k_2(\Psi_2) - b_2(\dot{\Psi}_2) \quad (3)$$

$$U_{A1} = R_{A1} I_{A1} + L_{A1} \frac{dI_{A1}}{dt} + c\phi_1 \omega_1 \quad (4)$$

$$U_{A2} = R_{A2} I_{A2} + L_{A2} \frac{dI_{A2}}{dt} + c\phi_2 (\omega_1 + \dot{\Psi}_1) \quad (5)$$

kde

$$M_Z = M_T + (M_N - M_T) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_N} \right)^x + M_P \quad (6)$$

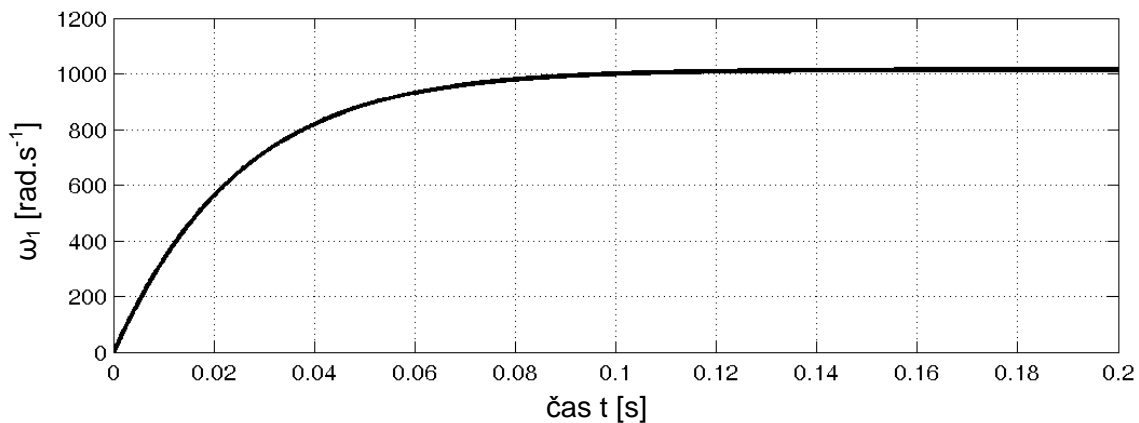
kde význam jednotlivých členů je:

M_T	moment tření v klidu
M_N	nominální moment
M_P	poruchový moment
ω_N	nominální úhlová rychlost
x	exponent určující mechanickou charakteristiku zatížení

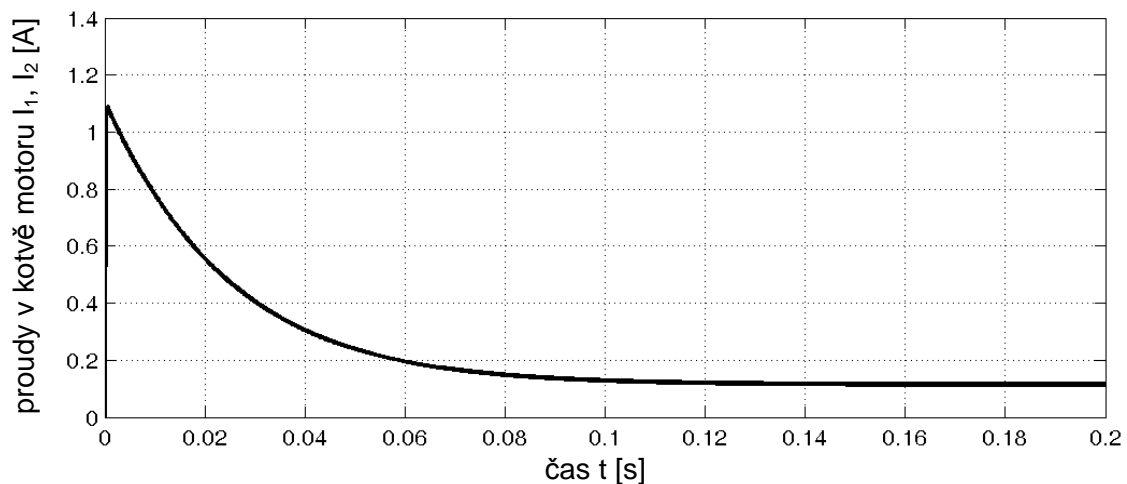
4. Výsledky simulace

Simulace proběhla v programu Matlab 6.5.1.199709 Release 13 a výpočetním modulu Simulink 5.1. Na obr. 4 je znázorněn průběh úhlové rychlosti motoru 1 ω_1 . Úhlová rychlost motoru 2 ω_2 je v tomto příkladě téměř totožná s úhlovou rychlostí ω_1 což je dáno volbou počátečních podmínek (shodné vlastnosti elektromotorů a lineární spojovací prvky). Ve skutečnosti se obě úhlové rychlosti mírně liší v důsledku úhlové výchyly na spojovacím

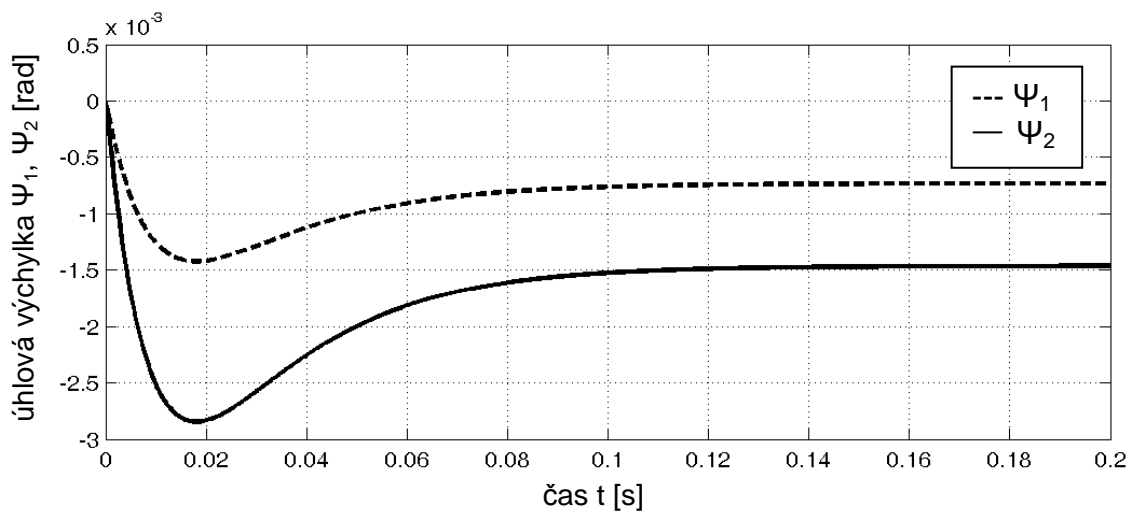
prvku mezi oběma elektromotory. Rozdíl je však tomto případě zanedbatelný. Na obr. 5 jsou průběhy proudů v kotvách elektromotorů. Opět pro ně platí, že jsou téměř stejné. Obr. 6 znázorňuje průběhy úhlových výchylek na spojovacích prvcích. Výchylka na spojovacím členu 1 je výrazně menší, než výchylka na spojovacím členu 2. Obr. 7 znázorňuje závislost rozdílu špičkové a ustálené hodnoty proudu v kotvách elektromotorů na poruchové složce zatěžovacího momentu. Z obrázku je zřejmé, že závislost je lineární. Při uvažování poruchové složky zatěžovacího momentu s harmonickým průběhem (viz. Obr. 8) lze pozorovat, že úhlové výchylky na spojovacím členu 1 a 2 mají stejnou fázi. Rozdíl amplitud odpovídá předchozímu pozorování bez uvažování poruchové složky zatěžovacího momentu, kdy úhlová výchylka na spojovacím členu 1 je výrazně menší, než výchylka na spojovacím členu 2.



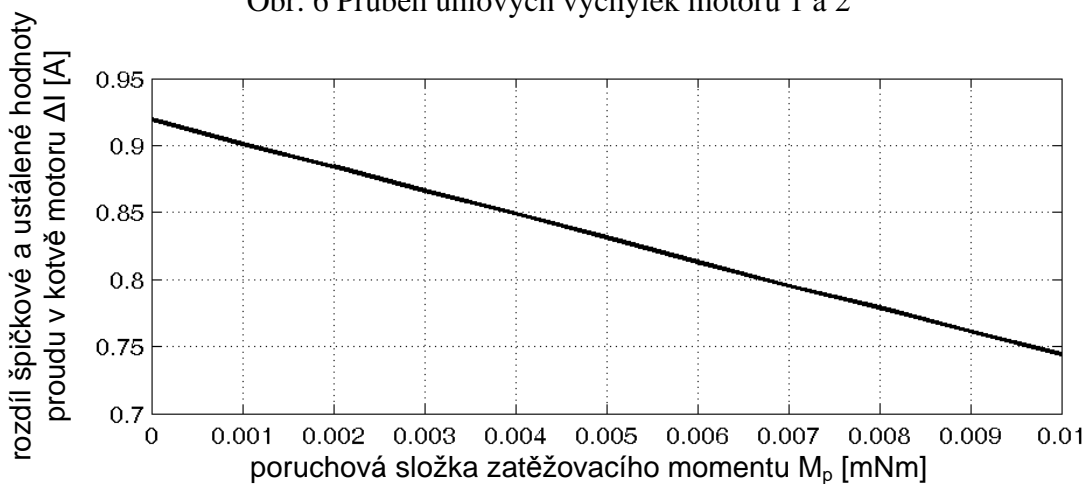
Obr. 4 Průběh úhlové rychlosti motoru 1



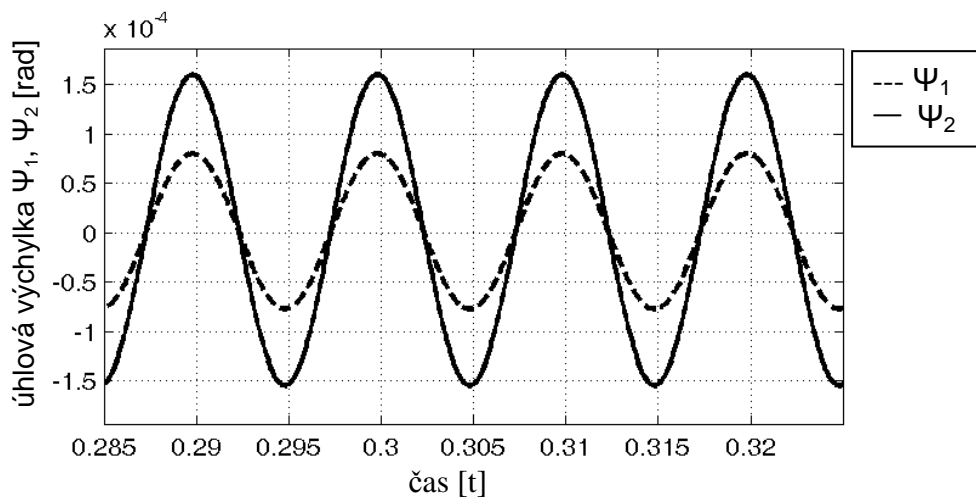
Obr. 5 Průběh proudů motorů 1 a 2



Obr. 6 Průběh úhlových výchylek motorů 1 a 2



Obr. 7 Závislost rozdílu špičkové a ustálené hodnoty indukovaného proudu v kotvě motoru na velikosti poruchové složky zatěžovacího momentu



Obr. 8 Porovnání úhlových výchylek při harmonickém průběhu zatěžovacího momentu

5. Závěr

Sledování chování vícemotorových pohonových soustav je přínosné pro snažší předpovídání chování těchto soustav ve fázi jejich návrhu. Vícemotorové pohonové soustavy se chovají odlišně ve srovnání s jednomotorovými pohonovými soustavami a tato rozdílnost nabývá na intenzitě se změnou vlastností jednotlivých elektromotorů a spojovacích členů mezi jednotlivými prvky pohonové soustavy. U sledované soustavy s danými počátečními podmínkami lze konstatovat, že v tomto ideálním případě nabývají stejné pozorované veličiny u obou elektromotorů téměř shodných hodnot. Výrazný rozdíl lze sledovat u úhlových výchylek na spojovacích členech jednotlivých prvků pohonové soustavy, kdy úhlová výchylka mezi elektromotorem číslo 2 a pracovním strojem je výrazně větší, než úhlová výchylka na spojovacím členu mezi oběma elektromotory.

6. Seznam použité literatury

- [1] Kratochvíl, C., Krejsa, J., Grepl, R.: Contribution to solution of drive system with tooth wheels. Ve sborníku Kratochvíl, C., Krejsa, J.: Modeling of drive systems, Brno, VUT v Brně, 2003
- [2] Kratochvíl, C., Procházka, F.: Úvod do matematického modelování pohonových soustav, Akademické nakladatelství Cerm, Brno, 2002
- [3] Kratochvíl, C., Procházka, F.: Výpočtové modelování pohonových soustav, Brno, 2004
- [4] Stradiot, J., Michalíček, M., Mudrik, J., Slavkovský, J., Záhorec, O., Žiaran, S.: Dynamika strojov, Vydavateľství Alfa, Bratislava, 1991
- [5] Lawrence, J., K.: Understanding electro-mechanical engineering – an introduction to mechatronics, IEEE Press, Piscataway, 1995, pp. 3806
- [6] Szklarski, L., Jaracz, K., Horodecki, A.: Electric drive systems - selected problems, PWN – Polish scientific publishers, Varšava, 1990