



# INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

---

## MODELING THE EFFECTS OF CAVITATION IN PUMPS

P. Zima<sup>1</sup>, M. Sedlář<sup>2</sup>, F. Maršík<sup>1</sup>

**Summary:** *The paper presents the latest results of modeling of the erosion effects of cavitation bubbles on the blades of a water pump. Cavitation erosion is caused by the collapse of a great number of cavitation bubbles in the close vicinity of the blade surface. The occurrence of cavitation results in decreased efficiency of the pump and undesired vibration. More importantly, the erosion of microscopic particles of blade material may result in pump failure. The model presented in this article is based on the estimation of the forces acting on the liquid surrounding the collapsing bubble. The model has been tested using the three-dimensional numerical solver used in SIGMA Research and Development Institute, s.r.o. for the simulation of water pump flows. The results are compared with the image of the blade damage in the real pump after a long operation. The results have confirmed that the ability of the model to determine the regions of highest risk of cavitation damage is satisfactory.*

### 1. Úvod

Kavitace je pro konstruktéry hydrodynamických strojů častým a nežádoucím jevem. Přítomnost velkého počtu bublin se složitým dynamickým chováním může způsobovat nestacionaritu proudění a s tím související vibrace stroje. Snížením hustoty proudícího média dochází ke snižování účinnosti stroje a prudkými kolapsy bublin v blízkosti povrchu lopatek oběžných kol dochází k rozrušování (erozi) materiálu lopatky (Brennen, 1995).

Predikce kavitačních oblastí v proudící kapalině je nejčastěji založena na předpokladu, že známý počet plynných zárodků (zpravidla určený empiricky) je proudem unášen do místa nízkého tlaku, kde se zárodky aktivují a kavitují, tj. narostou v makroskopické bubliny se složitým dynamickým chováním. Fyzikální podstata vzniku (nukleace) bublin není při tomto způsobu řešení zohledněna. To znamená, že není využívána závislost počtu vzniklých bublin na chemickém složení nebo jiných vlastnostech proudícího média. Přitom zejména obsah chemických nečistot, jako jsou rozpuštěné plyny, pevné částice a jiné látky přítomné v běžné vodě, může mít na vznik bublin zásadní vliv.

---

<sup>1</sup> Ing. Patrik Zima, Ph.D., Prof. Ing. František Maršík, DrSc.: Ústav termomechaniky AV ČR, Dolejškova 5, 182 00 Praha 8; tel. +420 266 053 392, fax +420 286 584 695, e-mail: [zimap@it.cas.cz](mailto:zimap@it.cas.cz).

<sup>2</sup> RNDr. Milan Sedlář, CSc.: SIGMA Výzkumný a vývojový ústav s.r.o., J. Sigmunda 79, 78350 Lutín; tel. +420 585 652 423, fax +420 585 652 400, e-mail: [milan.sedlar@sigma-vvu.cz](mailto:milan.sedlar@sigma-vvu.cz).

Problém spočívá v tom, že tyto závislosti nejsou dostatečně známe, a v tom, že rychlosti nukleace předpovídané klasickou teorií homogenní nukleace pro var a kavitaci ve vodě pro teploty daleko od kritického bodu nejsou v souladu s experimentálním pozorováním. Tento rozpor se pokouší odstranit teoretické zobecnění klasické teorie homogenní nukleace (Maršík et al., 2003) vhodné pro kapalnou směs, které je stručně popsáno v následující části.

## 2. Zobecněná teorie nukleace a její aplikace na problém kavitace ve vodě

Zobecněná teorie nukleace vysvětluje rozpor mezi klasickou teorií a experimenty vlivem nerovnovážných (disipativních) procesů na nukleační práci. Změna nukleační bariéry v důsledku disipativních procesů (způsobených například dynamikou vznikající bubliny nebo chemickými nečistotami) je vyjádřena pomocí korekčního součinitele  $\alpha$ , který závisí na složení směsi a musí být stanoven experimentálně. V klasické nukleační teorii je rychlost nukleace  $J$  vyjádřena Döring-Volmerovým vzorcem:

$$J = \rho_L \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m_1^3}} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \quad (1)$$

V tomto vzorci  $\rho_L$  označuje hustotu kapaliny,  $k$  je Boltzmannova konstanta ( $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K),  $T$  je teplota kapaliny,  $\sigma$  je povrchové napětí a  $m_1$  je hmotnost jedné molekuly. V zobecnění (Maršík et al., 2003) je nukleační práce  $W$  rozdělena na rovnovážnou část  $W_{eq}$  a nerovnovážnou část  $F_{noneq}$ :

$$W(\Delta\mu_{iVL}, \sigma(\Delta\mu_{iVL}, T, p)) = W_{eq}(\Delta\mu_{iVL}, \sigma) + F_{noneq}(\Delta\mu_{iVL}, T, p) = W_{eq}(\Delta\mu_{iVL}, \sigma)(1 - 2\alpha) \quad (2)$$

V rovnici (2)  $\Delta\mu_{iVL}$  označuje změnu chemického potenciálu složky  $i$  v důsledku vypařování (rozdíl mezi chemickým potenciálem kapaliny a páry,  $\Delta\mu_{iVL} = \mu_{iL} - \mu_{iV}$ ),  $p$  je tlak a  $\alpha$  je součinitel zastupující vliv disipativních procesů. Součinitel  $\alpha$  vyjadřuje disipativní účinky podílející se na vzniku zárodku nové fáze, jako jsou setrvačné a tlumící účinky spojené s vypařováním a difúzí plynu obsaženého v kapalině. Pro jednosložkový systém ( $i = 1$ ,  $\Delta\mu_{iVL} \rightarrow \Delta\mu_{VL}$ ) je tento součinitel definován takto:

$$\alpha = -\frac{F_{noneq}(\Delta\mu_{VL}, T, p)}{2W_{eq}(\Delta\mu_{VL}, \sigma)}, \text{ kde } 0 \leq \alpha \leq 1/2 \quad (3)$$

Nyní vyjádříme rovnovážnou část nukleační práce pro případ kavitace ve vodě (Zima & Maršík, 2003). Použijeme teorii termodynamických fluktuací, abychom získali následující vztah pro bezrozměrnou nukleační práci (Gibbsovo číslo)  $Gb_{eq} = W_{eq} / kT$ :

$$Gb_{eq} = \sigma R_B(T) \left( -\left(\frac{4\pi}{3kT}\right)^2 v^{-1} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T^{-1} \right)^{1/3}, \quad R_B = \left( \frac{-3kT}{4\pi v (\partial p / \partial v)_T} \right)^{1/3} \quad (4)$$

$R_B$  označuje poloměr zárodku bubliny. Při odvození bylo předpokládáno, že energie termodynamických fluktuací v blízkosti maximální hodnoty tahu v kapalině je srovnatelná s minimální prací pro vytvoření bubliny. Nejdůležitější veličiny ve vztahu (4) jsou povrchové napětí  $\sigma$  a hodnota  $(\partial p/\partial v)_T$  na saturační křivce ( $v$  je měrný objem), která představuje schopnost kapaliny vydržet napětí na hranici fázového přechodu při konstantní teplotě.

Hodnota součinitele  $\alpha$  pro běžnou vodu je určována experimentálně v Ústavu termomechaniky AV ČR. Zařízení se skládá z nádrže na přípravu směsi a trysky, kterou se voda z nádrže vypouští. V konvergentní části trysky dochází k nukleaci a růstu bublin. Tryska je v nejužším místě hydrodynamicky ucpána. Z této skutečnosti a ze změřených hodnot tlaku a rychlosti proudění lze určit objemový podíl nové fáze ve vodě. Pomocí Rayleigh-Plessetovy rovnice (5) a nukleační teorie popsané výše lze určit počáteční (kritický) poloměr bubliny na vstupu do konvergentní části trysky. Kritický poloměr bubliny stanovený touto metodou je na spodní hranici velikostí pozorovaných v praxi v průmyslově používané vodě. Než bude získáno dostatečné množství experimentálních dat, budeme se opírat o empirické podklady z literatury (Waniewski et al., 2001).

### 3. Analýza silových účinků kolapsu kavitačních bublin

Pro výpočet dynamického chování jednotlivých bublin v kapalině (vodě) byla použita Rayleigh-Plessetova rovnice pro poloměr bubliny  $R$  v následující variantě:

$$\begin{aligned} R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{4\mu_e\dot{R}}{\rho_l R} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} \left( 1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa-1} \right) = \\ = \frac{p_v - p_0}{\rho_l} \left( 1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa} \right) + \frac{p_0 - p}{\rho_l} + \frac{R}{\rho_l c_l} \frac{D}{Dt} (p_g - p) \end{aligned} \quad (5)$$

$\mu_e$  je efektivní dynamická viskozita kapaliny;  $\sigma$  je povrchové napětí kapaliny;  $\rho_l$  je hustota kapaliny;  $\kappa$  je polytropický součinitel nekondenzující směsi plynů v bublině;  $R_0$  je počáteční poloměr bubliny;  $p_v$  je rovnovážný tlak páry v bublině;  $p_0$  je počáteční tlak okolní kapaliny;  $c_l$  je rychlost zvuku v kapalině;  $p_g$  je tlak plynu v bublině. Rovnice (5) zahrnuje vliv stlačitelnosti (poslední člen na pravé straně rovnice), který zvyšuje stabilitu výpočtu zlepšením numerického tlumení v okolí kolapsu bubliny. Použití efektivní dynamické viskozity, která se pohybuje v rozmezí od  $\mu_e = \mu_l$  až do  $\mu_e = 10\mu_l$  (kde  $\mu_l$  je skutečná dynamická viskozita kapaliny), umožňuje zjednodušeně simulovat tlumení kolapsu bubliny, například v důsledku emise zvukových vln, přenosu tepla apod. Současně zlepšuje numerické tlumení. Rovnice (5) je odvozena pro popis chování jedné kulové bubliny v nekonečně rozlehlé klidné kapalině za předpokladu, že povrchem bubliny neprostupuje hmota. Použitím této rovnice zanedbáváme vzájemnou interakci bublin (předpokládáme, že bubliny jsou od sebe navzájem dostatečně vzdálené).

Nežádoucí působení kavitačních bublin na provoz hydrodynamického stroje je představováno třemi složkami (v pořadí závažnosti):

- **Eroze povrchu lopatky.** Tato eroze je způsobena mechanickým, tepelným a chemickým působením bublin v blízkosti povrchu lopatky. Rozhodující vliv na erozi má mechanické působení bublin kolabujících v bezprostřední blízkosti povrchu.
- **Snížení účinnosti stroje.** Při vzniku kavitačních bublin dochází k uvolnění nové fáze (plynu nebo páry) z kapaliny, které je doprovázeno významným poklesem hustoty proudícího média.
- **Vibrace a hluk.** Kolabující bubliny jsou doprovázeny značným hlukem a jejich složité dynamické chování zpětně ovlivňuje proudění, ve kterém vznikají nestacionární struktury způsobující vibrace stroje.

Tato práce se zaměřuje na erozní účinky způsobené kolabujícími bublinami. Navržený model popsán níže je jednoduchý kvantitativní model, který byl implementován do stávajícího třírozměrného numerického kódu používaného SIGMA Vývojovým a výzkumným s.r.o. v Lutíně. Tento numerický kód je blíže popsán v práci Sedlář (1993).

Silové působení jedné kulové bubliny o poloměru  $R$  na okolní kapalinu s hustotou  $\rho_l$  je:

$$F_i = 4/3 \pi \rho_l \dot{R} R^3 + 4 \pi \rho_l (R \dot{R})^2 \quad (6)$$

Síla (6) představuje setrvačnou sílu kapaliny v nekonečném okolí hranice bubliny v určitém časovém okamžiku. Protože vzniká v důsledku rozpínání a smršťování obsahu bubliny, lze ji chápat také jako působení bubliny na okolní kapalinu. Tato síla bude mít největší erozní účinky v případě bublin, které se nacházejí v těsné blízkosti povrchu lopatky. Je zřejmé, že na mechanické působení na povrch lopatky bude využita pouze část této síly. Velikost této části sice neznáme, ale předpokládáme, že je u bublin všech velikostí stejným způsobem úměrná celkové síle.

Tuto sílu vyhodnocujeme pouze na numericky vypočtených proudnicích, které jsou nejbližší povrchu lopatky. Výpočet se provádí až po dokončení numerické iterace, která zahrnuje výpočet proudění a změnu hustoty proudícího média v důsledku přítomnosti bublin. Nyní zavedeme tzv. erozní faktor:

$$EF = \sum_i F_i N_i \quad (7)$$

kde  $N_i$  je počet výskytů bublin odpovídajících bublinám velikosti  $i$  vztažený na čtvereční metr a sekundu. Erozní faktor EF je jednoduchá veličina, která je v přímém vztahu k mechanické erozi povrchu lopatky a vyjadřuje míru ohrožení povrchu lopatky erozí. Představuje silové působení hranice bubliny na okolní kapalinu, ale nezohledňuje pevnostní nebo únavové vlastnosti materiálu lopatky ani dobu provozu stroje. V následující části budeme s použitím erozního faktoru demonstrovat, že existuje souvislost mezi silami, kterými bubliny působí na své okolí, a obrazem mechanické eroze na povrchu lopatky po dlouhém provozu čerpadla.

#### 4. Výsledky numerické simulace

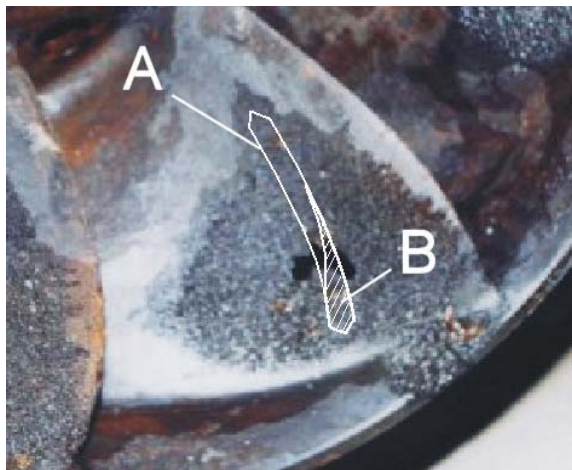
Pro ověření modelu popsaného v části 3 bylo použito oběžné kolo vodního čerpadla na obrázku 1. Vstupní tlak čerpadla byl 75 kPa. Použitý numerický model řeší Navier-Stokesovy rovnice v prostorových souřadnicích s modelem turbulence metodou konečných prvků. Pro výpočet vlastností vody v rovnici (5) byla předpokládána teplota 20 °C. Počáteční rozložení bublin bylo převzato z práce Waniewski et al. (2001). Celkový počet zárodků odpovídal počátečnímu objemovému podílu  $\alpha_0 = 0,002 \%$  a velikosti bublin byly v rozmezí 10  $\mu\text{m}$  až 200  $\mu\text{m}$ . Podrobnosti jsou uvedeny v práci Zima et al. (2004). Navržený model byl posuzován ze 3 hledisek:



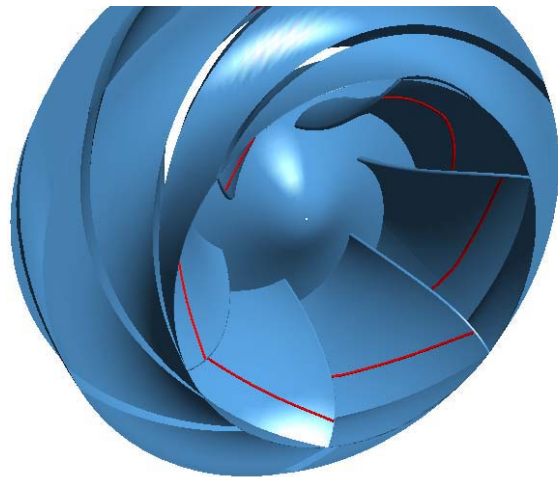
Obr. 1. Kavitační eroze lopatek oběžného kola zkoumaného vodního čerpadla SIGMA po dlouhém provozu.

##### a) Simulace nejpravděpodobnějšího režimu provozu čerpadla.

Při této simulaci byl uvažován konstantní průtok  $Q = 0,78 Q_{opt}$ , který byl stanoven jako nejpravděpodobnější průtok v průběhu životnosti skutečného zkoumaného čerpadla. Na obrázku 2 je znázorněn průřez výsledků numerické simulace na detail fotografii skutečné erodované lopatky. Oblast A představuje oblast prvních (a zároveň nejsilnějších) kolapsů kavitačních bublin po průchodu kolem náběžné hrany lopatky. Šrafovaná oblast B (uvnitř oblasti A) je charakterizována hodnotou  $\log_{10} |EF| > 6$ .



Obr. 2. Průřez numerických výsledků na fotografii lopatky čerpadla. A – oblast prvních kolapsů. B –  $\log_{10} |EF| > 6$ .



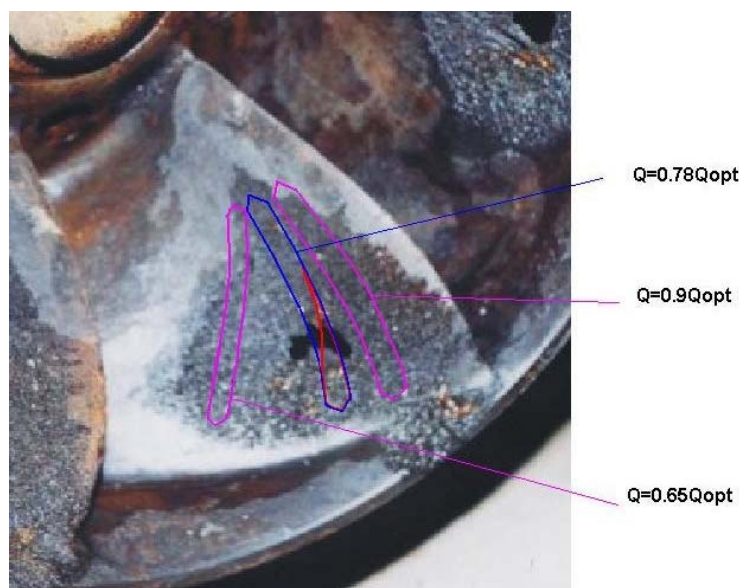
Obr. 3. Geometrie třírozměrného modelu čerpadla z obr. 1. Proudnice procházející místem největšího kavitačního poškození je označena červeně.

Oblast B dobře odpovídá oblasti nejvíce poškozené kavitační erozí, tj. otvoru v lopatce. Oblast A, tj. oblast prvních (nejsilnějších) kolapsů kavitačních bublin za náběžnou hranou, prochází přibližně středem erodované oblasti. Na obrázku 3 je geometrický třírozměrný model oběžného kola s vyznačením proudnice, která prochází místem největšího kavitačního poškození na sací straně lopatky (přibližně středem otvoru v lopatce). Nyní je nutno určit, zda je eroze v okolí oblasti A způsobena fluktuací průtoku (případně nestacionaritou proudění) (část b níže) nebo změnou geometrie lopatky v důsledku eroze (část c níže).

#### b) Simulace vlivu fluktuace průtoku na oblast ohrožení kavitací.

Při této simulaci byly uvažovány dva průtoky  $Q_{min} = 0,65 Q_{opt}$  a  $Q_{max} = 0,9 Q_{opt}$ , které byly odhadnuty jako maximální provozní rozptyl okolo průtoku  $0,78 Q_{opt}$ , který byl revizí čerpadla určen jako nejpravděpodobnější průtok. Sací výška zůstala nezměněna.

Na obrázku 4 je znázorněn průmět výsledků této numerické simulace na detail fotografie lopatky čerpadla. V případě mezních průtoků jsou na obrázku ohraničeny pouze oblasti prvních kolapsů (fialově). Oblast nejbližší k náběžné hraně odpovídá průtoku  $Q_{max} = 0,9 Q_{opt}$ , oblast nejdále od náběžné hrany odpovídá průtoku  $Q_{min} = 0,65 Q_{opt}$ . Oblasti uprostřed (modrá a červená) odpovídají oblastem A a B z obrázku 2.



Obr. 4. Průmět numerických výsledků na fotografii lopatky čerpadla. Fialově jsou ohraničeny oblasti prvních kolapsů pro mezní průtoky  $Q_{max}$  a  $Q_{min}$ . Modře a červeně jsou ohraničeny oblasti A a B z obrázku 2.

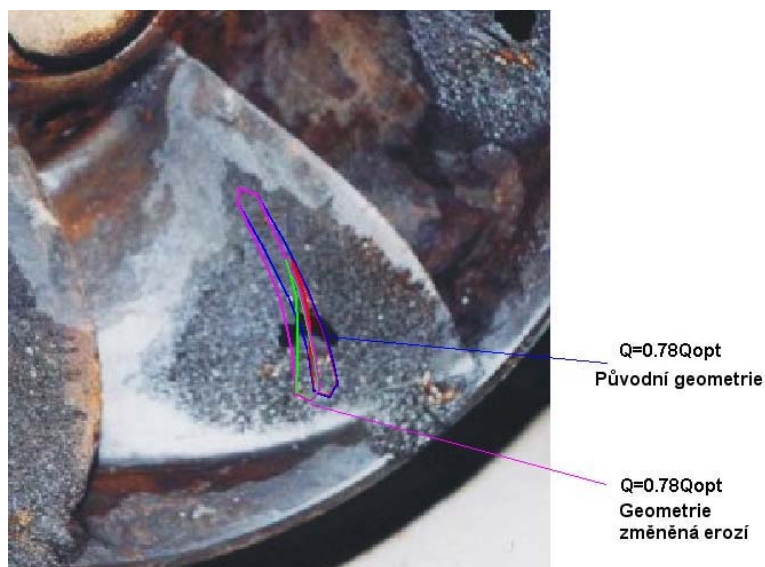
Tyto výsledky naznačují, že fluktuace průtoku může mít na výsledné kavitační působení na lopatku značný vliv. Oblast poškozená kavitační erozí je přibližně vymezena právě oblastmi prvních kolapsů kavitačních bublin pro oba mezní průtoky  $Q_{max}$  a  $Q_{min}$ . Fluktuace simulovaná v této části může být v praxi způsobována fluktuací vstupních parametrů čerpadla, ale také nestacionaritami proudění za náběžnou hranou. Je totiž známo, že výskyt kavitace je spojen se

složitým dynamickým chováním mraku bublin a může se významným způsobem podílet na zesilování nestacionárního charakteru proudění.

### c) Simulace vlivu změny geometrie způsobené erozí.

Při této simulaci byla pozměněna geometrie lopatky. V místě, které bylo předchozími výpočty stanoveno jako místo s největší hodnotou erozního faktoru, byl vytvořen důlek, který plynule přecházel v povrch lopatky. Jeho maximální hloubka byla polovina tloušťky lopatky. Průtok zůstal jako v simulaci a, tj.  $Q = 0,78 Q_{opt}$ .

Na obrázku 5 je znázorněn průřez výsledků této numerické simulace na detail fotografii lopatky čerpadla. Původní oblasti A a B z obrázku 2 jsou zde ohraničeny modrou a červenou barvou. Oblasti vypočtené pro změněnou geometrii jsou ohraničeny fialově a zeleně. Fialová oblast je oblast prvních kolapsů. Červená oblast uvnitř fialové oblasti je oblast největších hodnot erozního faktoru, tj.  $\log_{10}|EF| > 6$ . Výsledky této simulace naznačují, že změna geometrie lopatky nemá na polohu oblasti nejvíce ohrožené kavitačním působením zásadní vliv. Tyto výsledky je však nutno interpretovat jen jako orientační. Kavitační eroze může ve skutečnosti začínat v jiném než předpovídaném místě a může mít složitý vývoj v čase, který nelze odhadnout. Rozvíjející se poškození lopatky může také složitým způsobem ovlivňovat charakter proudění.



Obr. 5. Průřez numerických výsledků na fotografii lopatky čerpadla. Fialově je ohraničena oblast prvních kolapsů pro změněnou geometrii. Uvnitř této oblasti je zeleně ohraničena oblast  $\log_{10}|EF| > 6$ . Modře a červeně jsou ohraničeny oblasti A a B z obrázku 2.

## 5. Závěr

Nejdůležitějším důsledkem kavitace z hlediska spolehlivosti a životnosti čerpadla je mechanická eroze povrchu oběžných částí čerpadla, která je způsobena kolapsy kavitačních

bublin v blízkosti povrchu lopatky. Účinek bublin závisí na velikosti bublin, na pevnostních a únavových vlastnostech materiálu lopatky a především na počtu kolapsů v průběhu času. Z toho vyplývá, že komplexní posouzení účinků kavitace vyžaduje fyzikální model počtu a velikosti bublin v kapalině a fyzikální model silového působení kavitujících bublin. Model popsany v této práci se zaměřuje na druhou z těchto oblastí. Je dostatečně jednoduchý, vhodný pro použití se stávajícím numerickým aparátem používaným v SIGMA VVÚ s.r.o. a poskytuje povzbuzující výsledky a prostor pro další vývoj.

Mechanické působení bublin na povrch lopatky je modelováno pomocí erozního faktoru. Tento faktor představuje síly, kterými působí bubliny různých velikostí na okolní kapalinu podél proudnic nejbližší povrchu lopatky. Část sil zodpovídá za mechanické poškození povrchu. Numerické výsledky ukazují, že tento faktor pomáhá určit oblasti nejvíce ohrožené kavitační erozí. Současně bylo zjištěno, že lze zanedbat účinky dalších kolapsů kavitačních bublin, které následují po prvním kolapsu.

Model nezohledňuje teorii nukleace, metalurgické vlastnosti materiálu a dobu provozu čerpadla. Dokáže však přibližně určit místa, která budou kavitací poškozená nejvíce. Modelování počtu a rozložení velikosti bublin se opírá o ověřené empirické poznatky. Avšak cílem pokračujícího experimentálního základního výzkumu je připravit fyzikální model založený na teorii homogenní nukleace bublin v chemických směsích, který bude zohledňovat závislost rychlosti nukleace na chemickém složení proudícího média.

## 6. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantu č. 101/04/P108 Grantové agentury ČR.

## 7. Literatura

- Brennen, Ch. E. (1995) *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford Univ. Press.
- Maršík, F., Delale, C.F. & Sedlář, M. (2003) Condensation and Cavitation in the Water and Water Mixtures. *Arch. of Thermodynamics*, 24, 1, pp. 3-16.
- Sedlář, M. (1993) Calculation of Quasi-Three-Dimensional Incompressible Viscous Flows by the Finite Element Method. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 16, pp. 963-966.
- Waniewski, T. A., Hunter C. & Brennen, Ch. E. (2001) *Int. J. Multiphase Flow*, 27, pp. 1271-1284.
- Zima, P., Maršík, F. (2003) Cavitation Rates in Water with Dissolved Gas and Other Impurities. *J. Thermal Science*, 12, 2, pp. 151-156, 170.
- Zima, P., Sedlář, M. & Maršík, F. (2004) Bubble Creation in Water with Dissolved Gas: Prediction of Regions Endangered by Cavitation Erosion, in *14th Intl. Conference on the Properties of Water and Steam – Book of Abstracts*, Kyoto, Japan.