INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

THE DEFORMATION STRESS STATE THEORY DSS AND THE FRACTURE THEORY DSSf

Jiří Skokánek*

Summary: *The stress state of elastic bodies is expressed by the stress tensor comprising nine components. A single stress tensor component does not express the stress state, does not depend directly on the relative elongation in its direction and cannot become the criterion of fracture origin, either, as assumed erroneously by most hypothesis of defect origin. The deformation stress state (DSS) theory is based on the atomic structure of solids. On the basis of this assumption a new quantity of deformation stress is defined - the deformation stress, linearly dependent on the relative elongation in every direction. The DSS theory is the basis of a fracture theory (DSSf) which enables to solve successfully the problems of strength and safety margin of multiaxially stressed bodies.*

1. Napjatost a deformace jsou souběžným projevem namáhání

Souběžným projevem zatížení tělesa je stav napjatosti a stav deformace. Dalo by se tedy usuzovat, že ve směru kladné poměrné délkové změny je kladná také příbuzná veličina napjatosti, že ve směru poměrného zkrácení je příbuzná veličina napjatosti záporná, a že ve směru nulové délkové změny silové působení neexistuje. Pro poměrné protažení jako základní veličinu deformace a napětí jako základní veličinu napjatosti to však neplatí. Z rozšířeného Hookeova zákona vyplývá, že je poměrné protažení v jednom hlavním směru závislé na celkové napjatosti, tedy na všech hlavních napětích, nikoliv jen na napětí v jeho směru.

Bridgman [1] prováděl v první polovině minulého století zkoušky pevnosti tyčových těles ze skla a oceli v komoře uzpůsobené pro velmi vysoké tlaky tak, že volné konce tyčí vyčnívaly volně z komory (obr. 1). Při zvyšování tlaku kapaliny v komoře se tyč protahovala, až se při dosažení určitého mezního tlaku kapaliny přetrhla. Zdánlivě nelogicky se tyč přetrhla ve směru nulového napětí. Tyč by se však při dalším zvyšování tlaku kapaliny přetrhla i v případě, že by na čela tyče působila menší tlaková síla. Tyč by se tak přetrhla ve směru tlaku. Laický názor, že se těleso protahuje ve směru tahu a stlačuje ve směru tlaku platí pouze u

---

*Ing. Jiří Skokánek, CSc., Aut. inž. pro statiku a dynamiku, Korandova 37; 147 00 Praha 4; tel.: +420.241 727 378, fax:+420.241 727 378; e-mail: jiri.skokanek@centrum.cz

jednoose namáhaných těles. V obecném případě napjatosti neplatí.

Stav napjatosti popisujeme tenzorem napětí, který obsahuje devět složek tří výsledných napětí působících na tři vzájemně kolmé roviny, z toho jsou tři složky normálové, šest tangenciálních. Každou změnou jedné složky napětí se změní velikost poměrného protažení v každém směru. Stejně jako nelze usuzovat podle jednoho hlavního napětí na velikost ani na orientaci poměrného protažení v jeho směru, není možné posuzovat deformaci podle žádné ze složek obecného tenzoru napětí, normálových ani tangenciálních.

Přes tyto nezpochybnitelné skutečnosti se často přikládá složkám napětí deformační účinek a zejména usmyknutí se považuje za možnou příčinu destrukce. O posuvném, tedy deformačním účinku posouvajících sil stávající technická literatura nepochybuje. Samotné názvy, jako smykové napětí, posouvající síla, smyková trhlina, smyková výztuž a pod. svědčí o chybné představě, že má tangenciální složka napětí deformační, posouvající - smykový účinek, a že je možné ji použít jako kritérium únosnosti.

Nejčastěji se vysvětluje smykový účinek posouvající síly podle obr. 2. Na příklad v Technickém průvodci Nauka o pružnosti a pevnosti [4] se uvádí: "Skládají-li se vnější síly po levé straně průřezu p ve výslednici, jež má jen tangenciální složku Q (posouvající sílu), a vnější síly po pravé straně nekonečně blízkého rovnoběžného průřezu p´ ve výslednici téže velikosti opačného směru, s působištěm v těžišti průřezu (obr. 2a), pak oba sousední průřezy se proti sobě posunou. Na mezi pevnosti ve smyku se průřez usmykne".

Takový předpoklad je evidentně chybný. V případě, že působí obě posouvající síly v diferenciální vzdálenosti dx, vyvozují ohýbající moment dM (obr. 2b), takže pro zajištění rovnováhy musí působit protisměrný ohybový moment stejné velikosti. Je tedy ... $dM = Q.dx$, což je známá Schwedlerova věta, podle níž je posouvající síla prvou derivací ohybového momentu. Posouvající síla v "sousedním" průřezu je pak

$$Q' = Q(1+dx). \qquad (1)$$

Ve skutečnosti působí obě posouvající síly v jedné rovině (obr. 2c), takže nemohou vyvodit žádný smykový ani jiný deformační účinek.

Chybné je i tvrzení, že trhliny vzniklé v tělese na mezi porušení materiálu mohou mít směr hlavních smykových napětí. Ukazují to i obrázky 3. Obrázek 3a znázorňuje těleso ve tvaru krychle namáhané jednoosým tlakem σ_2 ve směru osy x_2. Maximální smykové napětí τ_{max} působí na rovinu skloněnou od osy x_2 o $45°$. Ve stejné rovině působí protisměrně jako reakce smykové napětí τ'_{max}. Stejně velké maximální smykové napětí τ_{max} vznikne v téže rovině stejného prvku při jednoosé napjatosti vyvozené tahovým napětím $\sigma_1 = -\sigma_2$ působícím ve směru osy x_1 (obr. 3b). Dodejme, že tangenciální napětí není algebraicky dvojznačné (kladné nebo záporné), takže se za jeho minimální hodnotu považuje nulová hodnota. V obou případech se jedná o jednoosé namáhání: v prvém případě v tlaku, v druhém v tahu. V žádném z obou případů nevznikne poruchová trhlina ve směru smykového napětí, ale ve směru kolmém k ose x_1, která je v obou případech osou maximálního protažení. Dosažená pevnost v jednoosém tlaku je však číselně několikanásobně vyšší než pevnost v jednoosém tahu a ve stejném poměru jsou i hodnoty mezních smykových napětí v obou případech napjatosti. Z uvedeného vyplývá, že napětí a poměrné protažení nejsou příbuzné veličiny napjatosti a deformace. O tom svědčí také odlišná působnost. Zatímco působí poměrné protažení přímkově a nezávisí na žádné myšlené ploše, je napětí vztaženo vždy k určité ploše. Poměrné protažení má přímkovou působnost, napětí je plošnou silovou veličinou, která nemá na délkovou deformaci přímý vliv.

2. Deformační napjatost

V mechanice, která vychází z korpuskulární stavby hmoty se předpokládá, že při zvětšování původní vzdálenosti dvou atomů a_0 vzniká mezi nimi síla přitažlivá, při jejím zmenšování síla odpudivá (obr. 4). Nemění-li se vzdálenost atomů nemůže mezi nimi síla vzniknout. Cottrell [2] dochází k závěru, že je tato závislost lineární. V takovém případě by pro sílu f platilo

$$f = c_k . u, \qquad (2)$$

kde je:

u ... změna vzdálenosti dvou atomů,

c_k ... součinitel úměrnosti.

Z této rovnice by vyplývalo, že vzniklá síla působí přímkově mezi středy atomů. Taková představa vychází z idealizace tělesa (v tomto případě atomu) hmotným bodem a soustředění silového působení do jednoho paprsku. Ve skutečnosti má atom nejen svou hmotnost, ale i objem. V mechanice se zjednodušuje jeho tvar kulovým prvkem, v jehož středu je jádro, kolem kterého tvoří pohybující se elektrony elektronový oblak. Silové působení mezi atomy je elektromagnetické povahy. Elektromagnetické pole vzniká vzájemným působením mezi kladně nabitými částicemi jádra - protony a pohybujícími se záporně nabitými elektrony. Mezi náboji stejného znaménka vznikají síly odpudivé, mezi náboji různého znaménka síly přitažlivé. Výsledným účinkem změny elektromagnetického pole je silové působení jehož intenzita je kladná ve směru kladné poměrné délkové změny a záporná ve směru záporného poměrného protažení.

Pevná tělesa jsou obvykle krystalická. Kolem daného atomu je větší počet blízkých atomů. Na příklad v krystalické látce s kubickou plošně centrovanou strukturou má každý atom 12 stejně vzdálených sousedů (obr. 5). Deformací se změní elektromagnetické pole tak, že na daný atom účinkuje spojitým silovým působením, a to v oblasti zvětšení hustoty elektronového oblaku (poměrného délkového zkrácení) odpudivým, v oblasti zmenšení hustoty elektronového oblaku (poměrného protažení) přitažlivým. Deformaci skupiny nejbližších atomů a daného atomu je možno považovat za podobnou s deformací jednoho atomu. Silové působení, které vyvozuje deformaci atomu a jeho nejbližších sousedů účinkuje obdobně i na deformaci makroskopického malého kulového prvku. Nazýváme je deformační silové působení a pro jeho intenzitu zavádíme název deformační napětí a označení ϑ.

Na výseč kulového prvku omezenou prostorovým úhlem $d\Omega$ účinkuje spojité deformační silové působení deformační silou dD (obr. 6c). Výhodné je vyjádřit deformační sílu jako sílu působící na kulovou povrchovou plochu výseče dA_{sf}. Deformační napětí pak definujeme jako diferenciální podíl deformační síly a sférické plochy $dA_{sf} = r^2 d\Omega$. Pro odvození základních vztahů teorie deformační napjatosti je výhodné vycházet z kulového prvku jednotkového poloměru, kdy se délková změna poloměru prvku číselně rovná poměrnému protažení, a kdy je $dA_{sf} = d\Omega$. Deformační napětí je pak

$$\vartheta = dD/dA_{sf} = dD/d\Omega \ [N/mm^2]. \tag{3}$$

Na rozdíl od síly f v rovnici (2), která je silou kumulující silové působení na průřezovou plochu atomem A_1 (obr. 4), je deformační napětí vztaženo k přímce, stejně jako poměrné protažení. Deformační napětí je lineárně závislé na poměrné délkové změně.

$$\vartheta = c.\varepsilon, \tag{4}$$

kde je: c součinitel proporcionality.
Pomocí rozšířeného Hookeova zákona se vyjádří poměrné protažení v libovolném směru od daného bodu jednoose namáhaného tělesa daného směrovým úhlem φ (obr. 6a) rovnicí

$$\varepsilon_{\varphi} = \sigma_1 \ [(1+\nu)\cos^2\varphi - \nu]. \tag{5}$$

Rovnice (4) a (5) dávají po zavedení $\varepsilon_1 = \sigma_1 / E$ deformační napětí v obecném směru jednoose namáhaného tělesa

$$\vartheta_{\varphi} = c\sigma_1 \ [(1+\nu)\cos^2\varphi - \nu] / E . \tag{6}$$

Superponováním deformačních napětí vyvozených hlavními napětími a zavedením sférických souřadnic φ, ψ se získá rovnice deformačního napětí v obecném směru tříose namáhaného tělesa

$$\vartheta_{\varphi\psi} = (c/E)\{\sigma_1[(1+\nu)\cos^2\varphi - \nu] + \sigma_2[(1+\nu)\sin^2\varphi\cos^2\psi - \nu] + \sigma_3[(1+\nu)\sin^2\varphi\sin^2\psi - \nu]\}. \tag{7}$$

Obrázek 6a je schématem deformace jednoose taženého prvku, obrázek 6b ukazuje deformační silové působení na prvek. Výhodné je znázornit poměrné protažení i deformační napjatost křivkami deformace a deformační napjatosti. Na obr. 6e je vykreslena křivka deformační napjatosti, která je grafickým znázorněním rovnice (6) v polárních souřadnicích ϑ_{φ}, φ. Z obou rovnic, (5) a (6) je zřejmé, že křivky deformace a deformační napjatosti jsou geometricky podobné.

Jestliže vyjmeme polovinu kulového prvku z namáhaného tělesa (obr. 6c), musí být zachována rovnováha sil. Hlavní vnitřní síla F_1 působící na průřezovou plochu A_1 musí být v rovnováze s plošným silovým účinkem deformačního silového působení na polovinu kulového prvku nad touto průřezovou plochou. Na elementární sférickou plošku dA_{sf} (obr. 6c) působí deformační síla dD_{φ} působící na plochu A_1 redukovanou hodnotou $dF_{\varphi} = dD_{\varphi} cos\varphi$. Rozkladem síly dF_{φ}, která je již plošnou silou se získá její normálová složka dN_{φ} a složka tangenciální dT_{φ}. Výslednicí tangenciálních složek je nulová síla, takže výslednice normálových složek elementárních vnitřních sil dF_{φ} musí být v rovnováze se silou F_1 působící na plochu A_1 z její druhé strany

$$F_1 = \int_{(2\pi)} \vartheta_{\varphi} \cos^2\varphi \, dA_{sf}. \tag{8}$$

V případě jednoosé napjatosti i v jiných případech, kdy je $\sigma_2 = \sigma_3$, má deformační napětí ve směru vyjádřeném směrovým úhlem φ po celém obvodu kulového pásu šířky $d\varphi$ stejnou hodnotu. Poloměr obvodu pásu je v kulovém prvku jednotkového poloměru $1.sin\varphi$, takže je možné položit $dA_{sf} = 2\pi \, d\varphi \, sin\varphi$. Rovnice (8) tak získá tvar

$$F_1 = 2\pi \int_0^{\pi/2} \vartheta_{\varphi} \cos^2\varphi \sin\varphi d\varphi. \tag{9}$$

3. Podmínky lineární pružnosti

Ve dvouose tlačeném tělese, kde je $\sigma_2 = \sigma_3 < 0$, $\sigma_1 = 0$, je také $F_1 = 0$, takže položením $\vartheta_{\varphi\psi}$ z rovnice (7) do rovnice (9) je po úpravě

$$\int_0^{\pi/2} [(1 + \nu) \sin^2\varphi - 2\nu] \sin\varphi \cos^2\varphi d\varphi = 0. \tag{10}$$

V této rovnici je jedinou neznámou Poissonův součinitel. Jeho hodnota pro lineárně pružná tělesa ν_{el} se získá řešením rovnice:

$$4c\sigma_2 \pi(1 - 4\nu) = 0 \text{ a odtud } \quad \nu_{el} = 0,25.$$

Z deformační napjatosti vychází:

Jediná hodnota Poissonova součinitele lineárně pružných těles je

$$\nu_{el} = 0,25. \tag{11}$$

Hodnotu blízkou ν_{el} mají některé křehké materiály, jako je sklo, litina, křehká ocel nebo některé minerály, které je možno považovat za lineárně pružné. Vyšší hodnoty ν_{el} jsou obvykle projevem plasticity, nižší hodnoty důsledkem pórovitosti a nestejnorodosti.

Hodnota součinitele proporcionality c v rovnici (4) se získá z rovnice (9), do níž se dosadí ϑ_{φ} z rovnice (6), zavede se $\nu_{el} = 0,25$ a položí se $F_1 = \pi\sigma_1$

$$E/2c = \int_{(2\pi)} [1,25\cos^2\varphi - 0,25] \cos^2\varphi \sin\varphi \, d\varphi.$$

Řešením se získá

$$c = 3E, \tag{12}$$

takže rovnice (4) má po dosazení tvar

$$\vartheta = 3E\varepsilon \qquad (13)$$

Tuto lineární závislost mezi deformačním napětím a poměrným protažením nazýváme *Princip proporcionality*. Je možno ho vyjádřit větou:

V libovolně namáhaném lineárně pružném tělese je deformační napětí úměrné poměrné délkové změně.

Deformační napětí je veličinou napjatosti příbuznou základní veličině deformace - poměrné délkové změně. Pro oblast teorie pružnosti, která vychází z napjatosti popsané deformačním napětím se zavádí název teorie deformační napjatosti.

V současnosti se považuje za lineárně pružné těleso, jehož pracovní diagram odpovídá Hookeovu zákonu, podle kterého je v pružném materiálu poměrné protažení ve směru hlavní osy jednoose namáhaného tělesa úměrné napětí. Teorie deformační napjatosti doplňuje tuto podmínku lineární pružnosti hodnotou Poissonova součinitele $\nu_{el} = 0{,}25$. Dále je výhodné nahradit lineární závislost mezi napětím a poměrným protažením $\sigma_1 = E\varepsilon_1$ v jednoose namáhaném tělese rovnicí proporcionality platnou pro obecný směr při obecné napjatosti $\vartheta = 3E\varepsilon$.

Podmínka pružnosti těles vycházející z teorie deformační napjatosti je pak:

1. Ve všech směrech od libovolného bodu tělesa je poměrné protažení lineárně závislé na deformačním napětí podle rovnice $\vartheta = 3E\varepsilon$.

2. Součinitel příčné deformace (Poissonův součinitel) je $\nu_{el} = 0{,}25$.

4. Vnitřní síla a její reakce kumulují úplnou deformační napjatost

Obrázek 7 ukazuje schéma deformační napjatosti kulového prvku v jednoose taženém tělese. Na obrázku 7a je schéma silového působení na průřezovou plochu prvkem A kolmou k ose x_1. Výsledná síla F_1 je výslednicí kladného i záporného silového působení, tudíž také kladné a záporné části vnitřní síly

$$F_1 = F_{1(+)} + F_{1(-)}. \qquad (14)$$

Také hlavní napětí je součtem své kladné a záporné části

$$\sigma_1 = \sigma_{1(+)} + \sigma_{1(-)}. \qquad (15)$$

Na protažení prvku a v mezním stavu napjatosti na jeho přetržení má však vliv pouze kladná část silového působení vyvozující protažení. Záporným silovým působením se prvek příčně stlačuje bez přímého vlivu na porušení. Není-li plocha kolmá k některé hlavní ose, působí na ni výsledné napětí šikmo (obr. 7b). V tomto případě obvykle vyjadřujeme rovnováhu sil vzhledem k průřezové ploše pomocí normálových a tangenciálních složek *(N, T)* výsledné síly *F*. Ze znázornění napjatosti na kulovém prvku je zřejmé, že výsledná síla *F* zahrnuje veškeré silové působení na polovinu prvku, takže nemůže být přímo závislá na poměrném protažení, jehož velikost i smysl se v rozsahu poloviny prvku spojitě mění.

Jestliže zvolíme průřezovou plochu rovnoběžnou s první hlavní osou, má k ní vztažená vnitřní síla F_2 nulovou hodnotu (obr. 7c). To znamená, že kladná část vnitřní síly $F_{2(+)}$ vyvozená kladným deformačním silovým působením na polovinu prvku nad průřezovou plochou je v rovnováze se zápornou částí vnitřní síly $F_{2(-)}$ vyvozenou záporným deformačním silovým působením

$$F_2 = F_{2(+)} + F_{2(-)} = 0. \qquad (16)$$

Ačkoliv má poměrná délková změna ve směru osy x_2 nenulovou hodnotu $\varepsilon_2 = -0{,}25\varepsilon_1$, je napětí ve stejném směru nulové.

5. Teorie porušení maximálním efektivním napětím DSSf

Je nesporné, že porucha vzniká překročením určitého mezního stavu prostorové napjatosti, kterou je možno definovat pouze úplným tenzorem napětí, tedy všemi jeho složkami. Přesto používá většina hypotéz porušení pro kritérium vzniku poruchy pouze jeho jednotlivé složky, normálové nebo tangenciální. K těmto i jiným hypotézám popsaným v odborné literatuře jsou vesměs uvedeny i důvody, proč je nelze obecně použít pro vyšetření mezního stavu únosnosti tříose namáhaných těles. Teorie porušení DSSf (deformation stress state fracture theory) vychází z teorie deformační napjatosti. Není tudíž hypotézou, ale teorií. Vychází z následujících skutečností:

- Z nesčetných zkoušek vyplývá, že je poruchová trhlina vždy kolmá k hlavní ose maximálního protažení. To znamená, že může destrukce vzniknout pouze přetržením tělesa. Předpoklad o vzniku poruchy usmyknutím nebo rozdrcením smykovým nebo tlakovým napětím je chybný.

- Na vznik poruchy má vliv pouze kladná část deformačního silového působení provázená kladnou prostorovou deformací. Záporná část deformační napjatosti působící na stlačení nemá na vznik poruchy přímý vliv.

- Trhlina se realizuje v rovině kolmé ke směru maximálního protažení. Z toho je zřejmé, že musí vzniknout účinkem plošné síly, tudíž napětím. Na protažení a v mezním stavu únosnosti na vzniku trhliny se však podílí pouze její kladná část $\sigma_{1(+)}$, pro kterou je zaveden název efektivní napětí Φ. Pro kladnou část maximální vnitřní síly $F_{1(+)}$ se používá název efektivní síla F_Φ. Rovnice efektivního napětí se získá z rovnice (2.7), v níž se omezí prostorový úhel působnosti deformačních napětí vzhledem k dané průřezové ploše $(A = \pi)$ na prostorový úhel kladného deformačního silového působení $\Omega_{(+)}$

$$\Phi = (1/\pi) \int_{\Omega(+)} \vartheta_\varphi \cos^2\varphi \, d\Omega . \qquad (17)$$

- Efektivní napětí je ukazatelem stupně napjatosti. V lineárně pružném materiálu vznikne porucha při jakékoliv prostorové napjatosti překročením stejné maximální hodnoty efektivního napětí, efektivní pevnosti f_Φ. Efektivní pevnost je mezní kladná část výsledného napětí vzhledem k ploše kolmé k hlavní ose maximálního protažení. Získá se přepočtem z pevnosti v jednoosém tahu nebo tlaku získané zkouškami. Kritérium porušení teorie DSSf je vyjádřeno větou:

Porucha nastane v tom bodě tělesa, v němž maximální efektivní napětí Φ_{max} dosáhne efektivní pevnosti f_Φ.

Z kritéria vyplývá mezní podmínka

$$\Phi_{max} < f_\Phi . \qquad (18)$$

Obrázek 8 znázorňuje vznik poruchy v prvku namáhaném dvouosým tlakem. Na plochu A_1 působí kladná část vnitřní síly $F_{1(+)}$, tedy efektivní síla F_Φ vyvozená deformačním silovým působením v rozsahu prostorového úhlu kladných deformací $\Omega_{(+)}$. Zbývající část objemu poloviny prvku nad plochou je namáhána záporným deformačním působením vyvozujícím stejně velkou opačně orientovanou zápornou část vnitřní síly $F_{1(-)}$. V obr. 8b je znázorněna dpovídající křivka deformačního napětí při vzniku trhliny.

Obrázek 9 ukazuje deformační silové působení při různém namáhání kulového prvku – dvouosém tlaku, jednoosém tahu a všesměrném tahu. Kladná část deformační napjatosti dvouose tlačeného prvku (obr. 9a) je omezená kuželovou plochou nulového deformačního napětí $\vartheta = 0$, která je i plochou nulového poměrného protažení. Úhel nulového deformačního napětí je $\varphi_0 = 39,2°$. Obrázek současně vysvětluje, proč se při dvouosém tlaku těleso přetrhne ve směru nulového napětí. Příčinou je skutečnost, že se hodnota kladné části vnitřní síly rovná absolutní hodnotě její záporné části rov. (15). Vnitřní síla je tedy nulová, její kladná část, efektivní síla, však může dosáhnout při zvyšování zatížení hodnotu na mezi pevnosti, při níž se efektivní napětí Φ rovná efektivní pevnosti f_Φ.

Malá schémata u obrázků ukazují, že při stejně velkém maximálním deformačním napětí ϑ_1 (tedy i stejném maximálním protažení ε_1) je efektivní síla F_Φ nejmenší při dvouosém tlaku, největší při rovnoměrném všesměrném tahu. Z toho plyne, že při dosažení efektivní pevnosti f_Φ je poměrné protažení největší při dvouosém tlaku, kdy je úhel φ_0 nejmenší a nejmenší při všesměrném tahu, kdy je prvek namáhán pouze kladným deformačním působením, takže je úhel účinnosti kladného deformačního napětí φ_z největší ($90°$). Obrázky (9) ukazují mimo jiné též jednoduchost fyzikálního mechanizmu porušení, ze kterého vychází teorie porušení maximálním efektivním napětím. Ve zcela odlišných případech napjatosti (dvouosý tlak, jednoosý tah, všesměrný tah) je mechanizmus porušení stejný. Při stejné jednoosé pevnosti materiálu závisí jeho víceosá pevnost na velikosti prostorového úhlu účinnosti kladné (efektivní) části maximálního napětí. Materiálové vlastnosti se projeví při obecném namáhání obdobně jako při zkoušce jednoosé pevnosti.

V článcích [4], [5] jsou odvozeny z rovnice (17) základní rovnice teorie porušení DSSf.

Pro jednoduchý případ tříosé napjatosti, kdy je $\sigma_2 = \sigma_3 < \sigma_1$ je odvozena rovnice

$$F = 1{,}2(\sigma_1 - 0{,}5\sigma_2)(1 - \cos^5\varphi_0) + 0{,}3(3\sigma_2 - \sigma_1)[2/3 - \cos^3\varphi_0(2/3 + \sin^2\varphi_0)], \tag{19}$$

kde je

$$\cos^2\varphi_0 = 0{,}2\ (\sigma_1 - 3\sigma_2)/(\sigma_1 - \sigma_2). \tag{20}$$

6. Výpočet pevnosti víceose namáhaných těles pomocí teorie porušení DSSf

Praktické příklady výpočtu víceosé pevnosti a stupně bezpečnosti jsou uvedené v monografii [5]. Vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku se zde uvádí pouze jeden příklad:

Příklad:

Tyč ze skla je při Bridgmanově zkoušce (obr. 1) namáhána postupně rostoucím tlakem kapaliny. Při tlaku 260 MPa se tyč přetrhla ve směru nulového napětí. Máme vyšetřit pevnost skla tyče v jednoosém tahu.

Řešení:

Tyč je namáhána na mezi pevnosti dvouosým tlakem $\sigma_{2u} = \sigma_{3u} = -260\ MPa$. Rovnice (20) dává $\cos\varphi_0 = 0{,}775$. Efektivní pevnost pak získáme dosazením do rov. (19)

$$f_\Phi = 1{,}2(\sigma_1 - 0{,}5\sigma_2)(1 - \cos^5\varphi_0) + 0{,}3(3\sigma_2 - \sigma_1)[2/3 - \cos^3\varphi_0(2/3 + \sin^2\varphi_0)] = 72{,}50\ MPa.$$

Pro jednotkové jednoosé napětí je podle rov. (20) $\cos^2\varphi_0 = 0{,}2$ a dosazením do rov. (19) je efektivní napětí pro $\sigma_{1(1)} = 1$

$$\Phi_{(1)} = 1{,}018\ MPa$$

Pro pevnost v jednoosém tahu platí

$$f_t/\sigma_{1(1)} = f_\Phi/\Phi_{(1)} = 72{,}50/1{,}018 = 71{,}2\ MPa.$$

Při přetržení skleněné tyče byla její pevnost v jednoosém tahu $\underline{f_t = 71{,}2\ MPa}$.

7. Literatura

[1] Bridgman, P.W. (1954) The Physics of High Pressure, kapitola 4. G. *Bell and sons LTD, London.*

[2] Cottrell, A.H. (1964) The Mechanical Properties of Matter. *J. Wiley and sons, Inc. New York, London, Sydney.*

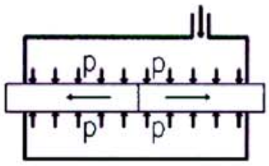
[3] Ducháček, J. a kol. (1963) Statika stavebních konstrukcí, technický průvodce, *SNTL Praha.*

[4] Skokánek, J. (2005) Deformation Stress State of Elastic Bodies. *Acta Polytechnica 1/2005*

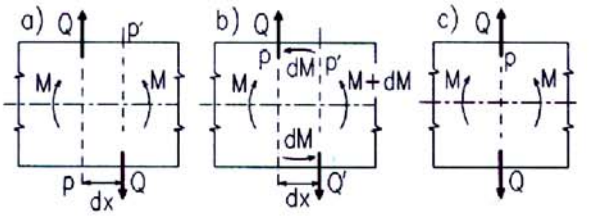
[5] Skokánek, J., Novotný, P. (2005) Teorie deformační napjatosti, *Monografie č. ISB80-213-4, Česká zemědělská universita Praha.*

8. Obrázky

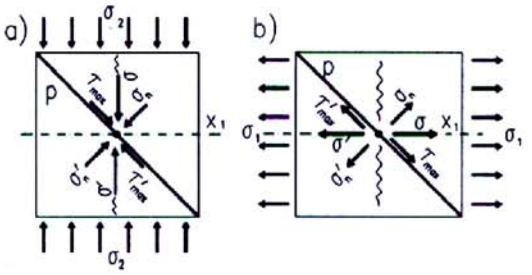
Obr.1



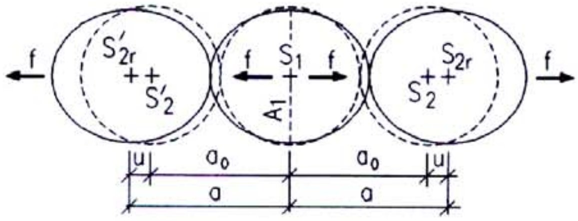
Obr.2



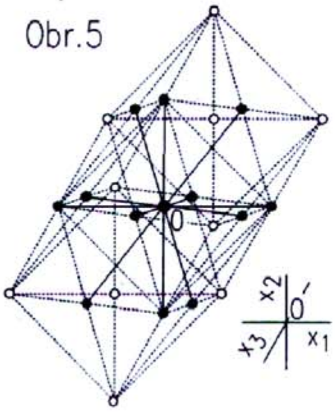
Obr.3



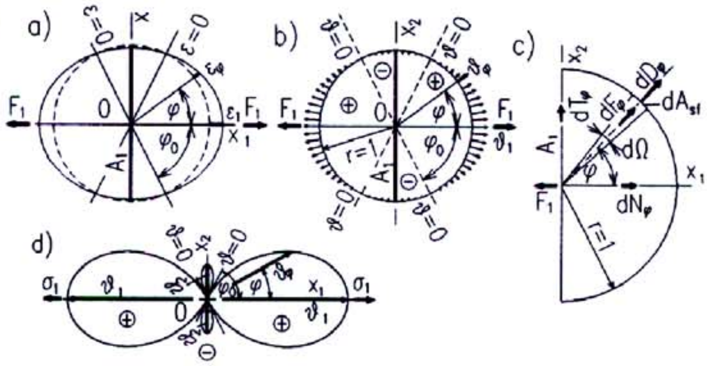
Obr.4



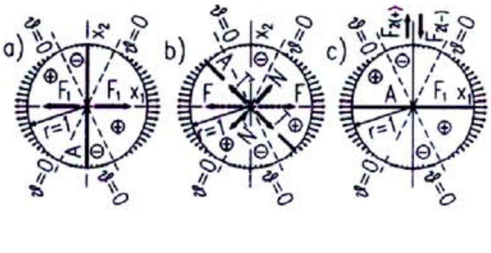
Obr.5



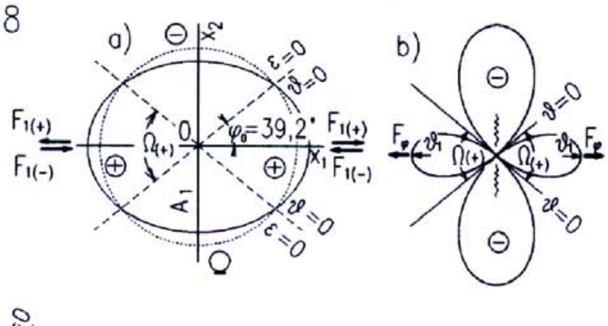
Obr.6



Obr.7



Obr.8



Obr.9