INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

FE ANALYSIS OF GROWING CRACK OF FIBER REINFORCED COMPOSITES SPECIMEN WITH CHEVRON NOTCH UNDER THREE POINT BENDING

T. Vysloužil[1] **M. Kotoul**[2]

Summary: *In this paper is solved a 3D analysis of growing crack of the chevron notched three-point-bending specimen. On macroscale the specimen body is modeled as an elastic homogenous and transversally isotropic material whose elastic constants are obtained by a homogenization procedure. In ceramics reinforced by elastic fibers a crack bridging mainly cause the toughening. This mechanism increases in some extent behind the crack tip along the process zone wake and, as a consequence, the crack growth resistance rises as the crack propagates and leaves the wake. This problem is solved in program system* $ANSYS$ *and* $MAPLE$.

1. Úvod

Příspěvek navazuje na (Vysloužil & Kotoul, 2005). Zabývá se MKP analýzou růstu trhliny ve vzorku s vrubem typu chevron zatíženém tříbodovým ohybem (obr. 1). Materiál vzorku je vláknový kompozit s křehkou matricí. Trhlina, vycházející z chevron vrubu, je přemostěna elastickými vlákny. Při rozevírání trhliny jsou vlákna postupně vytahována z matrice, což je příčinou vzniku mostícího napětí na lících trhliny. Velikost mostícího napětí je závislá na posunutí líce trhliny podle modelu Budianského (Budiansky & Cui, 1994). Jakmile velikost napětí ve vláknu dosáhne meze pevnosti, dojde k porušení vláken a snížení zavíracího účinku mostícího napětí a také hodnoty mostícího faktoru intenzity napětí K_{Ibr}. V případě, že lokální faktor intenzity napětí $K_{Iloc} = K_{Iappl} - K_{Ibr}$ dosáhne hodnoty lomové houževnatosti matrice K_{ICM}, dojde k růstu délky trhliny v kompozitu. V příspěvku je řešeno šíření trhliny a zjišťována zatěžující síla a průhyb vzorku a posunutí líců trhliny. Výsledkem je simulace R-křivky pro daný vzorek kompozitu a odhad kritické hodnoty aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} pro nestabilní šíření trhliny.

2. Výpočty v programovém systému ANSYS

V konečnoprvkovém systému $ANSYS$ byl vytvořen trojrozměrný numerický model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb (obr. 2). Materiál vzorku vláknového kompozitu je příčně izotropní. Pro vláknový kompozit byly vypočteny výsledné elastické charakteristiky (Hyer & Wass, 2000) a proveden výpočet Barnettova-Lotheho tenzoru **L** (Barnett & Lothe,

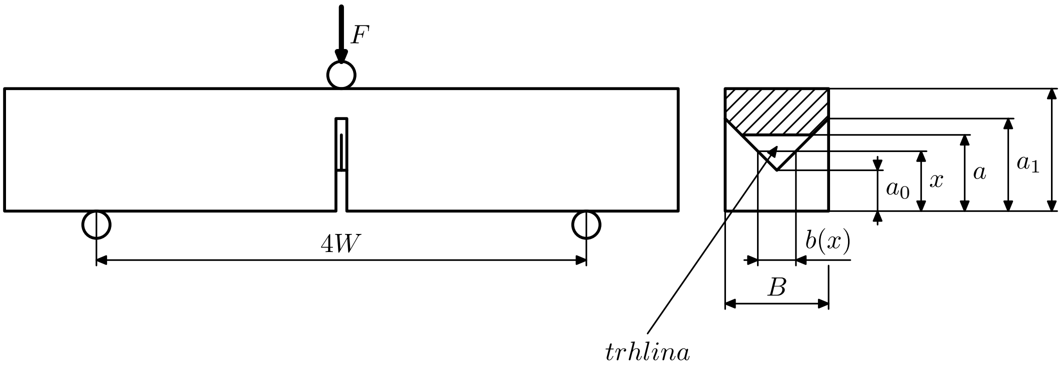
[1] Ing. Tomáš Vysloužil, Ph.D.: Katedra strojů a mechaniky, Ústav techniky a řízení výroby, Univerzita Jana Evangelisty Purkyně; Na okraji 1001, 400 96, Ústí nad Labem, tel.: +420-475 285 524, e-mail: vyslouzil@utrv.ujep.cz

[2] Prof. RNDr. Michal Kotoul, DrSc.: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno, tel.: +420-541 142 889; e-mail: kotoul@fme.vutbr.cz

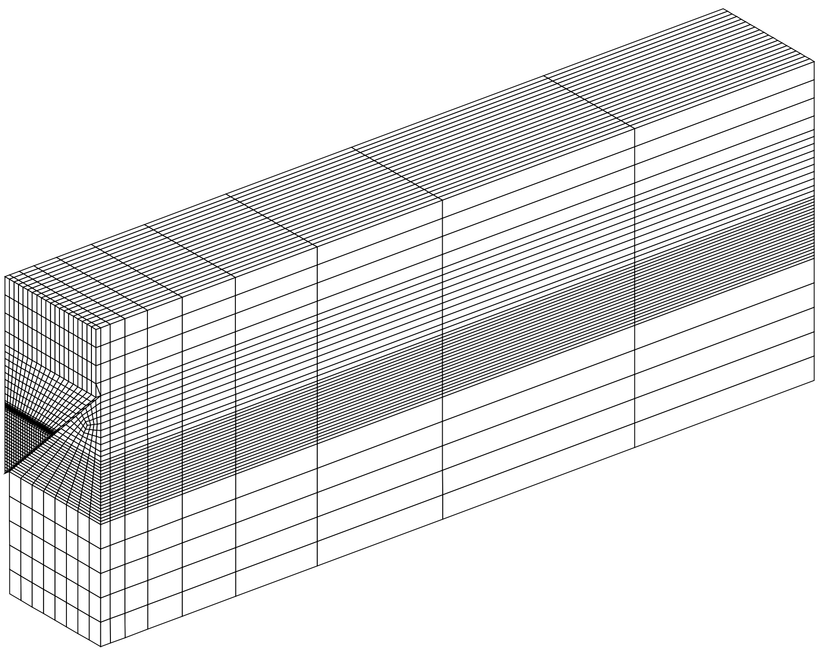
1973), který je používán pro výpočet faktoru intenzity napětí K_I z posunutí líců za vrcholem trhliny

$$\mathbf{k} = \sqrt{\frac{\pi}{2r}}\mathbf{L}\mathbf{u}, \tag{1}$$

kde $\mathbf{k}$ je vektor s komponentami K_{II}, K_I a K_{III} (právě v tomto pořadí), $\mathbf{u}$ je vektor posunutí uzlu a r je vzdálenost uzlu od čela trhliny.



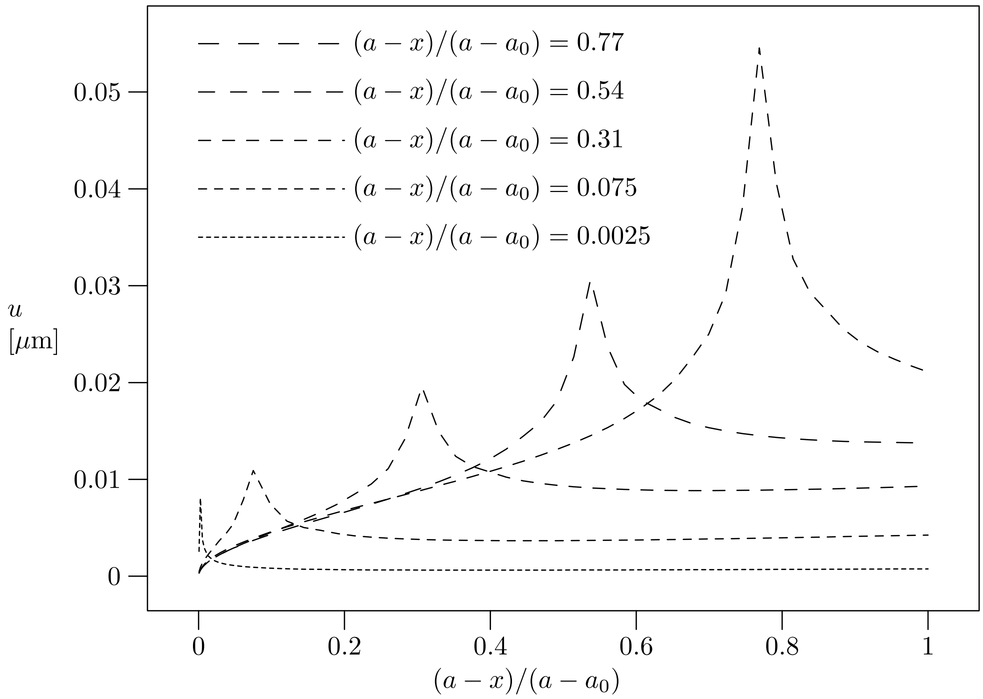
Obr. 1: Tvar vzorku s vrubem typu chevron



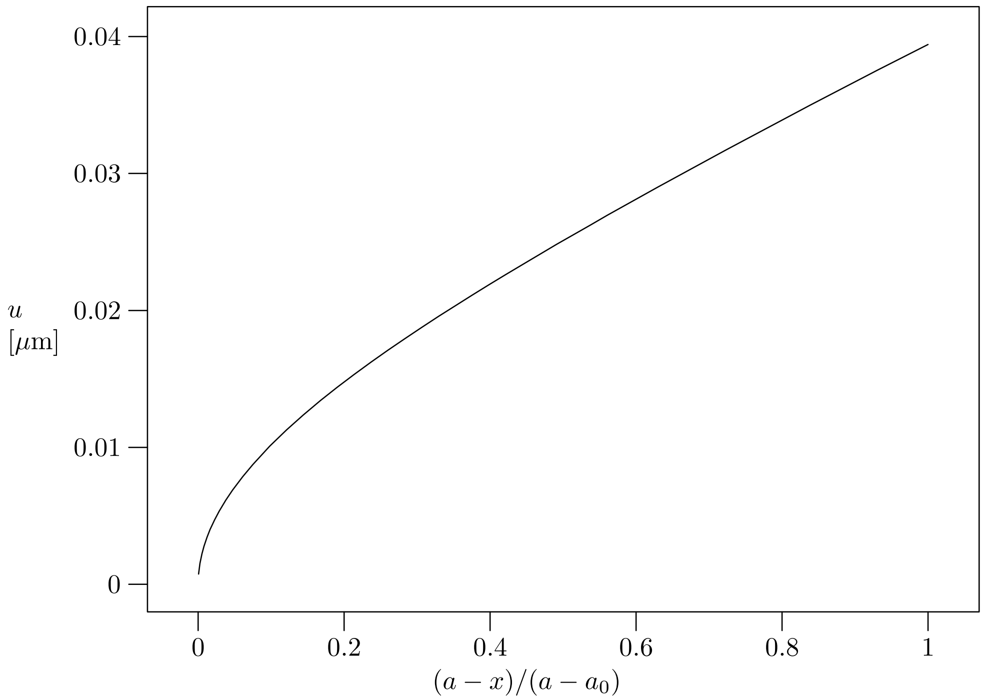
Obr. 2: 3D síť modelu čtvrtiny vzorku

V programovém systému $ANSYS$ byla modelována čtvrtina vzorku s využitím dvou rovin symetrie, viz obr. 2. V rovinách symetrie byly předepsány podmínky nulového posunutí ve směru kolmém k rovině symetrie. V místě podpory bylo předepsáno nulové posunutí ve směru zatěžující síly.

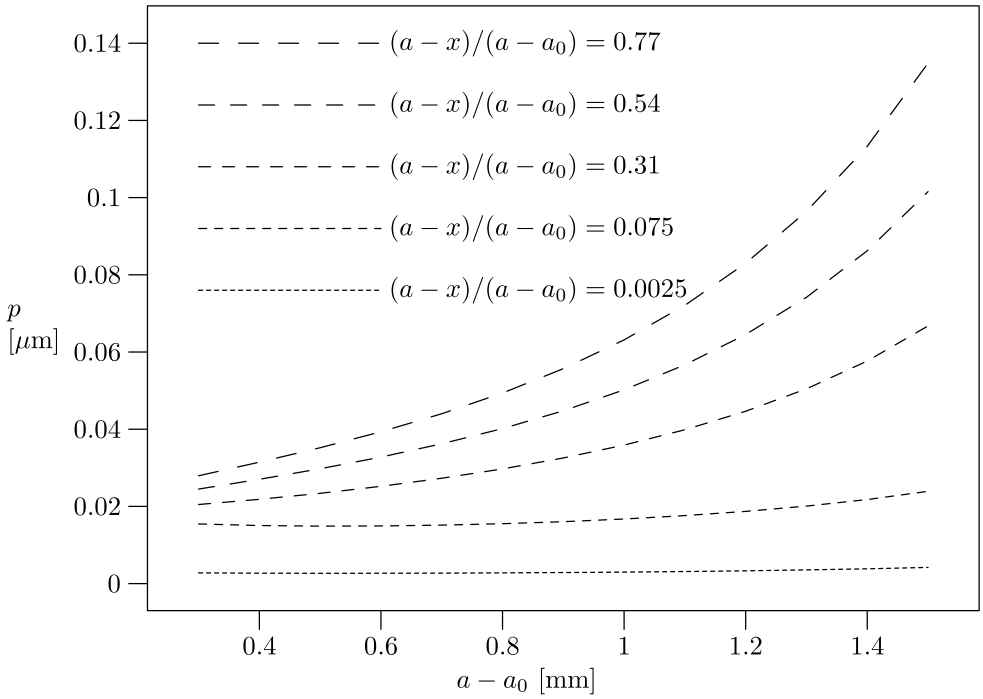
Na líci trhliny je pro každou řadu uzlů, které leží ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny, předepsán coupling (posunutí stejné pro všechny uzly) ve směru kolmém na plochu trhliny. Dále je coupling použit v uzlech, které jsou zatíženy silou F působící tříbodový ohyb.



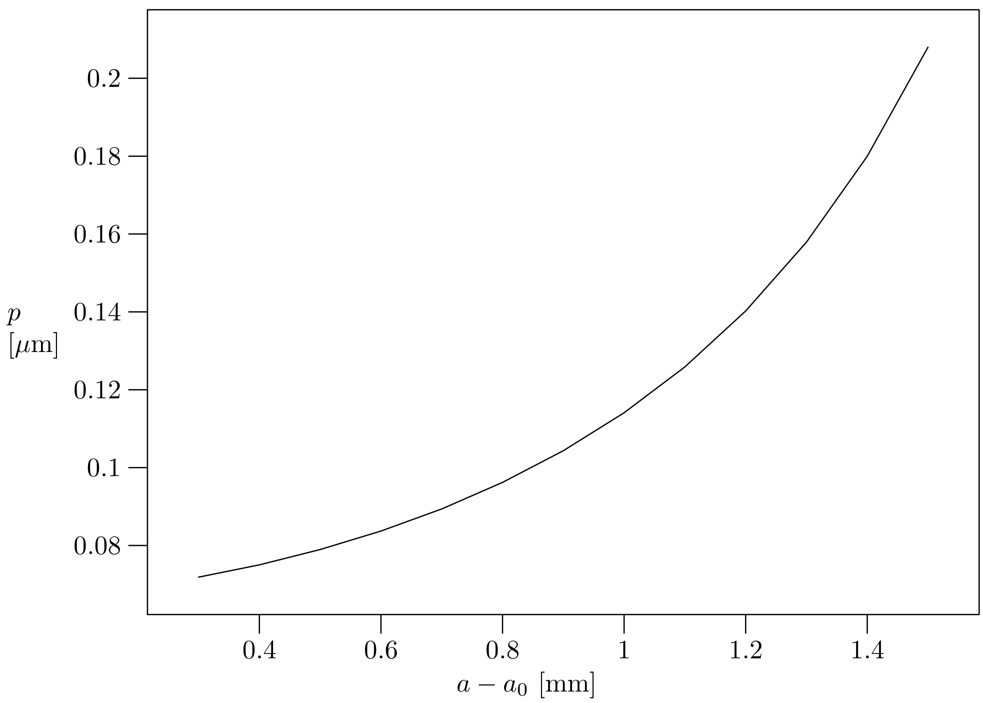
Obr. 3: Posunutí líce trhliny vzorku zatíženého jednotkovou silou působící na líci trhliny ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180°$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.



Obr. 4: Posunutí líce trhliny vzorku zatíženého jednotkovou silou působící tříbodový ohyb pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180°$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.



Obr. 5: Průhyb vzorku zatíženého jednotkovou silou působící na líci trhliny ve vzdálenosti x od vrcholu trhliny pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180°$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.



Obr. 6: Průhyb vzorku zatíženého jednotkovou silou působící tříbodový ohyb pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180°$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.

Trhlina se zatěžuje jednotkovou silou rozdělenou na každou řadu uzlů, které jsou ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny na šířce $b(x)$. Vlivem využití symetrie se provádí zatížení modelu jen silou 0.5. Dále je model zatěžován silou působící tříbodový ohyb, jejíž velikost je vlivem použití dvou rovin symetrie 0.25 (modelována je jen čtvrtina vzorku).

Výsledky z programového systému $ANSYS$ jsou posunutí uzlů na lících trhlin a průhyb vzorku, viz obr. 3 až 6, od liniového zatížení a tříbodového ohybu.

3. Rekurentní výpočty v systému MAPLE

Jako vstupní hodnoty do systému $MAPLE$ slouží výsledky ze systému $ANSYS$. Dalšími vstupními hodnotami je seznam uzlů na líci trhliny s uvedením jejich vzdáleností od čela trhliny $a - x$ a šířkou vrubu typu chevron $b(x)$.

Výsledné posunutí líce trhliny $v(x)$ se vypočte ze vzorce

$$v(x) = w(x) + u(x), \quad (\text{pozn. } u(x) \leq 0), \tag{2}$$

kde $w(x)$ je posunutí líce trhliny od zatěžující síly F působící tříbodový ohyb, $u(x)$ je posunutí líce trhliny od mostícího napětí $\sigma_{br}(x)$, které se vypočte z výsledného posunutí $v(x)$

$$\sigma_{br}(x) = \beta\sqrt{v(x)}, \tag{3}$$

kde β je konstanta závislá na elastických vlastnostech matrice a vláken (Budiansky & Cui, 1994)

$$\beta = \left\{\frac{4c_f^2 E_f E^2 \tau}{R(1-c_f)^2 E_m^2}\right\}^{1/2}, \tag{4}$$

kde c_f je objemový podíl vláken, R je poloměr vláken a τ je smykové napětí mezi matricí a vláknem. E_m, E_f a E označuje Youngův modul matrice, vláken a kompozitu.

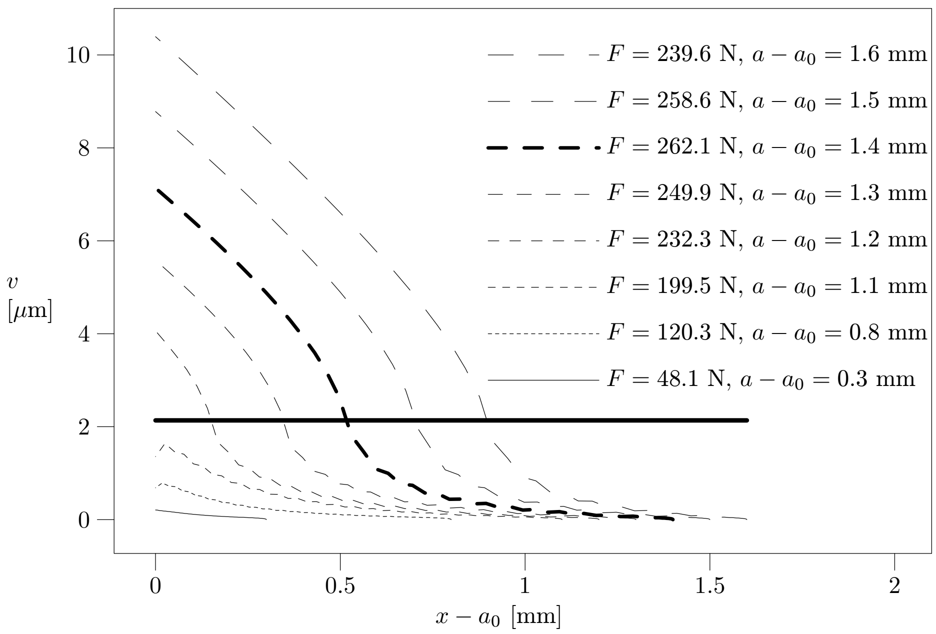
Pro výpočty byl použit kompozit s následujícími hodnotami matrice a vláken: $E_m = 63000\,\mathrm{MPa}$, $E_f = 198000\,\mathrm{MPa}$, $\nu_m = 0.22$ a $\nu_f = 0.2$. Vypočtené hodnoty pro kompozit jsou $E = 117000\,\mathrm{MPa}$ a $\nu = 0.21$.

Cílem výpočtů v programovém systému $MAPLE$ je zjistit zatěžující sílu F a posunutí líce přemostěné trhliny $v(x)$ v podmínkách, kdy $K_{Iloc} = K_{ICM}$, kde K_{ICM} je lomová houževnatost matrice. Podrobný postup výpočtu je uveden v práci (Vysloužil & Kotoul, 2005).

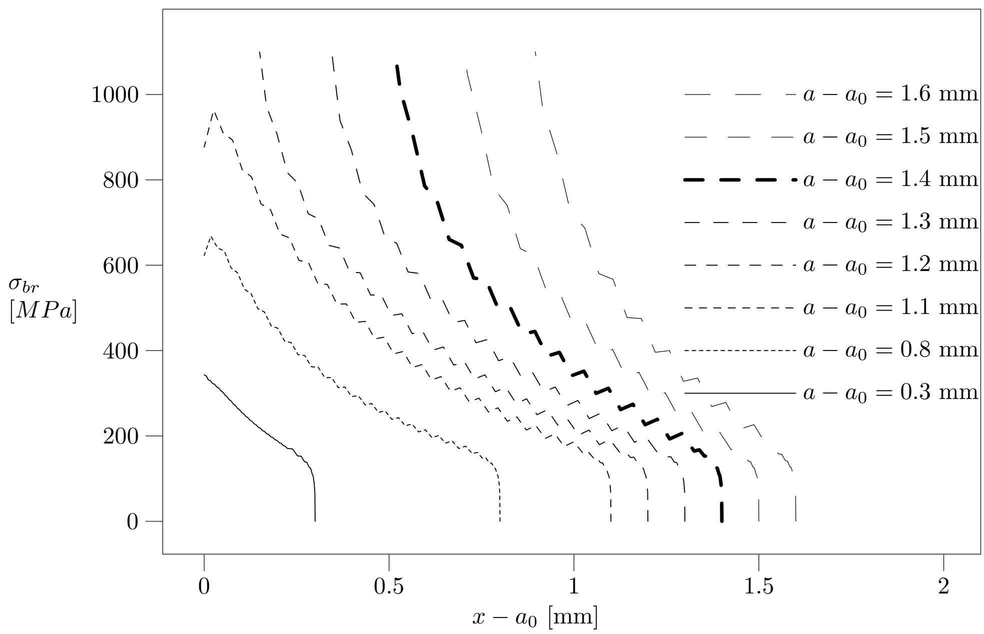
4. Výsledky vypočtené programovým systémem MAPLE

Na obr. 7 je zakresleno posunutí líců trhlin v pro různé délky trhliny $a - a_0$ v závislosti na poloze od čela trhliny $x - a_0$ pro hodnotu meze pevnosti vlákna $\sigma_{0f} = 2750\,\mathrm{MPa}$, smykového napětí mezi matricí a vláknem $\tau = 7\,\mathrm{MPa}$, lomové houževnatosti matrice $K_{ICM} = 0.7\,\mathrm{MPam}^{1/2}$ a pro počáteční trhlinu přemostěnou po celé délce, tj. $a_p - a_0 = 0\,\mathrm{mm}$.

Křivky jsou vypočteny pro hodnotu lokálního faktoru intenzity napětí rovné lomové houževnatosti matrice. Ke každé křivce je uvedena délka trhliny a velikost zatěžující síly. Křivka pro maximální zatěžující sílu je zakreslena tučnou čarou. Horizontální čára značí posunutí líce trhliny, při němž dojde k přetržení vláken a tedy část křivky líce trhliny, která je nad touto čarou, je nepřemostěná.



Obr. 7: Posunutí líce trhliny v

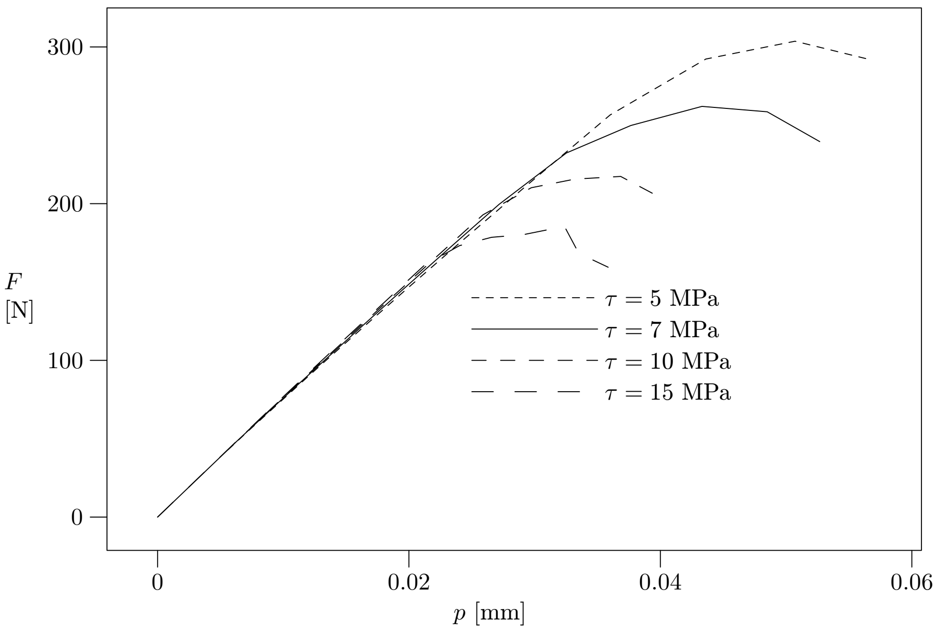


Obr. 8: Mostící napětí σ_{br}

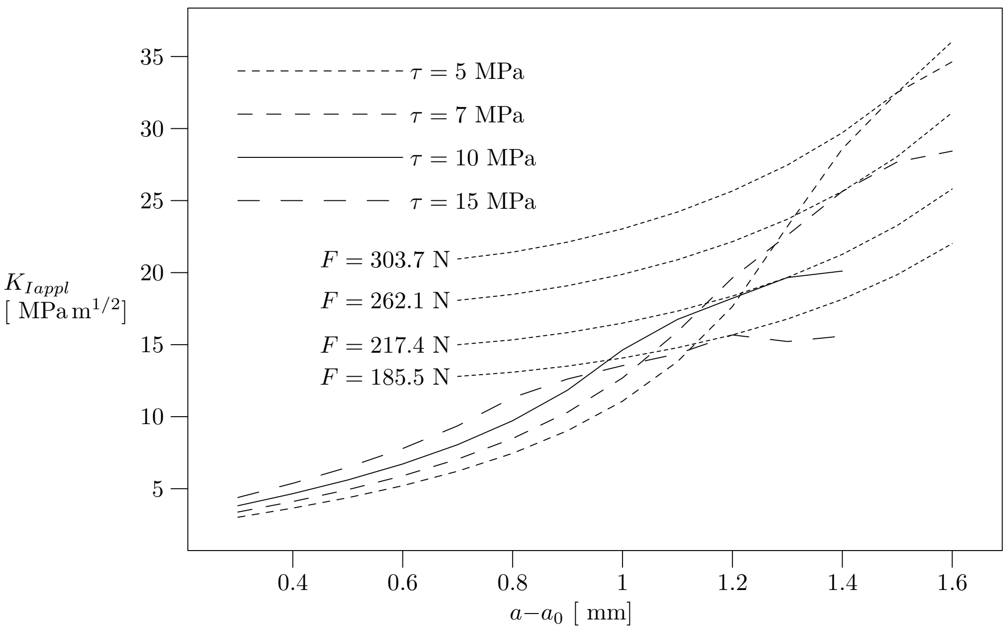
Na obr. 8 jsou uvedena mostící napětí σ_{br} podél líce trhliny pro různé délky trhliny $a - a_0$. Při dosažení maximální hodnoty mostícího napětí $\sigma_{brC} = 1100$ MPa se vlákna přetrhnou.

Na obr. 9 jsou zakresleny průběhy síly F v závislosti na průhybu vzorku p a na obr. 10 jsou zakresleny průběhy aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} v závislosti na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty smykového napětí mezi matricí a vláknem τ.

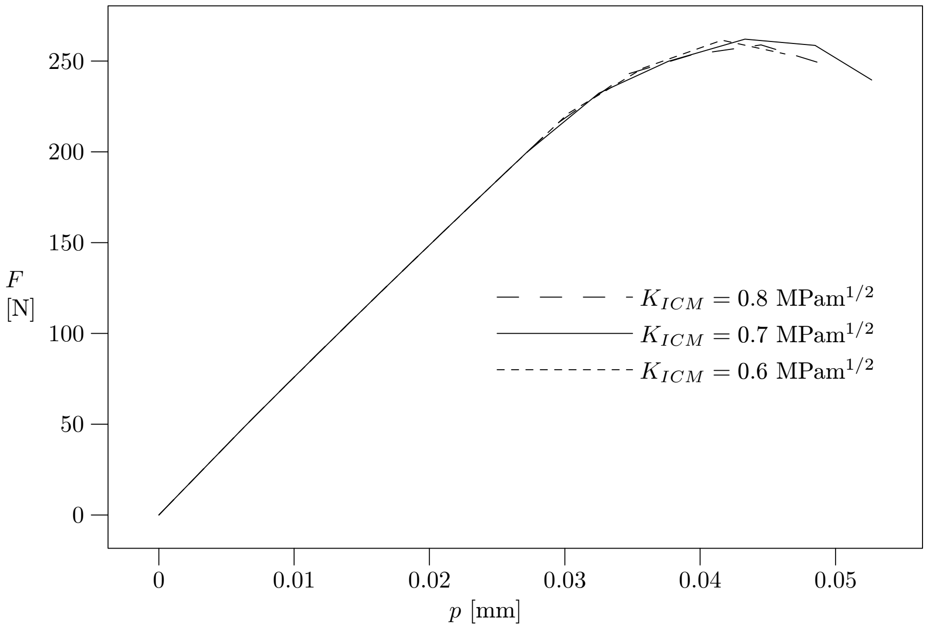
Větší smykové napětí τ má za následek nižší maximální zatížení a menší průhyb vzorku. Na průběhu aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} se projeví nejprve vyšší hodnotou vlivem většího mostícího napětí při menších hodnotách rozevření. Při větším rozevření se vlákna dříve poruší a přemostěná délka je menší, čímž dochází ke snížení mostícího účinku a tedy nižší maximální síle F a nižšího aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl}.



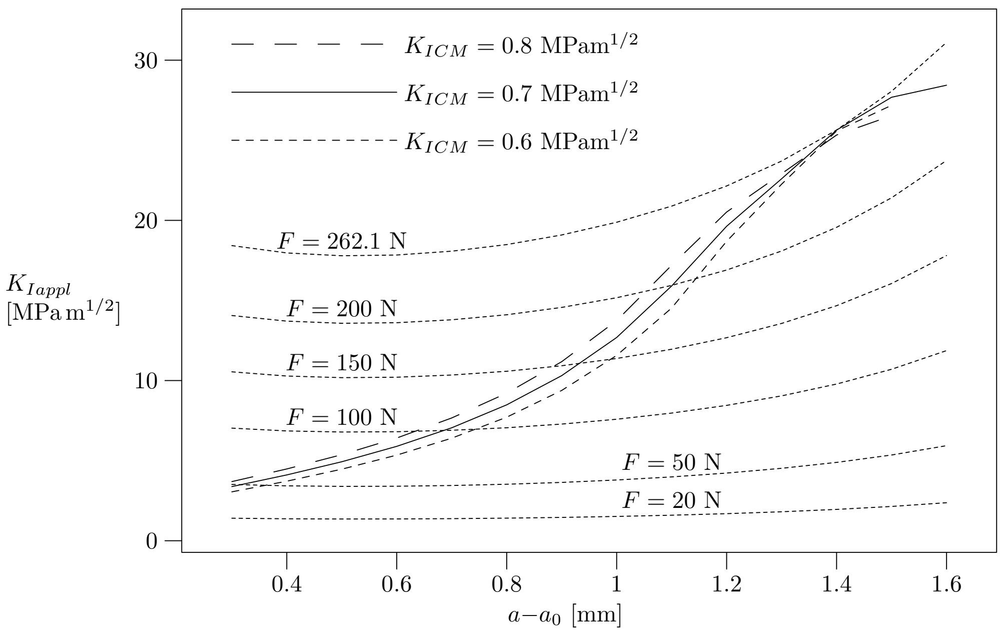
Obr. 9: Závislost zatěžující síly F na průhybu p pro různé hodnoty smykového napětí mezi matricí a vláknem τ



Obr. 10: Závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty smykového napětí mezi matricí a vláknem τ



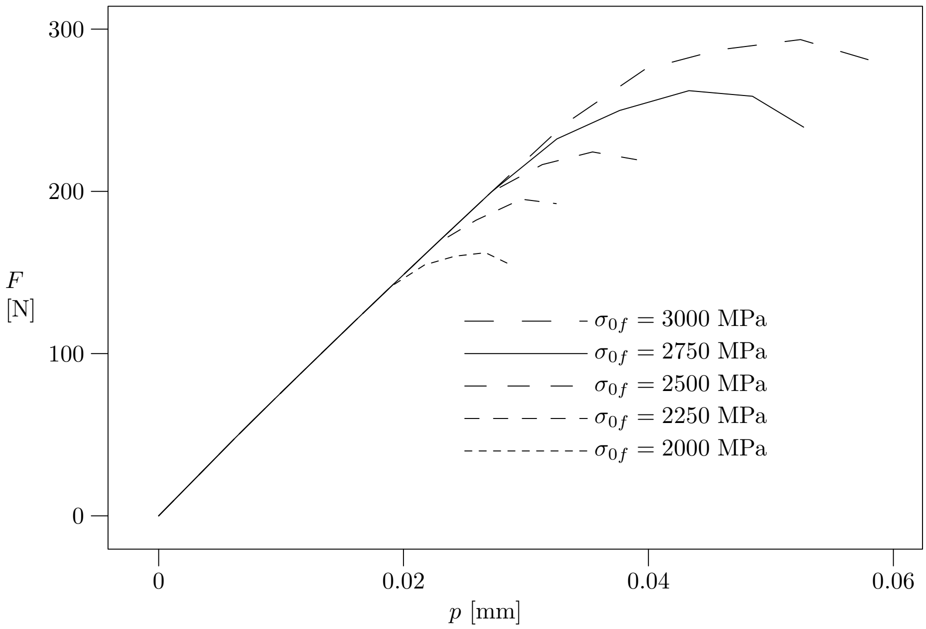
Obr. 11: Závislost zatěžující síly F na průhybu p pro různé hodnoty lomové houževnatosti matrice K_{ICM}



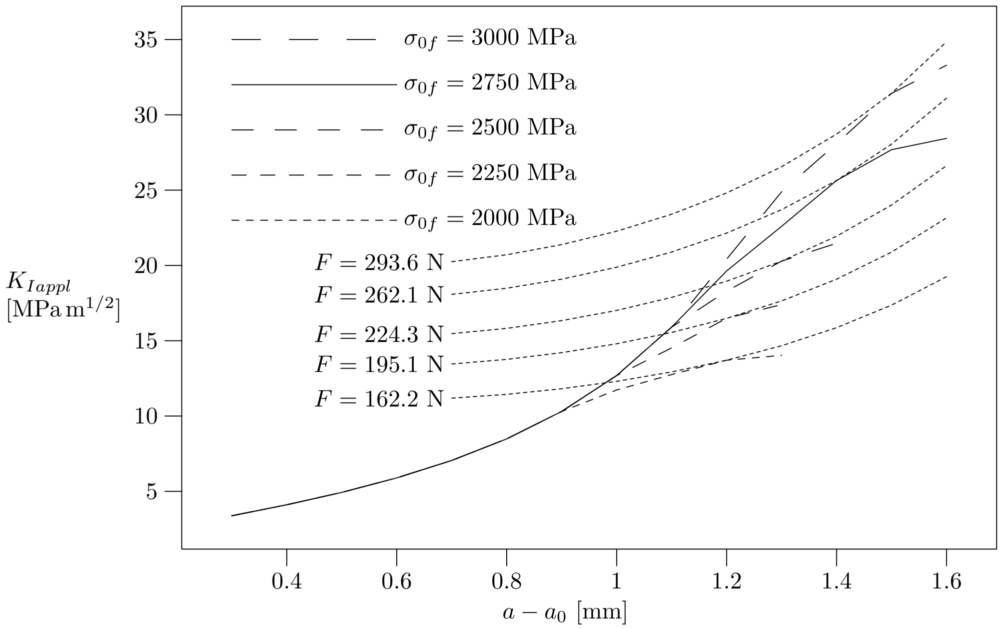
Obr. 12: Závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty lomové houževnatosti matrice K_{ICM}

Na obr. 11 jsou zakresleny průběhy síly F v závislosti na průhybu vzorku p a na obr. 12 jsou zakresleny průběhy aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} v závislosti na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty lomové houževnatosti matrice K_{ICM}.

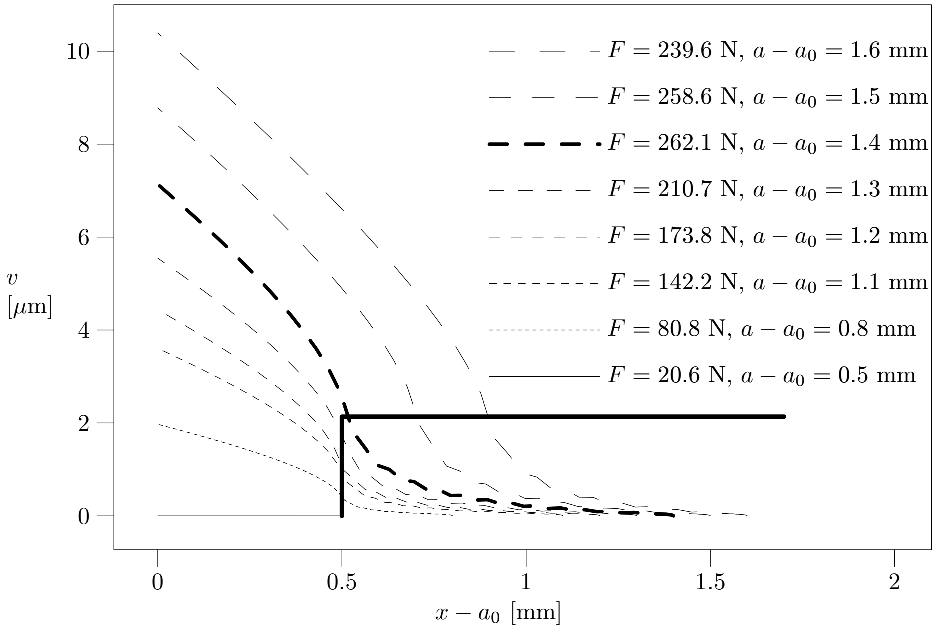
Změna lomové houževnatosti matrice se projeví v závislosti síly na průhybu pouze malou změnou, jak je vidět v obr. 11. Pro větší hodnotu lomové houževnatosti matrice K_{ICM} je větší aplikovaný faktor intenzity napětí K_{Iappl}, jehož hodnota s rostoucí délkou trhliny $a - a_0$ klesá a při dosažení maximální síly jsou hodnoty aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} pro různé K_{ICM} stejné.



Obr. 13: Závislost zatěžující síly F na průhybu p pro různé hodnoty meze pevnosti vlákna σ_{0f}



Obr. 14: Závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty meze pevnosti vlákna σ_{0f}



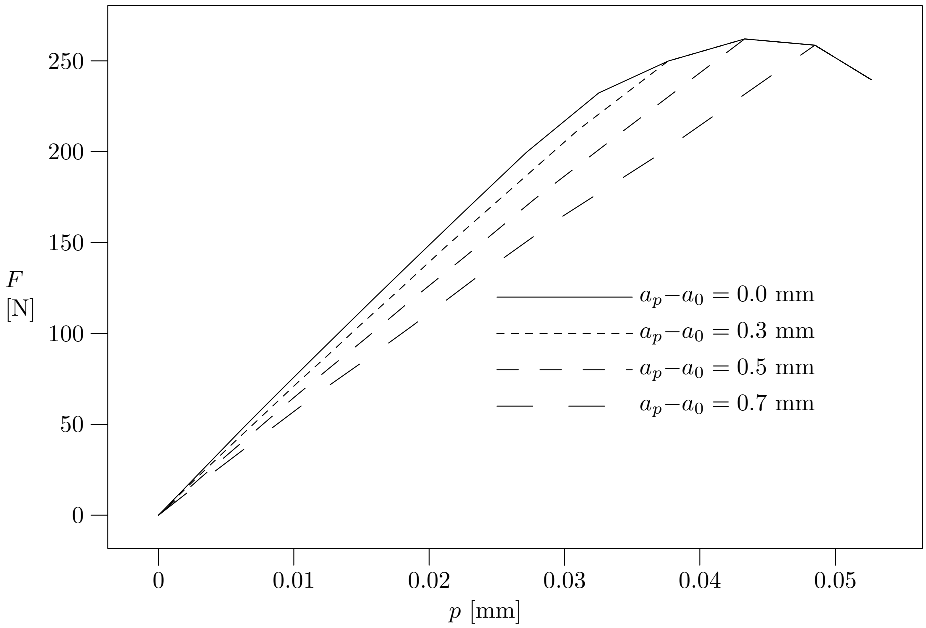
Obr. 15: Posunutí líce trhliny v pro počáteční délku porušení vláken $a_p - a_0 = 0.5$ mm

Na obr. 13 jsou zakresleny průběhy síly F v závislosti na průhybu vzorku p a na obr. 14 jsou zakresleny průběhy aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} v závislosti na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty meze pevnosti vláken σ_{0f}. Při nepřetržených vláknech je závislost síly na průhybu přibližně lineární. Při porušení vláken, ke kterému dochází nejdříve u nižších hodnot meze pevnosti vláken, je při zvětšujícím se průhybu nárůst zatěžující síly menší. Pro větší hodnoty meze pevnosti vláken σ_{0f} je průhyb i síla větší a také větší hodnota aplikovaného faktoru intenzity napětí.

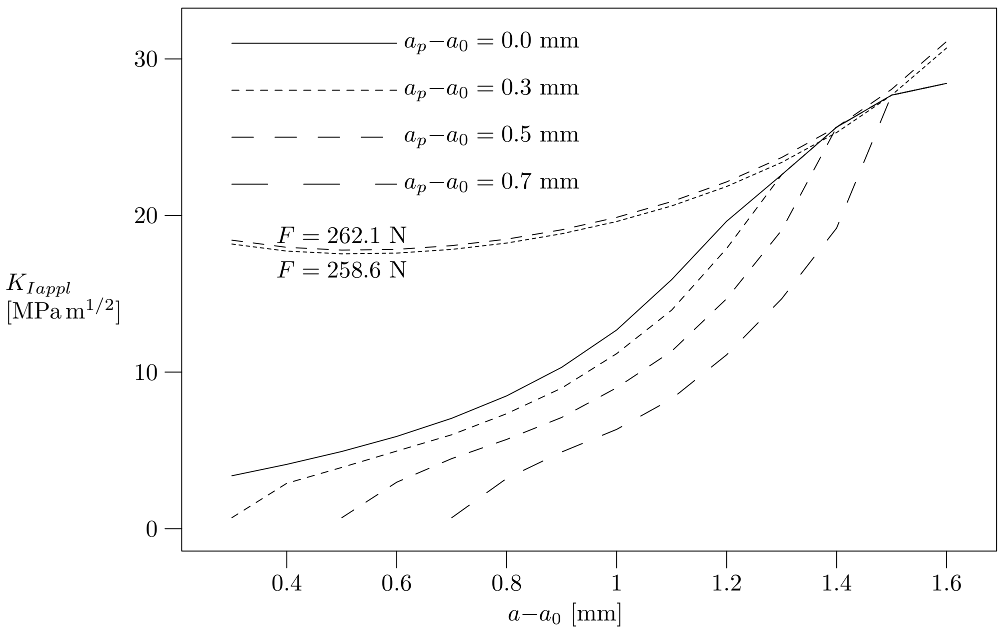
Na obr. 15 jsou zakresleny hodnoty posunutí líce trhliny v v závislosti na vzdálenosti od počátku trhliny $x - a_0$ pro počáteční délku porušení vláken $a_p - a_0 = 0.5$ mm. Na obrázku je tučnou čarou vyznačena oblast, ve které jsou líce trhlin přemostěny. Z obrázku je patrné, že pro trhliny s počáteční délkou porušení vláken $a_p - a_0 > 0$ je zatížení trhliny při dosažení lokálního faktoru intenzity napětí K_{Iloc} menší nebo rovno než pro trhlinu s $a_p - a_0 = 0$ mm. Vzorky jsou zatíženy stejnou silou od okamžiku, kdy je pro případ trhliny $a_p - a_0 = 0$ mm dosažena délka trhliny $a - a_0$, při níž je délka porušení vláken rovna hodnotě počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0 > 0$.

Na obr. 16 jsou zakresleny hodnoty síly F v závislosti na průhybu vzorku p pro různé počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0$. Čím větší je počáteční délka porušení vláken $a_p - a_0$, tím větší je i průhyb vzorku při stejném zatížení. To je dáno menším přemostěním trhliny. Při větších délkách trhlin, kdy je délka přemostění stejná (velikost $a_p - a_0$ již nemá vliv), je průběh zatížení na průhybu stejný.

Na obr. 17 jsou zakresleny hodnoty aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} v závislosti na délce trhliny $a - a_0$ pro různé počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0$. Pro hodnoty $a_p - a_0 > 0$ (0.3, 0.5, 0.7 mm) je pro délku trhliny $a - a_0 = a_p - a_0$ hodnota aplikovaného faktoru intenzity napětí $K_{Iappl} = K_{Iloc} = 0.7$ MPam$^{1/2}$, protože je trhlina nepřemostěná.



Obr. 16: Závislost zatěžující síly F na průhybu p pro různé hodnoty počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0$



Obr. 17: Závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} na délce trhliny $a - a_0$ pro různé hodnoty počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0$

Z obrázku 17 je zřejmé, že pro délku zóny počátečního porušení vláken $a_p - a_0 = 0.3$ mm a 0.5 mm, je dosaženo stejné zatěžující síly jako pro $a_p - a_0 = 0$ mm ještě před maximálním zatížením 262.1 N. Pro tyto trhliny je tedy dosaženo stejné maximální síly $F = 262.1$ N při průhybu $p = 0.043$ mm. V případě trhliny s $a_p - a_0 = 0.7$ mm je dosaženo nižší maximální síly $F = 258.6$ N při větším průhybu $p = 0.048$ mm.

5. Závěr

Příspěvek se zabývá 3D analýzou vzorku vláknového kompozotu s vrubem typu chevron namáhaného tříbodovým ohybem. V konečnoprvkovém systému $ANSYS$ byl vytvořen trojrozměrný numerický model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb (obr. 2). Materiál vzorku je vláknový kompozit, který je příčně izotropní.

Konečnoprvkový model byl zatěžován liniovým zatížením na líci trhliny a jednotkovou silou působící tříbodový ohyb. Z výpočtů byly získány posunutí líců trhlin a průhyb vzorku. Výsledky získané z konečnoprvkového systému $ANSYS$ byly použity jako vstupní hodnoty do programového systému $MAPLE$, ve kterém bylo řešeno zatěžování a růst přemostěné trhliny.

V programovém systému $MAPLE$ byly provedeny výpočty pro získání velikosti síly působící tříbodový ohyb pro rostoucí délku přemostěné trhliny při získání rovnosti hodnot lokálního faktoru intenzity napětí a lomové houževnatosti matrice $K_{Iloc} = K_{ICM}$. Z výsledků byly získány grafy posunutí líce přemostěné trhliny, velikosti mostícího napětí, závislost síly působící tříbodový ohyb na průhybu vzorku a závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} při dosažení $K_{Iloc} = K_{ICM}$.

Byly provedeny výpočty pro změněné hodnoty meze pevnosti vláken σ_{0f}, smykového napětí mezi matricí a vláknem τ, lomové houževnatosti matrice K_{ICM} a počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0 = 0$ mm. Byl vyšetřen vliv změn těchto parametrů na šíření trhliny v kompozitu.

S rostoucí mezí pevnosti vláken roste hodnota aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} a zatěžující síla F působící tříbodový ohyb. Zvětšující se velikost smykového napětí τ mezi matricí a vláknem přispívá u kratších trhlin ke zvýšení K_{Iappl}. Avšak s růstem trhlin dochází dříve k porušování vláken a poklesu K_{Iappl}. Pro menší smyková napětí je dosaženo větší zatěžující síly působící tříbodový ohyb a při této maximální síle i většího aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl}. Změna lomové houževnatosti matrice K_{ICM} má nepatrný vliv na maximální zatěžují sílu F a K_{Iappl}. Počáteční délka porušení vláken $a_p - a_0$ snižuje zatěžující sílu F. Jakmile dojde k porušování vláken, je síla stejná jako u vzorku bez počátečního porušení. Pokud dojde k porušování vláken u trhliny kratší než je trhlina délky při maximální síle a aplikovaného faktoru intenzity napětí, nedojde ke snížení těchto hodnot oproti vzorku bez počátečního porušení vláken $a_p - a_0 = 0$ mm.

6. Literatura

Barnett, D. M., Lothe, J. (2000) Synthesis of the sextis and the integral formulations of dislocations, Green's functions and surface waves in anisotropic elastic solids, *Phys. Norv.*, vol. 7, p. 13-19.

Budiansky, B., Cui, Y. L. (1994) On the tensile strength of a fiber-reinforced ceramic composite containing a crack-like flaw, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 42, p. 1-19.

Hyer, M. W., Waas, A. M. (2000) Micromechanics of linear elastic continuous fiber composites, *Comprehensive Composite Materials*, p. 345-375.

Vysloužil, T., Kotoul, M. (2005) Fracture mechanics of fiber-reinforced brittle matrix composites with chevron notch three point bending, *Applied Mechanics 2005*, [CD/ROM], Hrotovice.