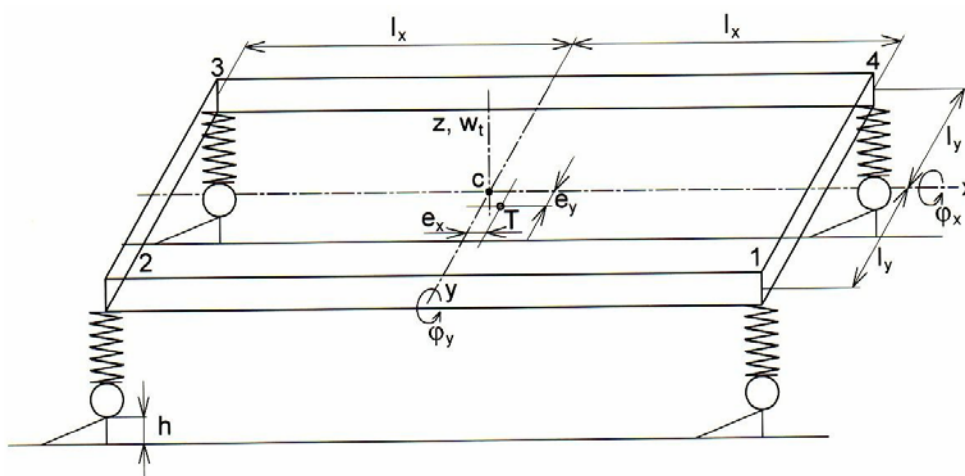


INVESTIGATION OF INFLUENCE OF ASYMMETRY IN CASE OF THE VIBRATION OF A RESILIENTLY SUPPORTED PLATE – APPLICATION ON THE VIBRATION OF VEHICLE V

J. Volek, J. Soukup¹

Summary: *As in case of previous papers published on conference IM 2000, - 2003 the influence of asymmetry at oscillating three-dimensional resiliently beared body, rigid plate, forced by kinematical excitation was investigated. They are compared the fully symmetrical (two axes of symmetry) partly symmetrical (one axis of symmetry, centric symmetry) and the fully asymmetrical cases.*

Na konferencích IM 2000 – 2004 byly publikovány příspěvky [3] postupného systematického vyšetřování kmitání – vertikálních posuvů a natočení kolem centrálních os setrvačnosti tuhé desky pružně uložené (doplněné analýzou vlivu tlumení [3]), resp. tří tuhých desek pružně uložených a pružně vázaných [2]) jako modelů různých vozidel kolejových, event. i silničních, při uvažování vlivu nesymetrie soustavy a jejího buzení.



Obr. 1

Pohybové rovnice takových numerických soustav mají v maticové formě tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}_i + \mathbf{B}\dot{\mathbf{y}}_i + \mathbf{K}\mathbf{y}_i = \mathbf{F}_i(t) \quad (1)$$

kde matice hmotnosti \mathbf{M} , tuhosti \mathbf{K} a tlumení \mathbf{B} jsou symetrické, neplné, čtvercové, řádu p – počet stupňů volnosti, $\mathbf{y}_i(t)$ je zobecněná souřadnice, $\mathbf{F}_i(t)$ je zobecněná budící funkce. Uvedená soustava obyčejných diferenciálních nehomogenních rovnic je řešena analyticky

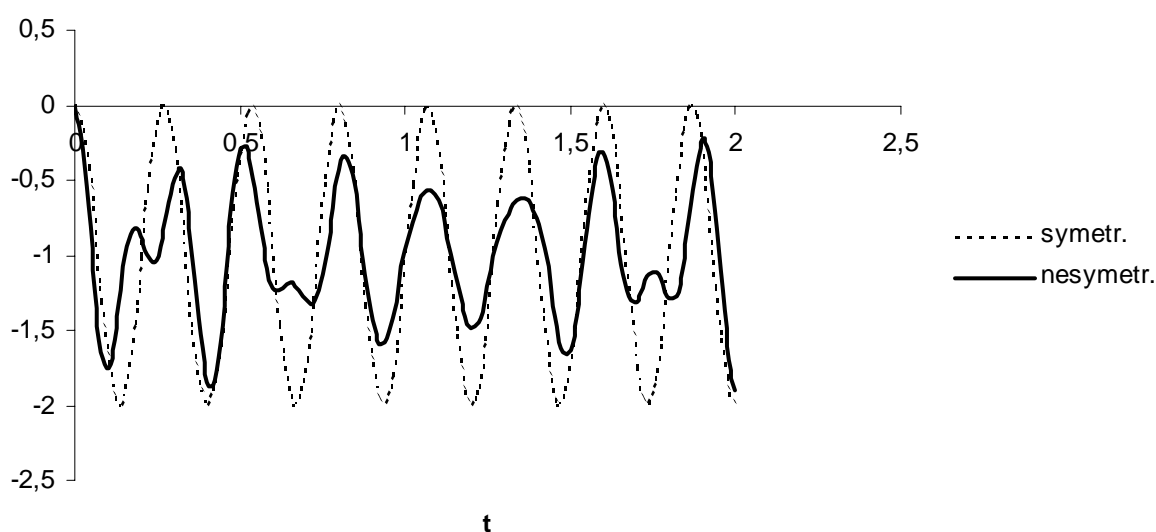
¹ PhDr. Ing. Jan Volek, Doc. Ing. Josef Soukup, CSc., Ústav techniky a řízení výroby, Universita J. E. Purkyně v Ústí n. L., Na Okraji 1001, 400 96 Ústí n. L.; e-mail: soukupj@utrv.ujep.cz

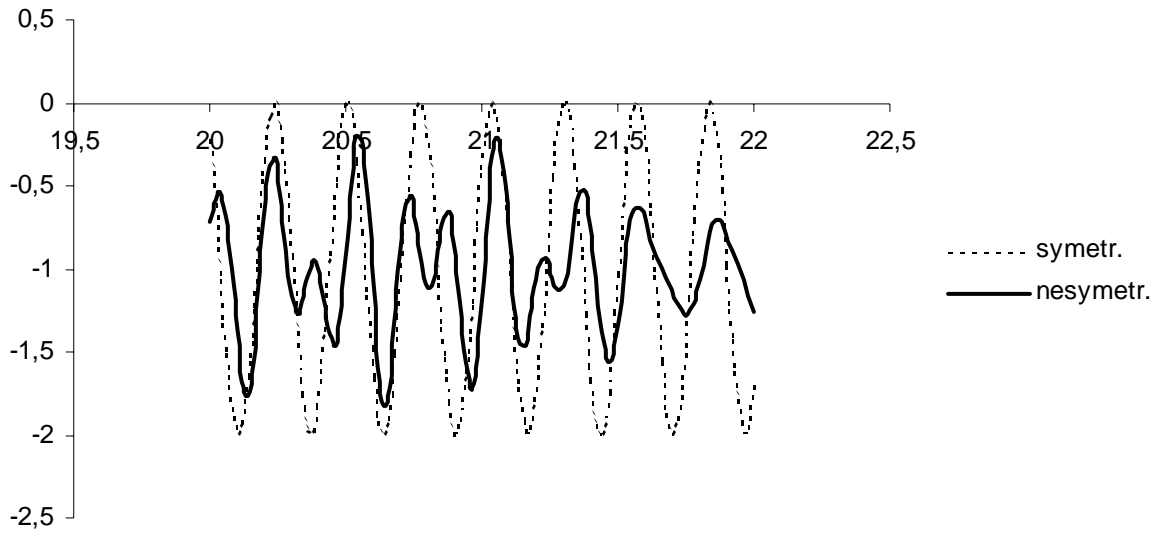
aplikací Laplaceovy integrální transformace. Pro zpětnou transformaci je nutno řešit frekvenční algebraickou rovnicí stupně $n = 2p$, tj. dvojnásobku počtů stupňů volnosti soustavy, což je nejkomplicovanější část celého řešení. Byla proto navržena metoda, která splňuje požadavky při analýze kmitání mechanických soustav s nižším počtem stupňů volnosti, asi $p = 10$ [4].

Metoda využívá vazbu kořenů frekvenčních rovnic pro netlumené a podkriticky viskózně tlumené kmitání, dále možnost rozložení frekvenčního polynomu na součin kvadratických polynomů, které vzniknou součinem kořenových činitelů : v případě netlumeného kmitání sdružených imaginárních kořenů, v případě tlumeného kmitání komplexně sdružených kořenů. Dále využitím některých postupů metody syntetického dělení se převede řešení algebraické rovnice n -tého stupně sdruženými imaginárními kořeny, resp. s komplexně sdruženými kořeny na numerický výpočet některých reálných kladných kořenů rovnice s parametrem stupně $n - 3$. Při řešení frekvenční rovnice pro tlumené kmitání (komplexně sdružené kořeny) je třeba znát řešení frekvenční rovnice pro netlumené kmitání (sdružené imaginární kořeny).

Tato metoda byla nejdříve použita při řešení jednoduchého modelu vozidla o třech stupních volnosti – viz obr. č. 1, bez tlumení, s nesymetrií způsobenou excentrickou polohou těžiště e_x , e_y od os geometrické symetrie, při symetrickém kinematickém buzení současným skokem všech kol z klínů jednotkové výšky h . Vyhodnocení dříve odvozených vztahů [1], např. pro výpočet vertikálního posuvu těžiště $z(t)$ –viz grafy

$$\frac{z(t)}{h} = \frac{4K}{m} \left\{ \left[B_{z0} - \frac{e_y}{i_x^2} B_{z0x} + \frac{e_x}{i_y^2} B_{z0y} \right] \cdot \frac{\cos \omega_z t - 1}{\omega_z^2} + \sum_{i=1}^3 \left[B_{zzi} + \frac{e_y}{i_x^2} B_{zxi} - \frac{e_x}{i_y^2} B_{zyi} \right] \cdot \frac{\cos \omega_i t - 1}{\omega_i^2} \right\} \quad (2)$$





kde koeficienty B jsou funkcemi frekvencí [1]. Vliv nesymetrie je zřejmý. Dále byly vyšetřovány úhly natočení $\varphi_x(t)$ a $\varphi_y(t)$ kolem centrálních os setrvačnosti, kombinace vlivu nesymetrie soustavy a vlivu nesymetrie kinematického buzení vlivem nerovnosti povrchu různého tvaru při jejich různé následnosti pro různé modely vozidel.

$$\varphi_x(t) = \frac{4K \cdot h}{(1 - A_\varphi) \cdot m} \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{e_y}{i_x^2} A_{xxi} - \frac{e_x}{i_y^2} A_{xyi} + A_{xzi} \right] \cdot \frac{\cos \omega_i t - 1}{\omega_i^2} \quad (3)$$

$$\varphi_y(t) = \frac{4K \cdot h}{(1 - A_\varphi) \cdot m} \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{e_y}{i_x^2} A_{yxi} - \frac{e_x}{i_y^2} A_{yyi} + A_{yzi} \right] \cdot \frac{\cos \omega_i t - 1}{\omega_i^2} \quad (4)$$

Význam vlivu nesymetrie na kmitání vozidla se projeví především při vyšetřování vertikálních posuvů v místě pružného uložení desky – vozidla. Vertikální posuv v obecném bodě desky je dán vztahem

$$w_i(x_i, y_i, z_i) = z(t) + x_i \varphi_y(t) - y_i \varphi_x(t) \quad (5)$$

Vertikální posuvy v bodech 1 až 4 jsou určeny vztahy

$$w_1(t) = z(t) + (l_x - e_x) \cdot \varphi_y(t) - (l_y - e_y) \cdot \varphi_x(t)$$

$$w_2(t) = z(t) - (l_x + e_x) \cdot \varphi_y(t) - (l_y - e_y) \cdot \varphi_x(t)$$

$$w_3(t) = z(t) - (l_x + e_x) \cdot \varphi_y(t) + (l_y + e_y) \cdot \varphi_x(t)$$

$$w_4(t) = z(t) + (l_x - e_x) \cdot \varphi_y(t) + (l_y + e_y) \cdot \varphi_x(t)$$

Časové průběhy posuvů v jednotlivých bodech ukazují následující grafy :

Je třeba zdůraznit, že časové změny vertikálních posuvů v místě pružného uložení desky 1 až 4 odpovídá časová změna kolových tlaků vozidla.

Dále byly vyšetřovány kombinace vlivu nesymetrie uspořádané soustavy a vlivu nesymetrie kinematického buzení vlivem nerovnosti povrchu různého tvaru při různé následnosti pro různé modely vozidel.

Analýza vlivu nesymetrie umožňuje posouzení vhodnosti použití některých modelů vozidla, např. jednorozměrných (s jednou a více hmotami pružně vázanými v jednosměrné, vertikální řetězce), rovinných a prostorových. Dále dává podklady pro posouzení časové změny kolových tlaků, resp. adheze, opotřebení pneumatik, stability a bezpečnosti jízdy.

Problém je řešen za finanční podpory grantu GA ČR 101/05/2371.

Literatura :

- [1] Volek, J., et.all.: *Investigation of influence of asymmetry in case of the vibration of resiliently supported plate – application on the vibration of vehicle I, II, III, IV.* In.: Proceedings from the International Conference of Engineering Mechanics, Svratka 2000, 2001, 2002, 2003
- [2] Volek, J., Soukup, J.: *Investigation of influence of asymmetry in the case of vibration of resiliently supported and coupled three rigid plates - application on the vehicle vibration I.* In.: Proceedings from the International Conference of Engineering Mechanics, Svratka 2004
- [3] Volek, J., Soukup, J., Skočilasová, B.: *Kmitání prostorově pružně uložené tuhé desky s uvažováním vlivu nesymetrie, viskózního tlumení a obecné funkce buzení I.* Bulletin vědeckých, výzkumných a pedagogických prací ústavu za r. 2003 – 2004. ÚTRV UJEP Ústí n. L., 2005 (v tisku)
- [4] Volek, J., Soukup, J., Šimsová, J., *O jednom řešení některých algebraických rovnic stupně $n = 2p$, tzv. frekvenčních rovnic kmitání mechanických soustav o dvou a více stupních volnosti.* In.: Konference Dynamika tuhých a deformovatelných těles, ÚTRV UJEP, Ústí nad Labem, 2004