



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

THE STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF JOURNAL BEARINGS

V. Rak^{*1}, E. Malenovský^{*2}, F. Pochylý^{*3}

Summary: *This contribution deals with computational modelling of static and dynamic analysis of journal bearings. In this contribution a new theoretical approach to the modelling of static and dynamic behaviour of the rigid rotating body in real liquid is presented. The approach is based on the application of Navier-Stokes motion eq., equation of continuity and boundary conditions eqs. It is possible to separate the motion of the rigid body and real liquid from each other using suitable transformation relations and then it is also possible to separate the stationary and nonstationary motions from each other. A method of control volumes is used for these analyses. The real Bézier body is used for the description of the geometrical configuration and also for the approximation of velocity and pressure functions. The combined ALE (Arbitrary Lagrange-Euler) method is used, because it's necessary to generate a new net (to perform new meshing) for a change of the shaft position. Some results of the numerical solution of the model task are presented in this contribution.*

1. Úvod

Kluzná ložiska jsou v technické praxi velmi často používána. Mazacím médiem bývá zpravidla olej, může však být i jiné médium. Např. u čerpadel, kde je pracovním médiem voda. Při analýze dynamických vlastností rotorových soustav je velmi důležité znát dynamické vlastnosti vazeb hřídelové části na základní těleso, tvořené v případě kluzných ložisek tekutinovým filmem. Presentovaný příspěvek je zaměřen na výpočtovou analýzu hydrodynamických kluzných ložisek. Navržený a softwarově zpracovaný teoretický přístup a modelování geometrie pomocí racionálních Bézierových těles, umožňuje analyzovat olejová kluzná ložiska s různou geometrií.

V matematickém modelování se zpravidla rozlišují dva typy hydrodynamických ložisek, a to ložiska krátká a dlouhá. J. M. Vance (1990) považuje ložisko za krátké, pokud $L/D \leq 0,25$. V opačném případě považuje ložisko za dlouhé. Z hlediska fyzikálního je v případě krátkého ložiska gradient tlaku v axiálním směru podstatně větší než v tangenciálním (obvodovém)

¹ Ing. Vladimír Rak: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: rakvla@post.cz

² Doc. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: malenov@fme.vutbr.cz

³ Prof. Ing. František Pochylý, CSc.: Energetický ústav – Odbor fluidního inženýrství, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno, e-mail: pochyly@fme.vutbr.cz

směru a u dlouhého ložiska je tomu obráceně. U dlouhého ložiska nepředpokládáme proudění oleje v axiálním směru a rozložení tlaku po délce ložiska považujeme za konstantní. Tyto předpoklady nám umožňují modelovat jej jako 2D úlohu. Krátká ložiska je nutné modelovat jako 3D úlohu – uvažujeme proudění po délce ložiska a nekonstantní průběh tlaku v axiálním směru.

V technické literatuře je problematika kluzných ložisek poměrně podrobně a často publikována. Teoretický základ téměř všech analýz vychází z Reynoldsovy rovnice tekutiny. Nový přístup, který je uveden v tomto příspěvku, je na obecnější úrovni. Je založen na aplikaci Navier-Stokesovy pohybové rovnice, rovnice kontinuity a okrajových podmínek. Tento přístup využívá možnosti separace vzájemného pohybu tělesa a tekutiny a jejich oddělené řešení. K analýze pohybu tekutiny je použita metoda kontrolních objemů. K vytvoření geometrické konfigurace byla využita racionální Bézierova tělesa, tato tělesa byla využita také k aproximaci rychlostní a tlakové funkce.

2. Výpočtové modelování

Výpočtová analýza hydrodynamických kluzných ložisek (analýza tekutinového filmu) se skládá ze statické a dynamické analýzy. Při statické analýze se hledá staticky rovnovážná poloha středu hřídelového čepu v ložisku a provádí se analýza statického rychlostního a tlakového pole. Při dynamické analýze se předpokládá, že rotující hřídel kmitá (opisuje orbity kolem své staticky rovnovážné polohy) a cílem analýzy je stanovit přídatné účinky od tekutiny. V případě kluzného ložiska se jedná o tenzory přídatné hmotnosti, tuhosti a tlumení.

Nový přístup k řešení, navržený na našem pracovišti, spočívá v možnosti separace pohybu tuhého tělesa a reálné tekutiny. Nejdříve se ve vhodném programovém prostředí zaměřeném na analýzu tekutinových systémů provede analýza samotného vazebného elementu tekutiny. Následně je možné v programovém prostředí vhodném pro analýzu dynamických vlastností rotorových soustav provést analýzu modelové rotorové soustavy se zahrnutím výsledků získaných z předchozího řešení.

Teoretický přístup je navržen, algoritmován a softwarově zpracován pro řešení dlouhého i krátkého, nekavitujícího i kavitujícího kluzného ložiska o různé geometrii. Při řešení kavitujícího ložiska se předpokládá stlačitelná tekutina. Jak bude dále uvedeno, v případě uvažování stlačitelné tekutiny je nutno pro vzájemnou separaci pohybu tělesa a tekutiny použít jinou transformaci, než ta, která je použita pro nestlačitelnou tekutinu. Z teorie víme, že v oblastech, kde nastává kavitace tekutinového filmu, se navíc projevuje i vliv teploty, jejíž změna ovlivňuje zejména viskozitu. Tato práce se vlivem teploty na dynamické vlastnosti tenkých tekutinových vrstev hlouběji nezabývá.

V současné době jsou na našem pracovišti pro řešení úloh interakce tuhého tělesa a tenké tekutinové vrstvy odvozeny a softwarově zpracovány dva přístupy k řešení:

- První přístup spočívá ve využití vhodné transformace s cílem vzájemně od sebe separovat a odděleně řešit pohyb tělesa a tekutiny. Transformace má tvar konvolutorního integrálu, sestaveného pro rychlosti a tlaky. Tento konvolutorní integrál je v našem případě funkcí pouze polohy středu hřídele, tzn. že vyšetřované přídatné účinky od tekutiny jsou funkcí pouze polohy středu hřídelového čepu. Tento přístup nám umožňuje sestavovat celé databáze přídatných účinků. V případě nestlačitelné tekutiny je dynamický tlak (v případě nestacionárního řešení) dán součtem dvou tlaků. Jeden je úměrný zrychlení a druhý rychlosti pohybu středu

hřídelového čepu. Tento případ téměř znemožňuje zahrnutí vlivu kavitace. Závislost tlaku na dvou parametrech, která je navíc doplněna třetí závislostí na poloze středu hřídelového čepu, způsobuje značnou časovou náročnost při sestavování databáze přídatných účinků tekutinového filmu. (Přístup je využit při řešení modelových úloh uvažujících nestlačitelnou tekutinu).

- Druhý přístup k řešení je odvozen ve frekvenční oblasti. V tomto případě se předpokládá, že jak buzení, tak i pohyb středu hřídelového čepu má harmonický průběh. Zde je tlak funkcí pouze polohy středu čepu a lze tedy řešit i problém kavitace. Tento přístup je využit při řešení modelových úloh uvažujících stlačitelnou tekutinu.

V případě řešení dlouhých hydrodynamických kluzných ložisek se předpokládá konstantní rozložení tlaku po délce ložiska (řeší se 2D úloha). Při řešení úloh krátkých ložisek (3D úlohy) je možno obecně uvažovat dva případy předpisu modelových okrajových podmínek na ložiskových čelech kolmých na osu rotace. V prvním případě se předpokládá model, kdy jsou čela ložiska otevřena do prostoru s atmosférickým tlakem a na čelech se předepisuje okrajová podmínka nulových tlaků (počítají se rychlosti). Této okrajové podmínce odpovídá řešení vycházející z Reynoldsovy rovnice. Ve druhém případě se na čelech předpokládá stejná rychlost tělesa a tekutiny (v praxi by odpovídalo dokonale utěsněnému ložisku) a výpočtem se stanovuje tlakové pole.

3. Analýza tekutinového filmu založená na aplikaci Navier-Stokesovy rovnice

V této kapitole je nastíněn teoretický přístup k výpočtovému modelování dynamických vlastností tenkého tekutinového filmu při interakci tuhého tělesa s reálnou tekutinou, odvozený a upravený pro případ hydrodynamického kluzného ložiska. Teoretický přístup je řešitelským kolektivem v literatuře bohatě prezentován (viz literatura).

Analýza interakce tuhého tělesa a nestlačitelné tekutiny

Pro předpoklad laminárního proudění má Navier-Stokesova pohybová rovnice tvar:

$$\rho \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \rho \left(\text{rot} \vec{c} \times \vec{c} + \frac{1}{2} \text{grad} |\vec{c}|^2 \right) + \eta_1 \text{rot} (\text{rot} \vec{c}) + \text{grad} p = \vec{0} \quad (1)$$

rovnice kontinuity:

$$\rho \text{div} \vec{c} = 0 \quad (2)$$

okrajové podmínky na ložiskových kroužkách (ve smyslu značení dle obr.1):

$$\begin{aligned} S: \quad \vec{c} &= \vec{\omega} \times \vec{y} + \vec{z} \cdot \\ \Gamma: \quad \vec{c} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (3)$$

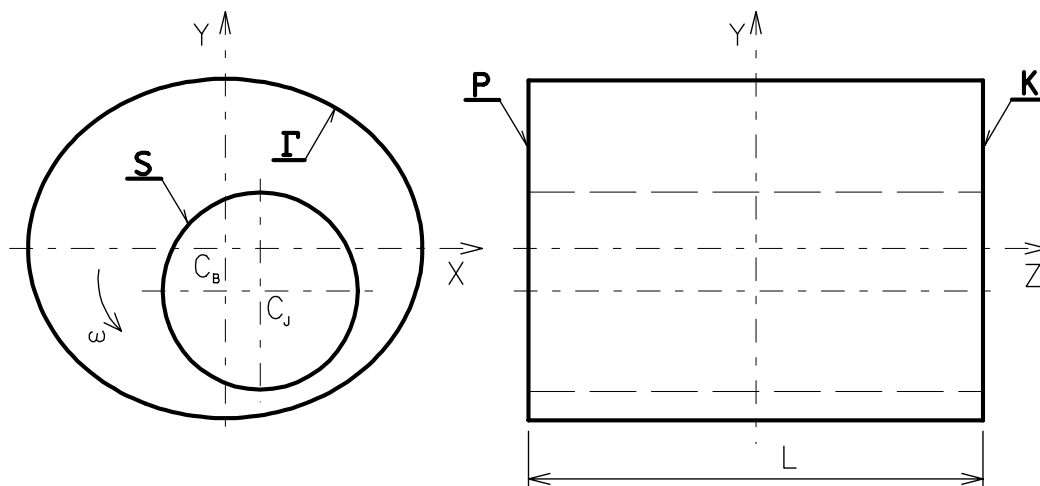
V případě řešení krátkých ložisek je možné uvažovat dvojí typ okrajových podmínek na čelech ložiska. Jeden respektuje nulový tlak na čelech kolmých na osu rotace a druhý (uvedený v závorce) stejnou rychlost čela a obvodové rychlosti tekutiny:

$$\begin{aligned} P: \quad p &= 0; (\vec{c} = \vec{v}) \\ K: \quad p &= 0; (\vec{c} = \vec{v}) \end{aligned} \quad (4)$$

V dalším řešení předpokládáme, že jak poloha středu hřídelového čepu, tak i rychlost a tlak, jsou dány součtem stacionární a nestacionární části řešení. Pak pro polohu, rychlost a tlak platí:

$$z_j = z_{0j}(x_i) + v_j(x_i, t) \quad ; \quad c_j = c_{0j}(x_i) + w_j(x_i, t) \quad ; \quad p = p_0(x_i) + \sigma(x_i, t) \quad (5)$$

Porovnáním členů u stacionární části řešení se obdrží soustava rovnic pro analýzu stacionárního pohybu tělesa a porovnáním členů u nestacionární části se obdrží soustava rovnic pro analýzu nestacionárního pohybu tělesa.



Obr.1 Schéma rotujícího hřídele

Analýza interakce tuhého tělesa a stlačitelné tekutiny

Pro předpoklad laminárního proudění má pohybová rovnice tekutiny tvar:

$$\rho \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \rho \left(\text{rot} \vec{c} \times \vec{c} + \frac{1}{2} \text{grad} |\vec{c}|^2 \right) + \eta_1 \Delta \vec{c} + \eta_{12} \text{grad} (\text{div} \vec{c}) + \text{grad} p = \vec{0} \quad (6)$$

kde η_1 [Pa.s] je dynamická viskozita, η_2 [Pa.s] je tzv. druhá viskozita, $\eta_{12} = \eta_1 + \eta_2$ [Pa.s]

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\text{grad} p) \vec{c} + \rho c_{zv}^2 \text{div} \vec{c} = 0 \quad (7)$$

Okrajové podmínky jsou shodné s rovnicemi (3) a (4). Použitím Einsteinovy sumační symboliky získávají rovnice tvar:

$$\rho \frac{\partial c_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial c_i}{\partial x_k} c_k - \eta_1 \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_k \partial x_k} - \eta_{12} \frac{\partial^2 c_k}{\partial x_i \partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_k} c_k + \rho c_{zv}^2 \frac{\partial c_k}{\partial x_k} = 0 \quad (9)$$

počáteční podmínky:

$$\begin{aligned} c_i(x_j, 0) &= 0 \\ p(x_i, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

V dalším řešení předpokládáme, bez újmy na obecnosti, že těleso vykonává pouze malé translační pohyby kolem své rovnovážné polohy rychlostí u^* . Za tohoto předpokladu (ve smyslu značení dle obr.1) lze psát okrajové podmínky pro tekutinu ve tvaru (na čelech ložiska jsou předepsány rychlostní okrajové podmínky, v závorce jsou uvedeny okrajové podmínky nulových tlaků):

$$\begin{aligned} S: \quad c_i &= u_i^* \\ \Gamma: \quad c_i &= 0 \\ P: \quad c_i &= u_i^*, \quad (p = 0) \\ K: \quad c_i &= u_i^*, \quad (p = 0) \end{aligned} \quad (11)$$

Z hlediska dalšího řešení, s využitím metody kontrolních objemů i další algoritmizace úlohy a jejího dalšího softwarového zpracování, bude výhodnější rovnice (8) a (9) přepsat do integrálního tvaru. Pohybová rovnice a rovnice kontinuity poté přechází do tvaru (vektory rychlostí jsou zapsány v kolmých souřadnicích):

$$\int_{\Delta V} \rho \frac{\partial c_i}{\partial t} dV + \int_{\Delta S} \rho c_i c_k n_k dS - \int_{\Delta S} \eta_1 \frac{\partial c_i}{\partial x_k} n_k dS - \int_{\Delta S} \eta_{12} \frac{\partial c_k}{\partial x_k} n_i dS + \int_{\Delta S} p n_i dS = 0 \quad (12)$$

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial p}{\partial t} dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial p}{\partial x_k} c_k dV + \int_{\Delta S} \rho c_{zv}^2 c_k n_k dS = 0 \quad (13)$$

Algoritmus řešení s eliminací tlaku

Následující přístup je možno upravit do integrálního tvaru potřebného pro řešení v metodě kontrolních objemů. Derivace pohybové rovnice (8) podle času má tvar:

$$\rho \frac{\partial^2 c_i}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_k} c_k \right) - \eta_1 \frac{\partial^3 c_i}{\partial t \partial x_k \partial x_k} - \eta_{12} \frac{\partial^3 c_k}{\partial t \partial x_i \partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) = 0 \quad (14)$$

Po dosazení za $\frac{\partial p}{\partial t}$ z rovnice (9) se po úpravě (po změně sčítacích indexů $k \Rightarrow j$) obdrží:

$$\rho \frac{\partial^2 c_i}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} c_j \right) - \eta_1 \frac{\partial^3 c_i}{\partial t \partial x_j \partial x_j} - \eta_{12} \frac{\partial^3 c_j}{\partial t \partial x_i \partial x_j} - \rho c_{zv}^2 \frac{\partial^2 c_j}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[c_j \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} \right) \right] = 0 \quad (15)$$

a dále po dosazení z upravené rovnice (8) za člen $\frac{\partial p}{\partial x_j}$ se obdrží:

$$\rho \frac{\partial^2 c_i}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} c_j \right) - \eta_1 \frac{\partial^3 c_i}{\partial t \partial x_j \partial x_j} - \eta_{12} \frac{\partial^3 c_j}{\partial t \partial x_i \partial x_j} - \rho c_{zv}^2 \frac{\partial^2 c_j}{\partial x_i \partial x_j} - \quad (\text{viz další strana})$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left[c_j \left(-\rho \frac{\partial c_j}{\partial t} - \rho \frac{\partial c_j}{\partial x_k} c_k + \eta_1 \frac{\partial^2 c_j}{\partial x_k \partial x_k} + \eta_{12} \frac{\partial^2 c_k}{\partial x_j \partial x_k} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

Pro další analýzu lze opět předpokládat, že jak poloha středu hřídele, tak i rychlost a tlak jsou dány součtem stacionární a nestacionární části řešení. Pak pro polohu, rychlost a tlak platí:

$$z_j = z_{0j}(x_i) + v_j(x_i, t) \quad ; \quad c_j = c_{0j}(x_i) + w_j(x_i, t) \quad ; \quad p = p_0(x_i) + \sigma(x_i, t) \quad (17)$$

Porovnáním členů u stacionární části řešení se obdrží soustava rovnic pro analýzu stacionárního pohybu tělesa a porovnáním členů u nestacionárních částí se obdrží soustava rovnic pro analýzu nestacionárního pohybu tělesa.

4. Modelová úloha

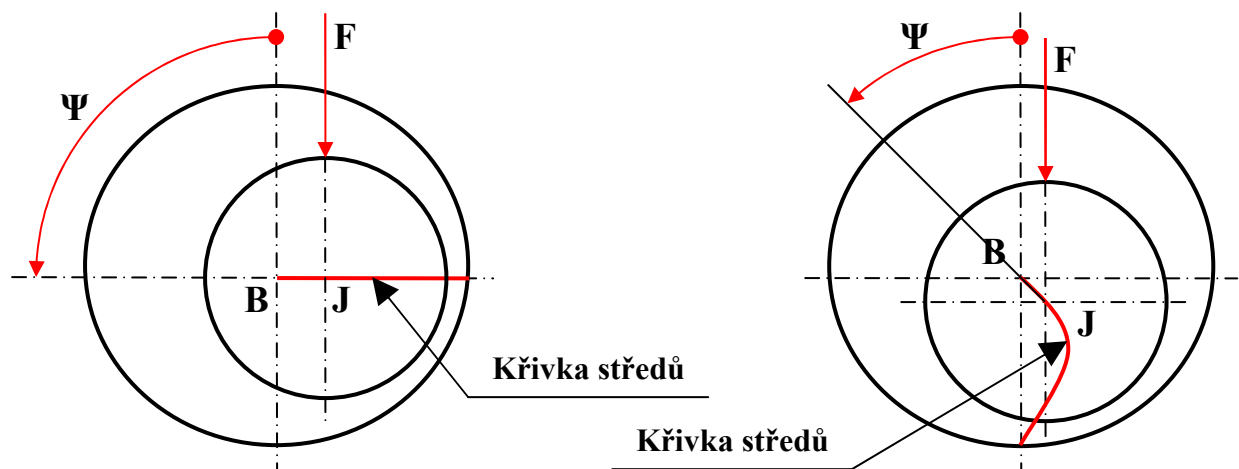
V tomto příspěvku jsou prezentovány pouze některé výsledky, které mají zejména ilustrační charakter. Výše prezentovaný teoretický přístup umožňuje řešení modelových úloh dlouhých i krátkých olejových kluzných ložisek o různé geometrii. Základní geometrické rozměry modelu dlouhého ložiska byly $L = 0,1$ m; $R = 0,0505$ m při radiální vůli $\delta = 0,5$ mm, rozměry krátkého ložiska $L = 0,025$ m; $R = 0,0502$ m při radiální vůli $\delta = 0,2$ mm.

V příspěvku jsou prezentovány výsledky numerických analýz eliptických hydrodynamických kluzných ložisek s elipticitou $ccy = 0,1$, při uvažované úhlové rychlosti hřídele $\omega = 100 \text{ rad.s}^{-1}$.

Statická analýza

Při statické analýze se předpokládá dokonale vyvážený tuhý hřídel a zatížení pouze od statických sil (v našem případě silou tíhovou), hledá se staticky rovnovážná poloha středu hřídelového čepu a provádí se analýza statického rychlostního a tlakového pole (v závislosti na úhlové rychlosti hřídele a geometrii ložiska).

Celá oblast olejového filmu je rozdělena na síť, v jejichž uzlech je počítáno reziduum mezi vnějšími a vnitřními silami působícími na hřídel. Z teorie víme, že staticky rovnovážná poloha leží v bodě, kde je toto reziduum nulové (nastane silová rovnováha). V rámci řešení staticky rovnovážné polohy středu hřídele je tedy hledáno minimum tohoto rezidua.



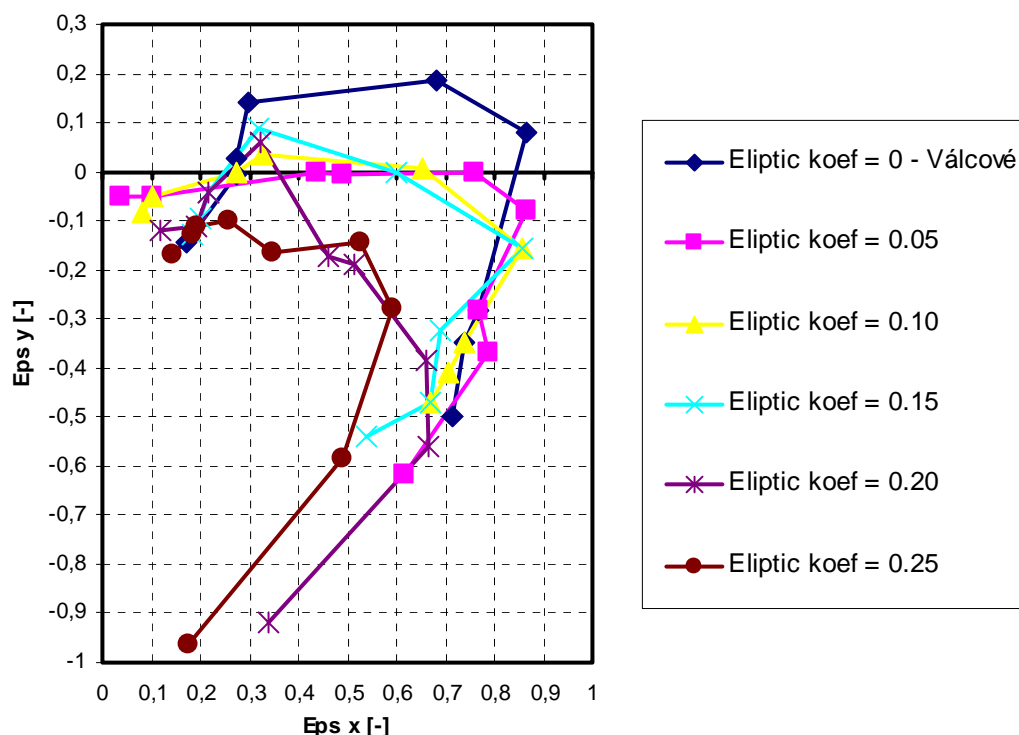
Obr.2 Dlouhé kluzné ložisko

Obr.3 Krátké kluzné ložisko

Obr.2 schématicky znázorňuje model dlouhého ložiska. V tomto případě má polohový úhel ψ velikost $\pi/2$ bez ohledu na zatížení a otáčky hřídele. Křivka středů je horizontální křivka, téměř ztotožněná s osou x – i když zatížení hřídele je ve vertikálním směru. Poloha středu hřídele se s rostoucí úhlovou rychlostí pohybuje směrem od vnějšího kroužku (povrchu ložiska) do jeho středu. Toto je známo z literatury (A. El-Shafei (1995) a takto se chovají i námi řešené modely (platí pro válcová a eliptická ložiska, u přesazených ložisek křivky středů neleží na horizontální ose, ale nalézají se v její blízkosti v prvním kvadrantu).

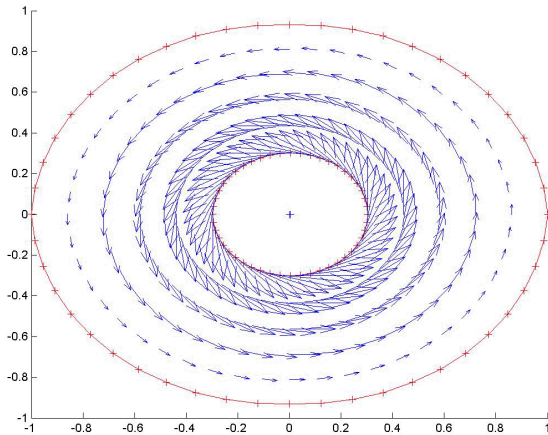
Obr.3 schématicky znázorňuje model krátkého ložiska. Křivka středů hřídelového čepu má v tomto případě obecnější charakter, tato křivka v některých případech může zasahovat i do prvního kvadrantu. Obr.3 odpovídá řešení kavitujícího hydrodynamického ložiska s předepsanou okrajovou podmínkou nulových tlaků na čelech ložiska. Na obr.4 jsou prezentovány výsledky námi provedených analýz krátkého válcového a krátkých eliptických kavitujících hydrodynamických kluzných ložisek s předepsanou tlakovou okrajovou podmínkou $p = 0$ na ložiskových čelech. Na čelech krátkých kluzných ložisek je možno uvažovat i další okrajovou podmínku, $c = v_{obv}$. Tato podmínka popisuje stav, kdy jsou čela ložisek dokonale utěsněna a rychlost na čelech odpovídá obvodové rychlosti hřídele. Křivka staticky rovnovážných poloh středů hřídele má podobný průběh jako u dlouhých ložisek. Je to logické, neboť při této podmínce, stejně jako u dlouhých ložisek, má tlaková funkce v axiálním směru zhruba konstantní průběh.

Vliv koeficientu elipticity na staticky rovnovážnou polohu krátkých kavitujících kluzných ložisek

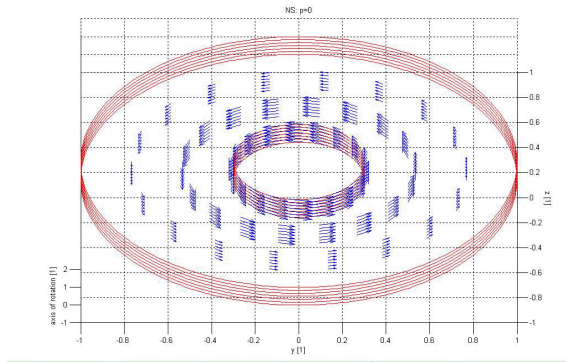


Obr.4 Staticky rovnovážná poloha krátkých kavitujících eliptických ložisek (v závislosti na měnící se úhlové rychlosti hřídele)

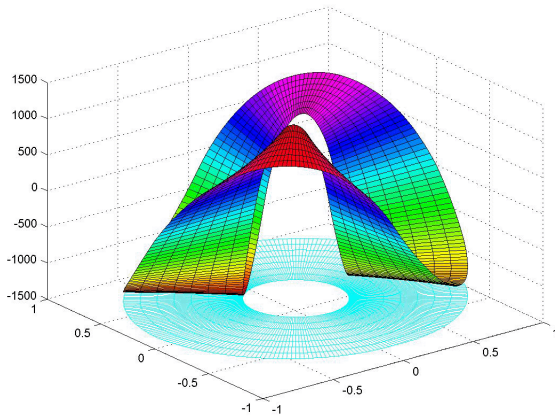
Statická pole hydrodynamických kluzných ložisek



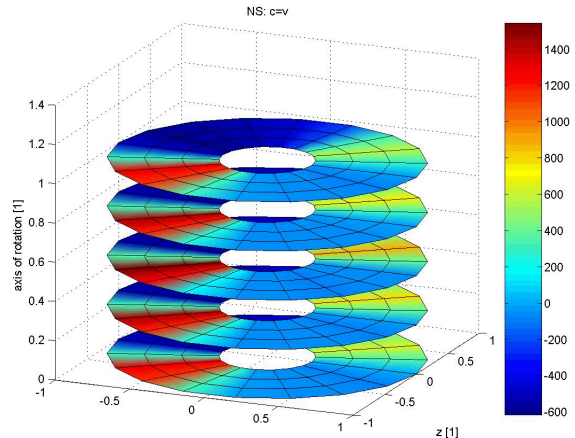
Obr.5 Rychlostní pole dlouhého eliptického ložiska



Obr.6 Rychlostní pole krátkého eliptického ložiska



Obr.7 Tlakové pole dlouhého eliptického ložiska



Obr.8 Tlakové pole krátkého eliptického ložiska

Dynamická analýza

Pro dynamickou analýzu rotorových soustav je staticky rovnovážná poloha středu čepu důležitá jako výchozí bod, ale dynamické síly musí být počítány z pohybů opouštějících tuto rovnovážnou polohu. Pro analýzu kluzných ložisek je přídavná (dynamická) síla působící na hřídel potřebná k tomu, aby bylo možno sestavit pohybové rovnice translačního pohybu čepu v ložisku. Jestli-že je proudění oleje v ložisku nestabilní nebo pokud má rotor nevývahu, hřídelový čep může opisovat při rotaci orbity kolem své staticky rovnovážné polohy. Při těchto pohybech se také přírůstkově mění síly od olejového filmu působící na hřídel.

Na obr. 9÷11 jsou prezentovány prvky tenzorů přídavných účinků od tekutiny krátkého eliptického ložiska s elipticitou $ccy = 0,1$, při uvažované úhlové rychlosti hřídele $\omega = 100 \text{ rad.s}^{-1}$.

5. Závěr

V příspěvku jsou prezentovány některé ilustrační výsledky statické a dynamické analýzy hydrodynamických kluzných ložisek. V současné době jsou na našem pracovišti analyzovány numerické modely dlouhých (2D) i krátkých (3D), kavitujiících i nekavitujiících kluzných ložisek. Navržený přístup umožňuje analyzovat statickou a dynamickou analýzu kluzných ložisek a analýzu stability chování olejového filmu.

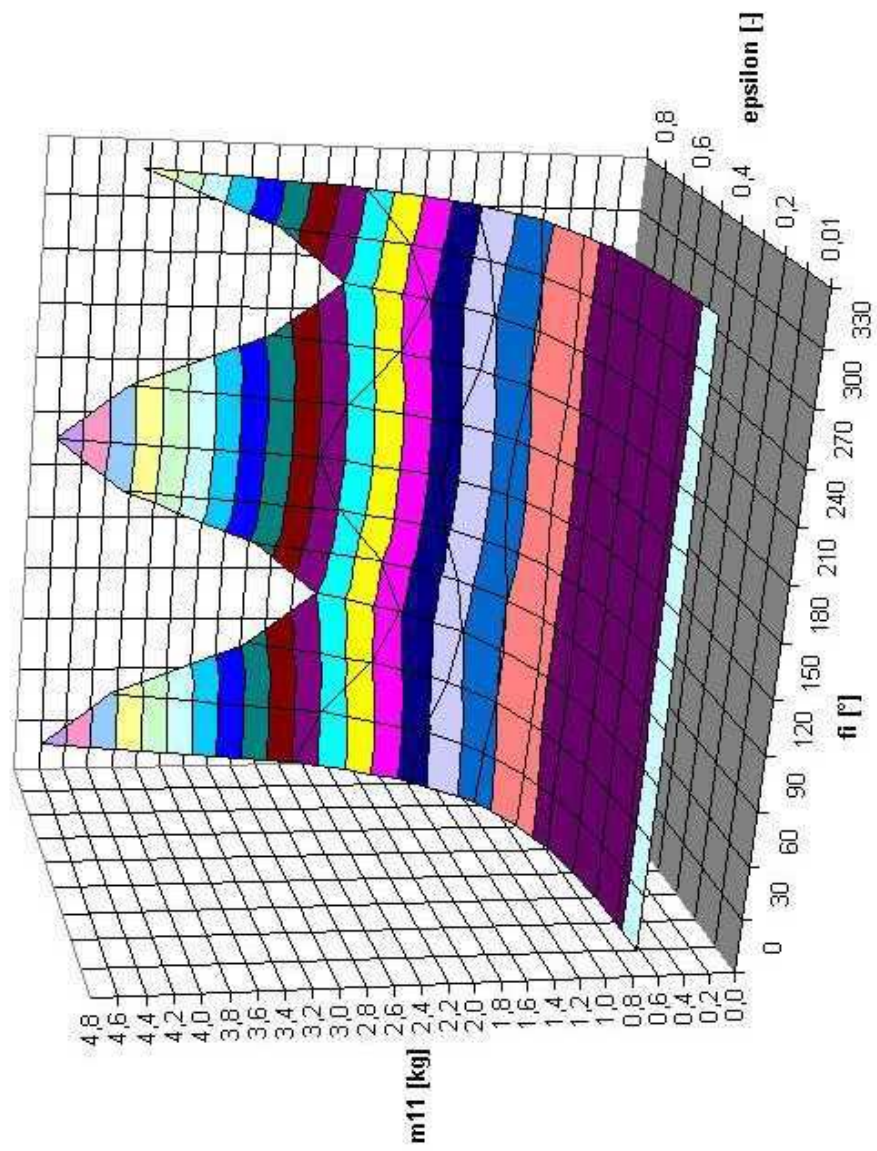
6. Poděkování

Práce uveřejněné v tomto příspěvku byly vytvořeny za finanční podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy výzkumným záměrem FRVŠ č. 3481/G1 2005.

7. Seznam použité literatury

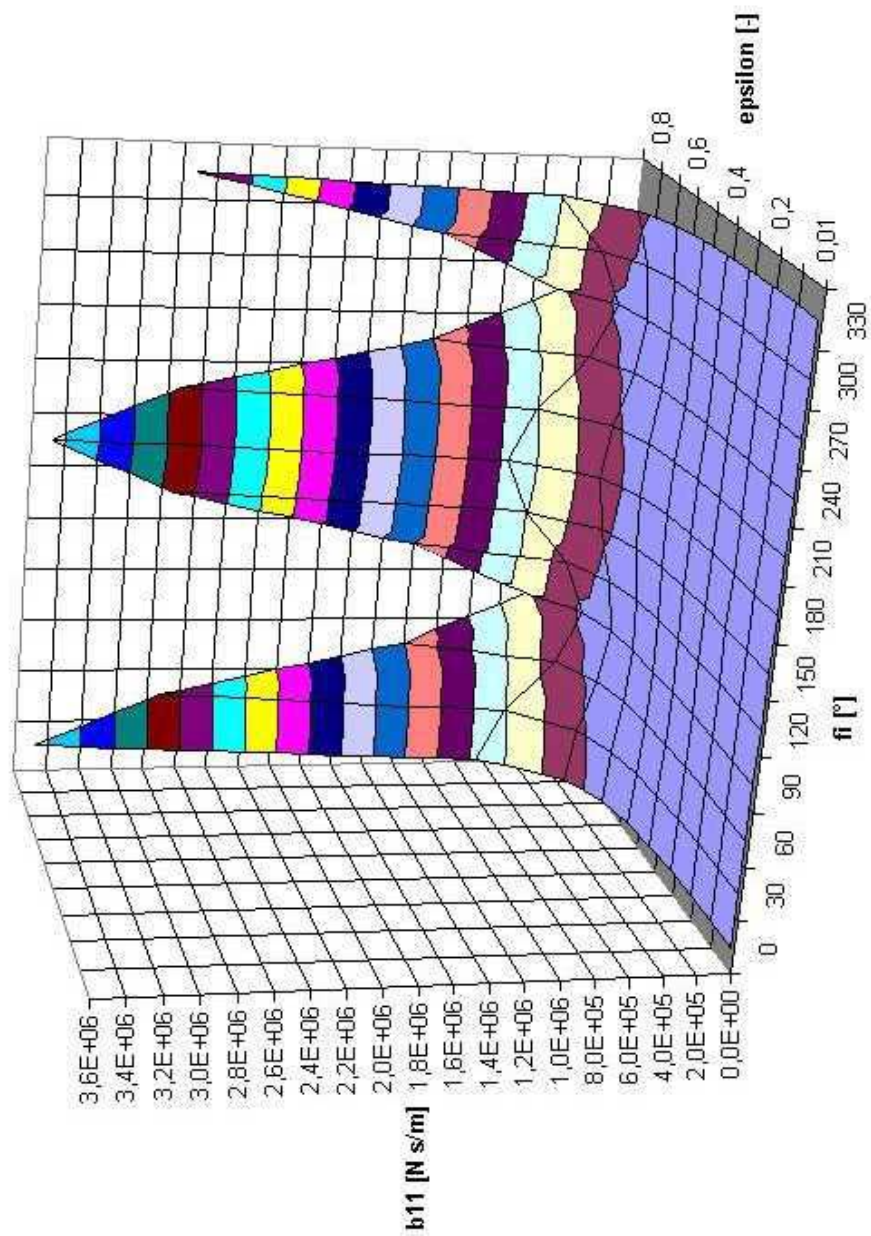
- El-Shafei, A. (1995) Modelling Fluid Inertia Forces of Short journal Bearings for Rotor Dynamic Applications; *Journal of Vibration and Acoustic* 1995, pp. 462 – 469.
- Malenovský, E., Pochylý, F. (2000) Some Results of Computational Modelling of Dynamic Behaviour of Journal Bearings using the Bézier Body, *VIII. International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics*, Technical University of Žilina, Liptovský Ján, Slovakia Republic, pp. 1 – 20.
- Malenovský, E., Pochylý, F. (2001) Computational Modelling of Dynamic Behaviour and Stability of Journal Bearings using the Bézier Body, *1st International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery*, South Lake Tahoe, California, USA.
- Malenovský E., Pochylý, F. (2002) Rychlostní a tlakové pole při statické analýze kluzných ložisek, *18. konference s mezinárodní účastí Výpočtová mechanika 2002*, Hrad Nečtiny.
- Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2003) Static Equilibrium Position, Velocity and Pressure Fields at Static Analysis of Long Noncavitating Elliptical and Offset Journal Bearings, *4th International Congress of Croatian Society of Mechanics*, Bizovac, Croatia.
- Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2004) Statická analýza kluzných ložisek, *Applied Mechanics 2004*, Kočovce, Slovakia.
- Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2004) Static Analysis of Long and Short Journal Bearings; *Engineering Mechanics 2004*, Svratka, Czech Republic.
- Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2004) Some Results of Computational Modelling of Journal Bearings; *17th Nordic Seminar on Computational Mechanics*, Stockholm, Sweden, pp. 195 – 198.
- Rak, V., Malenovský, E., Pochylý, F. (2004) Výpočtová analýza stability proudění olejového filmu kluzných ložisek; *Computational Mechanics 2004*, Hrad Nečtiny, Czech Republic, pp. 429 – 436.
- Vance, J. M. (1990) *Rotordynamics of Turbomachinery*, Wiley, New York, Toronto.

Prvky m_{11} [kg] tenzoru přidavné hmotnosti



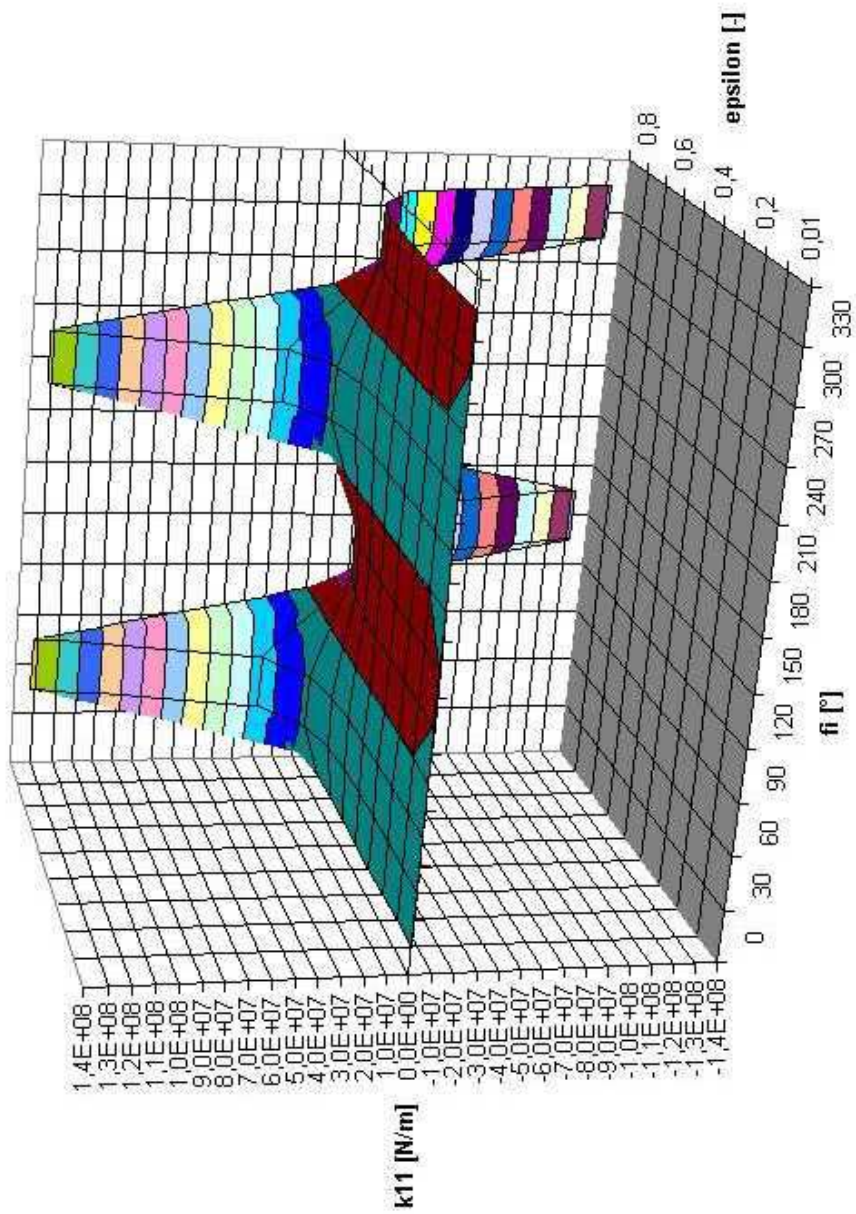
Obr.9 Prvky m_{11} tenzoru přidavné hmotnosti krátkého ložiska

Prvky b_{11} [N s/m] tenzoru přidavného tlumení



Obr.10 Prvky b_{11} tenzoru přidavného tlumení krátkého ložiska

Prvky k_{11} [N/m] tenzoru přidavné tuhosti



Obr.11 Prvky k_{11} tenzoru přidavné tuhosti krátkého ložiska