

CRACK TIP OPENING DISPLACEMENT DETERMINATION FOR A CRACK TERMINATING AT THE BIMATERIAL INTERFACE

P. Bareš*, Z. Knésl*

Summary: *In the paper the method suggested by Irwin for the crack tip opening displacement (CTOD) determination in homogeneous materials is generalized and the analytical expression for the CTOD in the case of a crack with its tip at the interface of two different materials is presented. The obtained results are used to formulate the condition of stability of a crack terminating at the interface. The suggested method is applied herein on the critical stress calculation in a case of the through-cracked protective coating. The numerical calculations are performed by finite element method (system ANSYS).*

1. Úvod

Spolehlivost a životnost složených materiálových systémů (např. kompozitních materiálů) může být podstatně ovlivněna chováním trhliny šířící se v blízkosti rozhraní jednotlivých materiálových složek. V mnoha případech dochází k porušení funkčnosti celého systému iniciací a šířením trhliny s následným lomem právě v důsledku specifických vlastností rozhraní. O životnosti součásti v takovém případě rozhoduje chování trhliny, která prochází přes rozhraní z jednoho materiálu do druhého. Kritickou konfigurací pak vytváří trhlina s vrcholem na materiálovém rozhraní dvou materiálů, (viz obr.1), kde v důsledku skokové změny materiálových parametrů dochází i ke změně charakteru singularity napětí.

I když limitní analytická analýza poskytuje v případě trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů odpovídající řešení pro singulární rozdělení napětí, např. (Náhlík, 2002), otázka lomové mechanického popisu této konfigurace není ještě plně vyřešena. Základním problémem je formulace kritéria stability pro případ, kdy pole napětí v okolí vrcholu trhliny je sice singulární, ale exponent singularity je, na rozdíl od trhliny v homogenním případě, různý od $\frac{1}{2}$ a postupy standardní lomové mechaniky tedy nelze použít, např. (Knésl, Knápek & Bednář, 1998; Náhlík, 2002). V příspěvku je tato problematika řešena pomocí kritéria založeného na pojmu kritické otevření kořene trhliny (CTOD).

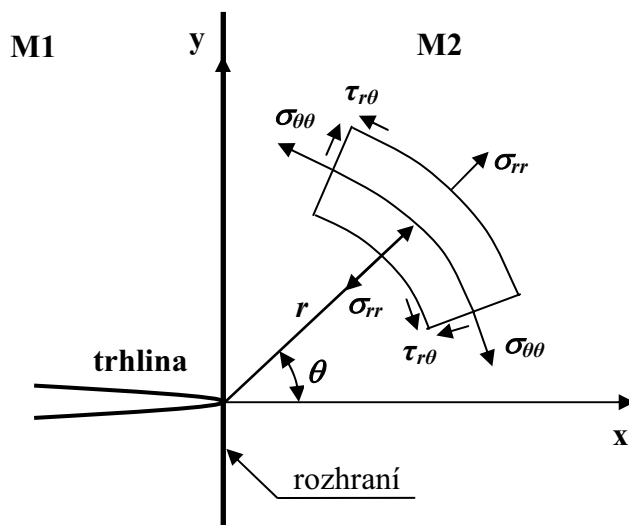
Poznamenejme, že kritérium CTOD navrhl Wells (Wells, 1961) již v počátku šedesátých let minulého století pro hodnocení šíření trhlín v případě plastických deformací většího rozsahu (tj. mimo platnost lineární elastické lomové mechaniky). Irwin (Irwin, 1961) pak ukázal, že v případě plastických deformací malého rozsahu (SSY), lze odvodit vztahy mezi CTOD a hodnotou faktoru intenzity napětí a tuto relaci pak použít jako lokální kritérium pro hodnocení stability trhliny v případě platnosti předpokladů LELM, např. (Anderson, 1995).

* Ing. Pavel Bareš, Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc., Ústav fyziky materiálů, Akademie věd České republiky, Žižkova 22, 616 62 Brno (tel.:+420 532290 362, e-mail: bares@ipm.cz)

V prezentovaném příspěvku je zobecněn Irwinův postup výpočtu otevření kořene trhliny *CTOD*, který byl odvozen pro trhlinu v homogenním materiálu (singularita trhlinového typu $1/r^{1/2}$), na případ trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů (singularita typu obecného singulárního koncentrátoru napětí $1/r^p$, kde $0 < p \neq \frac{1}{2} < 1$). Takto určená veličina *CTOD*, je zde použita pro formulaci odpovídajícího kritéria stability. Jako aplikace tohoto postupu jsou pak pro různé materiálové kombinace určena kritická napětí, při kterých se trhlina začne šířit z rozhraní dále do druhého materiálu. Odpovídající výpočty jsou provedeny metodou konečných prvků (ANSYS) za podmínek rovinné deformace pro plastické deformace malého rozsahu a pro normálový mód namáhání. Protože výrazy pro posunutí v okolí kořene trhliny s vrcholem na rozhraní publikované v literatuře jsou uváděny ve tvarech, které nejsou konsistentní se základním řešením používaným v našich předchozích publikacích, je v příspěvku nejprve odvozen výraz pro posunutí v okolí kořene trhliny v tečném směru, které je pro definici *CTOD* klíčové. Ve všech výrazech je použita jako určující veličina hodnota zobecněného faktoru intenzity napětí H_I , viz dále.

2. Posunutí v okolí kořene trhliny

V této kapitole jsou na základě známého rozložení napětí v okolí kořene trhliny, který leží na rozhraní dvou různých materiálů, odvozeny odpovídající vztahy pro posunutí v případě trhliny kolmé k rozhraní za předpokladu zatížení normálovým módem I a podmínek rovinné deformace.



Obr.1 Trhlina s vrcholem na rozhraní dvou materiálů M1, M2 a použité označení

Máme-li trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, která je k danému rozhraní kolmá (viz obr.1), platí pro rozložení napětí v okolí jejího kořene následující rovnice, např. (Náhlík, 2002)

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta\theta} &= \lambda r^{-p} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \left[g_R \cos(\lambda+1)\theta - g_I \sin(\lambda+1)\theta + (\lambda+1) f_R \cos(\lambda-1)\theta - \right. \\ &\quad \left. - (\lambda+1) f_I \sin(\lambda-1)\theta \right] \\ \sigma_{rr} &= \lambda r^{-p} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \left[g_I \sin(\lambda+1)\theta - g_R \cos(\lambda+1)\theta - (\lambda-3) f_R \cos(\lambda-1)\theta + \right.\end{aligned}\quad (1)$$

$$+(\lambda-3)f_I \sin(\lambda-1)\theta] \quad (2)$$

$$\tau_{r\theta} = \lambda r^{-p} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \left[g_R \sin(\lambda+1)\theta + g_I \cos(\lambda+1)\theta + (\lambda-1)f_R \sin(\lambda-1)\theta + \right. \\ \left. + (\lambda-1)f_I \cos(\lambda-1)\theta \right] \quad (3)$$

a pro rovinnou deformaci je

$$\sigma_{zz} = \mu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \quad (4)$$

Dále pro materiál M1 je:

$$f_R(\lambda) = \frac{\beta[1 + \alpha + (2\alpha\lambda - \alpha)\cos \lambda\pi]}{D(\lambda)}$$

$$f_I(\lambda) = \frac{-\beta[(2\alpha\lambda - \alpha)\sin \lambda\pi]}{D(\lambda)}$$

$$g_R(\lambda) = \frac{-\beta[\lambda + \alpha\lambda + (2\alpha\lambda^2 + \alpha\lambda - \alpha)\cos \lambda\pi + (1 + \alpha)\cos 2\lambda\pi]}{D(\lambda)} \quad (5)$$

$$g_I(\lambda) = \frac{\beta[(2\alpha\lambda^2 + \alpha\lambda - \alpha)\sin \lambda\pi + (1 + \alpha)\sin 2\lambda\pi]}{D(\lambda)}$$

$$D(\lambda) = 1 + 2\alpha + 2\alpha^2 - 2(\alpha + \alpha^2)\cos \lambda\pi - 4\alpha^2 \lambda^2$$

a pro materiál M2 je:

$$f_R = 1, \quad f_I = g_I = 0$$

$$g_R(\lambda) = \lambda - \cos \lambda\pi - \frac{\beta[\alpha + 2\lambda - (1 + 2\alpha - 4\alpha\lambda^2)\cos \lambda\pi + (1 + \alpha)\cos 2\lambda\pi]}{D(\lambda)} \quad (6)$$

Veličina H_I je zobecněný součinitel intenzity napětí, který jednoznačně definuje singulární rozložení napětí u čela trhliny obdobně jako tomu je u součinitele intenzity napětí K_I v homogenních materiálech, p je exponent singularity napětí, jehož hodnota závislá na dané kombinaci materiálů leží v intervalu $(0, 1)$ a je zároveň různá od $1/2$. Exponent singularity napětí p se vypočítá jako

$$p = 1 - \lambda, \quad (7)$$

přičemž parametr λ se určí z řešení charakteristické rovnice

$$\lambda^2(-4\alpha^2 + 4\alpha\beta) + 2\alpha^2 - 2\alpha\beta + 2\alpha - \beta + 1 + (-2\alpha^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha + 2\beta)\cos(\lambda\pi) = 0, \quad (8)$$

v níž veličiny α a β jsou tzv. Dundursovy parametry, které závisí na materiálových charakteristikách obou materiálů, konkrétně na Poissonově čísle μ_i a modulu pružnosti v tahu E_i , např. (Náhlík, 2002)

$$\alpha = \frac{\frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{1+\nu_1}{1+\nu_2} - 1}{4(1-\nu_1)}, \quad \beta = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{1-\nu_2^2}{1-\nu_1^2}. \quad (9)$$

Indexy "1" a "2" označují příslušnost k jednotlivým materiálovým složkám (materiálu M1 a materiálu M2, viz obr.1). Poznamenejme, že pokud nemůže dojít k záměně, tento index pro jednoduchost vynecháváme.

Na základě známého rozložení napětí (1-4) byly stanoveny složky tenzoru deformace

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \mu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})] \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \mu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})]. \quad (11)$$

Posunutí u_{rr} a $u_{\theta\theta}$ v radiálním, respektive v obvodovém směru lze pak získat integrací definičních výrazů pro složky tenzoru deformace

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_{rr}}{\partial r} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_{rr}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta\theta}}{\partial \theta} \quad (13)$$

ve tvaru

$$u_{rr} = r^{(1-p)} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{E} \left[g_I (1+\mu) \sin(\lambda+1)\theta - g_R (1+\mu) \cos(\lambda+1)\theta + \right. \\ \left. + f_R (3-\lambda-\mu-\lambda\mu-4\mu^2) \cos(\lambda-1)\theta + f_I (-3+\lambda+\mu+\lambda\mu+4\mu^2) \sin(\lambda-1)\theta \right] \quad (14)$$

$$u_{\theta\theta} = \lambda r^{(1-p)} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{E} \left\{ \frac{g_R}{\lambda} (1+\mu) \sin(\lambda+1)\theta + \frac{g_I}{\lambda} (1+\mu) \cos(\lambda+1)\theta + \frac{f_R}{\lambda-1} \left[(1-\mu^2) \right. \right. \\ \left. \left. \left(\lambda+2-\frac{3}{\lambda} \right) - (\mu+\mu^2) \left(2-\lambda-\frac{1}{\lambda} \right) \right] \sin(\lambda-1)\theta + \frac{f_I}{\lambda-1} \left[(1-\mu^2) \left(\lambda+2-\frac{3}{\lambda} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\mu+\mu^2) \left(\lambda-2+\frac{1}{\lambda} \right) \right] \cos(\lambda-1)\theta \right\}. \quad (15)$$

3. Určení otevření kořene trhliny *CTOD*

Za určitých zjednodušujících předpokladů (zejména v případě, kdy je velikost plastické zóny mnohem menší než délka trhliny) lze na základě Irwinova postupu otevření kořene trhliny *CTOD* stanovit jako velikost otevření trhliny ve vzdálenosti r_y za kořenem trhliny, kde r_y je poloměr plastické zóny na čele trhliny, viz obr.2, např. (Anderson, 1995), tj.

$$CTOD^{BIM} = \left| 2u_{\theta\theta}(\theta = \pi, r = r_y) \right|. \quad (16)$$

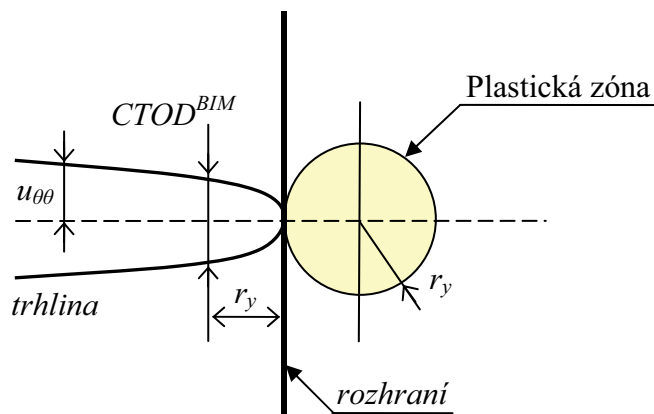
Velikost plastické zóny je dána Missesovou podmínkou

$$\sigma_{eff} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 6\tau_{r\theta}^2}, \quad (17)$$

pro $\sigma_{eff} = \sigma_o$ (σ_o je mez kluzu materiálu M2). Dosazením vztahů pro napětí (1-4) pro $\theta=0$ do (17) obdržíme velikost poloměru plastické zóny před čelem trhliny jako

$$r_y = \left(\frac{H_I}{\sigma_o} \right)^{1/p} \left\{ \frac{(1-p)^2}{2\pi} \left[16\mu_2 \left(\mu_2 + \frac{1}{4\mu_2} - 1 \right) - 6g_R^{(M2)} p + 3(g_R^{(M2)2} + p^2) \right] \right\}^{1/2p}, \quad (18)$$

kde index (M2) značí příslušnost k materiálu M2, viz (6).



Obr.2 Plastická zóna na čele trhliny

Dosazením vztahu (18) do (15) a následně do (16), dostaneme po úpravě vztah pro otevření kořene trhliny pro trhlínu s vrcholem na rozhraní

$$CTOD^{BIM} = \left| \frac{2\lambda}{E_1 \sqrt{2\pi}} H_I^{\frac{1}{p}} \left(\frac{1}{\sigma_o} \right)^{\frac{1-p}{p}} Z_R W_1(\pi) \right|, \quad (19)$$

kde

$$Z_R = \left\{ \frac{(1-p)^2}{2\pi} \left[16\mu_2 \left(\mu_2 + \frac{1}{4\mu_2} - 1 \right) - 6g_R^{(M2)} p + 3(g_R^{(M2)2} + p^2) \right] \right\}^{\frac{1-p}{2p}}, \quad (20)$$

a

$$\begin{aligned} W_1(\pi) = & \frac{g_R^{(M1)}}{\lambda} (1 + \mu_1) \sin(\lambda + 1)\pi + \frac{g_I^{(M1)}}{\lambda} (1 + \mu_1) \cos(\lambda + 1)\pi + \\ & + \frac{f_R^{(M1)}}{\lambda - 1} \left[(1 - \mu_1^2) \left(\lambda + 2 - \frac{3}{\lambda} \right) - (\mu_1 + \mu_1^2) \left(2 - \lambda - \frac{1}{\lambda} \right) \right] \sin(\lambda - 1) \\ & + \frac{f_I^{(M1)}}{\lambda - 1} \left[(1 - \mu_1^2) \left(\lambda + 2 - \frac{3}{\lambda} \right) + (\mu_1 + \mu_1^2) \left(\lambda - 2 + \frac{1}{\lambda} \right) \right] \cos(\lambda - 1)\pi. \end{aligned} \quad (21)$$

Index (M1) značí příslušnost k materiálu M1 viz (5).

K určení otevření kořene trhliny $CTOD^{BIM}$ je navíc nutné pro dané zatížení numericky stanovit velikost zobecněného součinitele intenzity napětí H_I , což lze například pomocí přímé metody (Bareš 2003, Náhlík 2002).

4. Aplikace

Odvozený vztah pro otevření kořene trhliny s vrcholem na rozhraní $CTOD^{BIM}$ lze využít pro hodnocení její stability, respektive pro výpočet kritického napětí, při kterém se trhlina začne šířit z rozhraní dále do druhého materiálu. V této kapitole je odvozen postup pro výpočet těchto kritických napětí, který vychází právě z již dříve odvozeného vztahu pro $CTOD^{BIM}$.

4.1. Trhlina v homogenním materiálu

Nachází-li se trhlina v homogenním materiálu, je napětí v okolí jejího kořene úměrné $r^{-1/2}$, kde r je vzdálenost od vrcholu kořene, viz obr.1. Pro hodnocení chování takové trhliny lomová mechanika poskytuje několik přístupů. V případě křehkého porušení je jedním z nejnámějších a v praxi často používaným kritériem K_{IC}

$$K_I < K_{IC}, \quad (22)$$

kde K_I je součinitel intenzity napětí, jehož velikost závisí na velikosti a způsobu zatížení, délce trhliny a geometrii tělesa. Veličina K_{IC} je kritická hodnota součinitele intenzity napětí (lomová houževnatost), která je interpretována jako materiálová charakteristika. Podle tohoto kritéria se trhlina nebude šířit (bude stabilní), pokud hodnota součinitele intenzity napětí K_I bude menší než lomová houževnatost K_{IC} .

4.2. Trhlina na rozhraní

V případě trhliny jejíž vrchol leží na rozhraní dvou materiálů je singulární napětí v okolí kořene trhliny úměrné r^{-p} a pro popis jejího chování nelze použít klasické přístupy lomové mechaniky. V tomto případě je nutné použít přístupy, které umožňují popsat vliv změny charakteru singularity napětí vyvolané vlivem přítomnosti rozhraní, např. (Knésl, Knápek & Bednář, 1998; Náhlík, 2002; Knésl, Náhlík & Radon, 2003). Tyto postupy jsou založeny na srovnání určité veličiny L s jednoznačným lomově-mechanickým významem, která se určí na dvou geometricky totožných součástech, přičemž první je tvořena bimateriálem a druhá homogenním materiálem M2, do něhož se v případě bimateriálu trhlina šíří. Předpokládá se přitom, že se trhlina z rozhraní do materiálu M2 šíří stejným mechanismem jako by se v tomto materiálu šířila v případě čistě homogenního vzorku.

Na základě předchozího předpokladu se dále předpokládá, že v okamžiku počátku šíření trhliny bude mít veličina L v obou případech (bimateriálového a homogenního vzorku) stejnou velikost, což lze zapsat následovně

$$L_C^{BIM}(\dots H_{IC} \dots) = L_C^{HOM}(\dots K_{IC} \dots). \quad (23)$$

Veličina L obecně závisí na velikosti a způsobu zatížení, materiálových charakteristikách, geometrii a na lomově-mechanických parametrech, mezi něž patří například již zmíněný součinitel intenzity napětí K_I v případě homogenního tělesa, nebo také zobecněný součinitel intenzity napětí H_I v případě bimateriálového tělesa. Index "C" v předešlém vztahu označuje

kritickou velikost a indexy “BIM“ a “HOM“ vyjadřují, že jde o veličinu určenou v bímateriálu, respektive v homogenním materiálu M2. Veličina H_{IC} je kritická hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí, nebo-li zobecněná lomová houževnatost. Poznamenejme, že K_{IC} ve vztahu (23) odpovídá lomové houževnatosti materiálu M2.

Z předešlé rovnosti lze na základě známé hodnoty lomové houževnatosti K_{IC} materiálu M2 určit kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} pro bímateriál a kritérium stability pro trhlinu s vrcholem na rozhraní lze zapsat ve tvaru

$$H_I < H_{IC}. \quad (24)$$

Analogicky kritériu stability pro homogenní případ se trhlinu nebude šířit z rozhraní do materiálu M2 pokud bude platit právě nerovnost (24).

Volba veličiny L závisí na předpokládaném mechanismu šíření trhliny. Například pro křehký lom je vhodné použít střední hodnotu otevíracího napětí v dané oblasti před čelem trhliny (Knesl, Knápek & Bednář, 1998), pro únavové porušení pak velikost plastické zóny před čelem trhliny (Knesl, Náhlík & Radon, 2003; Náhlík, 2002). Při plastických deformacích většího rozsahu je to potom např. otevření kořene trhliny $CTOD$ (Bareš, 2003; Bareš & Knésl 2004).

4.3. Kritérium stability založené na parametru otevření kořene trhliny $CTOD$

Cílem následujícího postupu je na základě úvah z kapitoly 4.2. získat výraz pro kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} pro jednotlivé kombinace materiálů a následně určit kritická napětí σ_{crit} , při nichž se trhlinu začne šířit z rozhraní do druhého materiálu M2. V souladu s dříve uvedeným postupem předpokládáme, že veličinou L , která je rozhodující pro popis chování trhliny je hodnota $CTOD$. Pro trhlinu v homogenním materiálu M2 platí, např. (Anderson, 1995)

$$CTOD^{HOM} = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E_2 \sigma_o} (1 - 2\mu_2)(1 - \mu_2^2) \quad (25)$$

Analogicky, pro případ studované trhliny s vrcholem na rozhraní, platí odvozený vztah (19). Rovnost (23) můžeme tedy přepsat do tvaru

$$CTOD_C^{BIM} = CTOD_C^{HOM} \quad (26)$$

Pro kritické otevření kořene trhliny v bímateriálu a homogenním materiálu platí následující vztahy

$$CTOD_C^{BIM} = \left| \frac{2\lambda}{E_1 \sqrt{2\pi}} H_{IC}^{\frac{1}{p}} \left(\frac{1}{\sigma_o} \right)^{\frac{1-p}{p}} Z_R W_1(\pi) \right| \quad (27)$$

$$CTOD_C^{HOM} = \frac{4}{\pi} \frac{K_{IC}^2}{E_2 \sigma_o} (1 - 2\mu_2)(1 - \mu_2^2), \quad (28)$$

kde K_{IC} je lomová houževnatost materiálu M2.

Dosazením vztahů (27) a (28) do (26) a následnou úpravou obdržíme vztah pro kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} ve tvaru

$$H_{IC} = K_{IC}^{2p} \sigma_o^{(1-2p)} \left[-\frac{E_1}{E_2} \frac{2}{1-p} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (1-2\mu_2)(1-\mu_2^2) \frac{1}{Z_R} \frac{1}{W_1(\pi)} \right]^p \quad (29)$$

Na základě znalosti H_{IC} můžeme říci, že trhlina se nebude šířit v případě, že bude platit, že

$$H_I < H_{IC}. \quad (30)$$

Jak již bylo dříve uvedeno, zobecněný součinitel intenzity napětí H_I se určí numericky například tzv. přímou metodou.

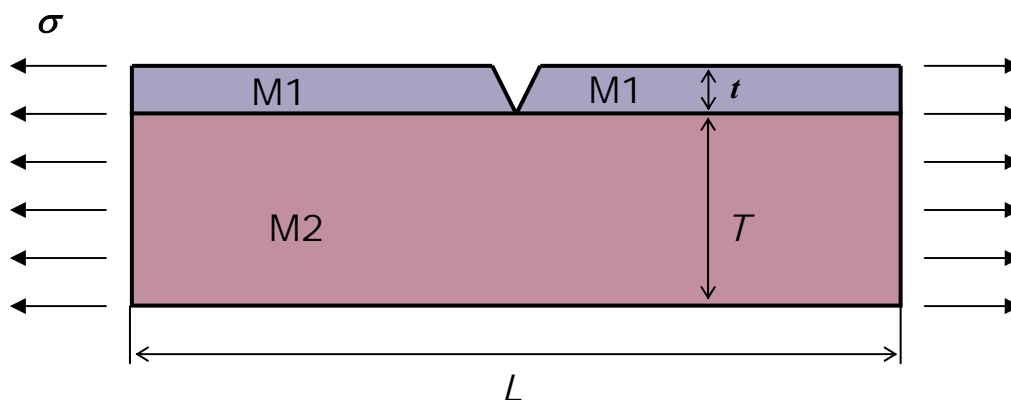
Jelikož hodnoty zobecněného součinitele intenzity napětí H_I , respektive hodnoty zobecněné lomové houževnatosti H_{IC} , mají pro různé kombinace materiálů různé jednotky ($\text{MPa}\cdot\text{m}^p$), není je možné mezi sebou navzájem přímo porovnávat. Z tohoto důvodu se pro potřeby srovnání stanovují ze známých hodnot H_I a H_{IC} kritická napětí σ_{crit} pro jednotlivé kombinace materiálů, která již srovnávat lze. Tato napětí se vypočítají podle následujícího vztahu:

$$\sigma_{crit} = \frac{H_{CRIT}}{H_I(1\text{MPa})} \cdot [1\text{MPa}]. \quad (31)$$

H_{IC} je již dříve zmíněná zobecněná lomová houževnatost a $H_I(1\text{MPa})$ je hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí přepočítaná (normovaná) na 1MPa vnějšího zatížení (Náhlík, 2003).

5. Numerický příklad

Navržený postup určení kritických napětí, při nichž se trhlina začne šířit z rozhraní do materiálu M2, je zde aplikován na případ trhliny, která se nachází v povrchové ochranné vrstvě, viz obr.3. Geometrické parametry vzorku jsou $T = 15\text{mm}$, $t = 1\text{mm}$, $L = 60\text{mm}$. Materiálové charakteristiky materiálu M2 byly zvoleny následovně: modul pružnosti v tahu $E_2=210\,000\text{MPa}$, Poissonovo číslo $\mu_2=0,3$ mez kluzu $\sigma_o=600\text{MPa}$ a lomová houževnatost $K_{IC}=50\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Pro materiál M1 bylo Poissonovo číslo stejné jako pro materiál M2, tedy $\mu_1=0,3$ a modul pružnosti v tahu E_1 byl uvažován 105 000MPa, 210 000MPa a 420 000MPa.



Obr.3 Model povrchové ochranné vrstvy s trhlinou

Výpočty zobecněného součinitele intenzity napětí H_I potřebné ke stanovení kritických napětí (viz (31)) pro jednotlivé kombinace materiálů, byly provedeny přímou metodou na základě metody konečných prvků (MKP) (Bareš, 2003).

5.1. Výsledky výpočtů

Výsledky výpočtů jsou uvedeny v tabulce 1. Z ní jde vidět, že s rostoucím poměrem modulů pružnosti v tahu povlaku a podkladu E_1/E_2 dochází k poklesu kritických napětí σ_{crit} , při nichž se trhlinka začne šířit z rozhraní do druhého materiálu M2, což je v souladu z výsledky získanými na základě jiných známých postupů (Knesl, Knápek & Bednář, 1998; Knesl, Náhlík & Radon, 2003; Bareš & Knésl 2004).

Tab.1 Hodnoty kritických napětí v závislosti na poměru E_1/E_2

E_1/E_2	p	$H_I(1\text{Mpa}) [\text{Mpa.m}^P]$	$H_{IC} [\text{Mpa.m}^P]$	$\sigma_{crit} [\text{Mpa}]$
0,5	0,43389	7,84e-02	75,04	957
1	0,5	6,43e-02	50,00	778
2	0,57451	4,81e-02	34,74	701

6. Závěr

V příspěvku byl zobecněn Irwinův postup výpočtu otevření kořene trhliny $CTOD$ pro trhlinku s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů. Na základě získaných poznatků bylo navrženo kritérium stability pro trhlinku s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, která je na rozhraní kolmá. Výsledky byly aplikovány na případ porušování tělesa s porušenou ochrannou vrstvou. Kritérium umožňuje pro různé kombinace materiálů vrstvy a podkladu vypočítat kritické napětí σ_{crit} , při nichž se trhlinka začne šířit z rozhraní dále do druhého materiálu. Kritérium předpokládá podmínky rovinné deformace na čele trhliny a deformace malého rozsahu SSY (Small Scale Yielding). Byla vypočítána závislost kritického napětí na poměru modulů pružnosti v tahu povrchové vrstvy a podkladu E_1/E_2 . Z výsledků lze vidět, že s rostoucím poměrem povlaku a podkladu E_1/E_2 klesá velikost kritických napětí σ_{crit} , což je v souladu z výsledky získanými na základě jiných postupů. Odpovídající výpočty byly provedeny metodou konečných prvků v systému ANSYS.

7. Poděkování

Projekt byl realizován za finanční podpory Grantové agentury České republiky (projekty č. 106/05/H008 a 101/05/0227).

8. Literatura

Anderson, T.L. (1995) Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, Second Edition. CRC Press, London.

- Bareš, P. (2003) Šíření únavových trhlin přes rozhraní dvou materiálů. *Diplomová práce, ÚMT FSI VUT v Brně, Brno.*
- Bareš, P. & Knésl, Z. (2004) Analysis of a crack growing through an interface of two different materials based on crack tip opening displacement. *Sborník konference Inženýrská mechanika 2004, Svratka.*
- Irwin G. R. (1961) Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness. *Sagamore Research Conference Proceedings, Vol. 4.*
- Knésl Z., Knápek A. & Bednář K. (1998) Evaluation of the critical stress in bonded materials with a crack perpendicular to the interface. *Proceedings of the International Conference Surface Modification Technologies XI*, ed. T.S.Sudershan, M. Jeandin, K.H.Khor, The Institute of Materials, London.
- Knésl Z., Náhlík L. & Radon J. C. (2003) Influence of interface on fatigue threshold values in elastic bimaterials. *Computational Materials Science, 28*, pp. 620-627.
- Náhlík, L.(2002) Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů. *Ph.D. disertační práce, ÚFM AV ČR, Brno.*
- Wells A.A. (1961) Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture. *Proceedings of the Crack Propagation Symposium, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK.*